

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

МАЙ, 1977

ВЫПУСК 2

ЯВЛЕНИЕ ПИОНИЗАЦИИ ВЫРОЖДЕННОГО ВЕЩЕСТВА

Г. С. СААКЯН, Л. Ш. ГРИГОРЯН

Поступила 2 октября 1975

Показано, что при плотностях $\rho \gtrsim 10^{11}$ г/см³ одновременно с явлением нейтронизации происходит пионизация вещества: в атомных ядрах появляются отрицательные пионы. С повышением плотности число пионов медленно растет, достигая значения примерно 8% от числа нуклонов в ядре, при плотностях близких к ядерной. Наличие π^- -мезонов снижает энергию системы.

1. *Введение.* Уравнение состояния ядерной материи исследовалось в ряде работ (соответствующие ссылки можно найти в монографиях [1—4]). Однако из-за недостаточно точного знания взаимодействия между барионами и сложности проблемы многих частиц вопрос нельзя считать окончательно решенным. В частности, до сих пор должным образом не учтена роль π -конденсата в теории сверхплотных небесных тел. Впервые наличие π -конденсата в ядерной материи и атомных ядрах было установлено в работах [5, 6, 33, 34]. В дальнейшем этот вопрос исследовался также в [7—24].

В настоящей работе показано, что отрицательные π -мезоны появляются внутри атомных ядер вырожденной плазмы при средней плотности нуклонов значительно ниже ядерной. Такая ситуация реализуется в сравнительно плотных белых карликах. При этом установленный в вышеупомянутых работах Мигдала и сотрудников π -конденсат нами принимается в качестве исходного фона, сверх которого в ядрах дополнительно могут появиться отрицательные π -мезоны. Это явление обусловлено наличием в среде вырожденного электронного газа, и в этом смысле мы имеем ситуацию, сходную с явлением нейтронизации вещества.

По ряду объективных причин приводимые ниже результаты в определенной степени носят качественный характер.

2. Уточнение формулы Вайцзеккера. Параметры атомных ядер в вырожденной плазме обстоятельно исследовались в работах [1, 32, 25—27], а так же в [28, 29]. Между результатами этих работ имеются некоторые расхождения, обусловленные, по-видимому, различием моделей, положенных в основу расчетов. Ниже мы исходим из последней работы Бете и сотрудников [27], которая нам представляется наиболее точной. В этой работе были учтены все необходимые уточнения формулы Вайцзеккера, и в результате получена соответствующая формула для массы ядер, находящихся в вырожденном электронно-нейтронном газе (Аеп-фаза вещества). Однако формула оказалась весьма громоздкой и практически не применимой для исследования такого тонкого эффекта, как пионизация вырожденной электронно-ядерной плазмы.

Ниже мы покажем, что если в формуле Вайцзеккера произвести разумное уточнение, то можно со средней точностью 5% получить все результаты точных численных расчетов работы [27] (параметры, характеризующие Аеп-фазу). Обоснованная таким образом формула Вайцзеккера позволяет аналитически исследовать вопрос об образовании дополнительного л-конденсата в атомных ядрах вырожденного вещества.

Энергия в Аеп-фазе равна ($h = c = 1$)

$$E = N_A M(A, Z) + \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right) \rho_n(n_n) + V \rho_e(n_e), \quad (1)$$

где $M(A, Z)$ — масса ядра с параметрами A и Z ; N_A — число ядер, V — объем системы, ρ_n — плотность энергии свободного нейтронного газа,

$$n_n = \frac{N_n}{V - \frac{AN_A}{n_0}} \quad (2)$$

плотность свободных нейтронов, $n_0 \approx 0.5 m_0^{-3}$ — ядерная плотность, $V - AN_A/n_0$ — объем, занятый нейтронным газом, n_e — плотность электронов, а ρ_e — плотность их энергии. В (1) не учтено взаимодействие ядер со свободными нейтронами (оно становится существенным только в конце Аеп-фазы, после которой образуется сплошная ядерная материя) и электронами (которое всегда достаточно мало).

В интересующей нас области плотностей электронный газ ультррелятивистский и

$$\rho_e = 0.75 a n_e^{4/3}, \quad (3)$$

где $a = (3\pi^2)^{1/3} \approx 6.1145 \cdot 10^{-11}$ Мэв·см. Энергия нерелятивистского ней-

тронного газа с учетом энергии взаимодействия, рассчитанная на один нейтрон, равна [27]

$$\frac{\rho_n}{n_n} = 19.74 k_n^2 - k_n^3 \frac{40.4 - 1.088 k_n^3}{1 + 2.545 k_n} + m_n \text{ Мэв}, \quad (4)$$

где $hk_n = p_n/2^{1/3}$, а p_n — граничный импульс нейтронного газа. Эта аппроксимация справедлива в области $k_n \lesssim 1.5 \text{ ф}^{-1}$.

Для массы ядер мы считаем целесообразным исходить из обычной формулы Вайцзеккера, добавив лишь одно слагаемое в члене симметрии

$$M(A, Z) = (A - Z) m_n + Z m_p - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + (c_3 + c_4 Z^2) A Z^2, \quad (5)$$

где $\alpha = 1 - 2Z/A$, $c_0 = 15.75 \text{ Мэв}$, $c_1 = 17.8 \text{ Мэв}$, $c_2 = 0.71 \text{ Мэв}$, $c_3 = 23.7 \text{ Мэв}$, $c_4 = 7.70 \text{ Мэв}$. Коэффициент c_4 дополнительного члена $c_4 A Z^2$ был определен из требования:

$$\lim_{\substack{Z \rightarrow 0 \\ A \rightarrow \infty}} \frac{M(A, Z)}{A} = \frac{\rho_n(n_0)}{n_0}, \quad (6)$$

где правая часть определяется формулой (4), а n_0 — ядерная плотность. Определенная таким образом поправка в случае обычных ядер приводит к изменениям в энергии связи менее 1%, а при больших плотностях (Аеп-фаза) — к результатам, совпадающим с численными расчетами [27] со средней точностью 5%. Рассматривая такую поправку к формуле Вайцзеккера, авторы [30] получили $c_4 = 0.88 \text{ Мэв}$. Разница в значениях c_4 , по-видимому, обусловлена пренебрежением в [30] вкладом энергии взаимодействия нуклонов.

Учитывая условие электронейтральности и закон сохранения полного числа барионов

$$N_e = ZN_A, \quad N = AN_A + N_n, \quad (7)$$

выражение (1) перепишем в виде

$$E = N_A M(A, Z) + \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right) \rho_n \left[\frac{N - AN_A}{V - \frac{AN_A}{n_0}} \right] + V p_e \left(\frac{ZN_A}{V} \right). \quad (8)$$

В состоянии термодинамического равновесия энергия системы должна быть минимальной. Приравнивая нулю частные производные E по A , Z , N_A , находим

$$\frac{\partial M}{\partial A} + \frac{n_n}{n_0} \left[\frac{d\varphi_n}{dn_n} - \frac{\varphi_n}{n_n} \right] - \frac{d\varphi_n}{dn_n} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Z} + \frac{d\varphi_e}{dn_e} = 0, \quad (10)$$

$$M + A \frac{n_n}{n_0} \left[\frac{d\varphi_n}{dn_n} - \frac{\varphi_n}{n_n} \right] - A \frac{d\varphi_n}{dn_n} + Z \frac{d\varphi_e}{dn_e} = 0. \quad (11)$$

Изменение энергии системы определяется формулой

$$dE = -PdV + \mu_A dN_A + \mu_n' dN_n + \mu_e dN_e + \lambda_A dA + \lambda_Z dZ, \quad (12)$$

где μ_A , μ_n , μ_e — химические потенциалы соответственно ядер, свободных нейтронов и электронов. A и Z играют роль внешних параметров. Здесь мы опустили член TdS , предполагая, что температура среды много меньше температур вырождения электронного и нейтронного газов. Имея в виду выражение (1), находим

$$P = n_n \left[\frac{d\varphi_n}{dn_n} - \frac{\varphi_n}{n_n} \right] + n_e \left[\frac{d\varphi_e}{dn_e} - \frac{\varphi_e}{n_e} \right] = P_n + P_e, \quad (13)$$

$$\mu_A = M + A \frac{P_n}{n_0}, \quad (14)$$

$$\mu_n' = \frac{d\varphi_n}{dn_n}, \quad (15)$$

$$\mu_e = \frac{d\varphi_e}{dn_e}. \quad (16)$$

Здесь P_n и P_e — парциальные давления нейтронов и электронов.

Можно ввести также понятие химического потенциала для нуклонов внутри ядра:

$$\mu_n = \frac{\partial M}{\partial A}, \quad \mu_p = \frac{\partial M}{\partial A} + \frac{\partial M}{\partial Z}. \quad (17)$$

Из (9)—(11) и (13)—(17) получим систему уравнений, описывающих состояние термодинамического равновесия на языке химических потенциалов,

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad (18)$$

$$\mu_A = A\mu_n' - Z\mu_e, \quad (19)$$

$$\mu_n' = \mu_n + \frac{P_n}{n_0}, \quad (20)$$

где $P_n = n_n \mu_n^* - p_n$ — давление нейтронного газа. Смысл первых двух уравнений очевиден. Может показаться удивительным появление дополнительного члена P_n/n_0 в (20). Этот член учитывает изменение энергии несжимаемого ядра (описываемого формулой Вайцзеккера) при переходе в него свободного нейтрона из окружающей среды. Пренебрежение слагаемым P_n/n_0 приводит к заметным ошибкам при плотностях $n \gtrsim 10^{37} \text{ см}^{-3}$. В [25] этот член был упущен, т. е. предполагалось $\mu_n^* = \mu_n$. В результате оказалось невозможным обеспечить непрерывность химического потенциала нейтронов μ_n^* при переходе в фазу бесконечной ядерной материи (пер-фаза). В упомянутой работе вместо непрерывности μ_n^* требовалась непрерывность μ_n , что не обязательно при фазовых переходах в вырожденной плазме.

В случае сжимаемого ядра (как предполагалось в [27]) необходимость в этом члене отпадает. В самом деле

$$\mu_n^* (\text{сжим.}) = \left(\frac{\partial M(A, Z, V_A)}{\partial A} \right)_{Z, V_A},$$

тогда как

$$\begin{aligned} \mu_n^* (\text{несжим.}) &= \left(\frac{\partial M}{\partial A} \right)_{Z, n_0} = \left(\frac{\partial M}{\partial A} \right)_{Z, V_A} + \left(\frac{\partial M}{\partial V_A} \right)_{A, Z} \left(\frac{\partial V_A}{\partial A} \right)_{n_0} = \\ &= \mu_n^* (\text{сжим.}) - \frac{P_A}{n_0}, \end{aligned}$$

где V_A — объем ядра, $A/V_A = \rho_0$ — плотность нуклонов в ядре, а P_A — внутреннее давление ядра (сумма давлений нуклонов и сил поверхностного натяжения), равное давлению свободного нейтронного газа, $P_A = P_n$. Таким образом

$$\mu_n^* (\text{сжим.}) = \mu_n^*. \tag{21}$$

Использование корректного соотношения между химическими потенциалами (20) и введение дополнительного слагаемого $c_1 A \alpha^4$ в формуле для массы ядра (5) позволяет вопреки утверждению, приведенному в [27], в основном сохранить традиционный вид формулы Вайцзеккера применительно к условиям вырожденной плазмы.

Из (9)—(11) следует известное [1] соотношение

$$\left(\frac{Z}{A} \right)^2 = \frac{c_1}{2c_2 A}. \tag{22}$$

В табл. 1 приведены важнейшие параметры Аен-фазы, полученные в нашей работе с использованием уточненной формулы Вайцзеккера (5), и результаты численных расчетов [27]. Результаты работы [27] приведены в столбцах, помеченных знаком [27].

Таблица 1

НАИБОЛЕЕ ВАЖНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АЕН-ФАЗЫ ВЕЩЕСТВА

$10^{-12} \cdot \rho$ (г/см ³)	A		Z/A		μ_n (мэв)	μ_n (мэв)		μ_e (мэв)		ϵ (мэв)	$10^{-37} \cdot P$ (мэв/см ³)	
	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]	[27]
0.466	115	127	0.331	0.313	0.29	0.29	0.14	24.67	26.31	-1.19	0.0414	0.0500
0.879	118	134	0.326	0.307	0.64	0.64	0.55	25.74	27.51	-0.406	0.0551	0.0642
1.47	121	140	0.321	0.302	0.98	0.98	0.91	26.78	28.58	0.088	0.0786	0.0873
2.67	127	149	0.314	0.295	1.48	1.49	1.42	28.36	30.15	0.610	0.140	0.147
4.54	134	161	0.306	0.286	2.06	2.07	2.01	30.23	32.02	1.10	0.265	0.269
8.38	145	181	0.294	0.273	2.95	2.98	2.91	33.19	34.98	1.76	0.608	0.602
15.0	163	211	0.278	0.256	4.08	4.15	4.07	37.13	39.00	2.57	1.41	1.38
25.8	189	257	0.258	0.234	5.45	5.61	5.51	42.26	44.37	3.55	3.18	3.09
46.8	242	354	0.228	0.202	7.41	7.81	7.67	50.33	52.95	4.99	7.89	7.62
80.1	342	548	0.192	0.163	9.63	10.58	10.36	60.94	64.32	6.76	18.3	17.6
130	564	990	0.149	0.121	11.96	14.02	13.77	74.65	78.58	8.90	39.7	38.4
172	880	1640	0.119	0.096	13.36	16.61	16.39	85.08	88.84	10.5	63.0	61.6
200	1220	2500	0.101	0.081	14.08	18.26	18.11	91.66	95.19	11.4	81.4	80.3
226	1710	4330	0.086	0.067	14.63	19.80	19.59	97.56	100.57	12.3	101	98.8
239	2070	7840	0.078	0.057	14.87	20.59	20.37	100.45	103.57	12.7	112	109

Примечание к таблице: ρ — плотность полной массы, A и Z — число нуклонов и протонов в ядрах; μ_n , μ_e , μ_p — химические потенциалы электронов, нейтронов внутри и вне ядра; ϵ — полная энергия плазмы, рассчитанная на один нуклон, минус энергия покоя нейтрона; P — давление.

Из табличных данных видно, что результаты наших расчетов находятся в неплохом согласии с данными [27] (со средней точностью 5%). Сравнительно большие расхождения имеются между данными первой строки при плотностях нуклонов $\sim 5 \cdot 10^{11}$ г/см³. Это обусловлено пренебрежением в [27] некоторым членом, имеющим сингулярность в начале Аен-фазы. Разумеется, в этой области наши результаты наиболее точные. Однако заметные расхождения имеются в значениях массового числа и заряда ядер, что обусловлено пренебрежением в наших расчетах взаимодействием электронно-нейтронного газа с ядрами [26]. Отметим, что, как видно из табличных данных, это взаимодействие не оказывает существенного влияния на

другие параметры, характеризующие A_{ep} -фазу, а также на эффект пионизации вещества, исследованный ниже.

3. *Пионизация вещества.* В работах Мигдала и сотрудников [5—12, 33, 34] был достигнут значительный прогресс в деле дальнейшего расширения наших знаний о структуре атомных ядер, а именно: было показано, что, по-видимому, в обычных условиях в ядрах должен существовать нейтральный конденсат пионов (нейтральные и в одинаковом количестве отрицательные и положительные пионы). Ими была рассмотрена также возможность наличия π -конденсата в центральной области нейтронных звезд, где плотности порядка ядерной. Этот вопрос исследовался также в работах [13—19].

Нам кажется, что помимо того π -конденсата, который согласно Мигдалу всегда имеется в ядрах, в вырожденной плазме (A_{ep} -фаза вещества) должны дополнительно появиться отрицательные π -мезоны в качестве стабильной составной компоненты атомных ядер. Для этого необходимо, чтобы энергия конечного продукта их распада (электрон) была не больше граничной энергии электронного газа среды и, кроме того, чтобы де-Бройлевская длина волны π -мезонов была много меньше радиуса ядер. При этом очевидно, что число отрицательных пионов будет определяться из условия равенства химических потенциалов: $\mu_{\pi^-} = \mu_e$. Ниже мы покажем, что именно такая ситуация может реализоваться в A_{ep} -фазе вещества.

Чтобы отличить новую ситуацию от ранее рассмотренных, в которых не учитывалась возможность наличия отрицательных пионов, для электронно-нейтронно-ядерной фазы будем использовать обозначение A_{en} .

Для исследования поставленного вопроса необходимо соответствующим образом видоизменить формулу для массы ядер, учитывая в них наличие отрицательных пионов. Так для энергии ядра можно написать

$$M(A, Z, Z_{\pi}) = (A - Z) m_n + Z m_p - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{(Z - Z_{\pi})^2}{A^{1/3}} + (c_3 + c_4 x^2) A^{2/3} + \varepsilon_{\pi}(A, Z, Z_{\pi}), \quad (23)$$

где Z_{π} — число отрицательных пионов в ядре. В кулоновском члене Z заменен на $Z - Z_{\pi}$, так как полный заряд ядра определяется протонами и пионами. В (23) мы считаем, что изменение значений коэффициентов $c_0 \div c_4$, обусловленное наличием π^- -мезонов, достаточно мало. Это допущение оправдывается тем, что число π -мезонов в ядрах не превышает 10% от полного числа нуклонов (см. ниже). Кроме того, в (23) $\varepsilon_{\pi}(A, Z, Z_{\pi})$ приближенно будем считать равной энергии π -мезонов в бесконечной ядерной материи с плотностью, равной ядерной, т. е. пренебрегаем поверхностными эффектами.

Энергия системы в $A_n\pi$ -фазе формально определяется прежней формулой (1):

$$E = N_A M(A, Z, Z_\pi) + \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right) \varphi_n(n_n) + V\varphi_\pi(n_\pi). \quad (24)$$

Из условия электронейтральности среды имеем

$$N_\pi = (Z - Z_\pi) N_A. \quad (25)$$

Теперь при заданном числе барионов имеем четыре независимых переменных: A , Z , Z_π и N_A . Приравнявая нулю производные энергии по этим переменным, аналогично предыдущему случаю получим систему уравнений, описывающих состояние термодинамического равновесия

$$\frac{\partial M}{\partial A} + \frac{n_n}{n_0} \left[\frac{d\varphi_n}{dn_n} - \frac{\varphi_n}{n_n} \right] - \frac{d\varphi_n}{dn_n} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Z} + \frac{d\varphi_\pi}{dn_\pi} = 0, \quad (27)$$

$$M + A \frac{n_n}{n_0} \left[\frac{d\varphi_n}{dn_n} - \frac{\varphi_n}{n_n} \right] - A \frac{d\varphi_n}{dn_n} + (Z - Z_\pi) \frac{d\varphi_\pi}{dn_\pi} = 0, \quad (28)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Z_\pi} - \frac{d\varphi_\pi}{dn_\pi} = 0. \quad (29)$$

Отсюда получаем

$$\left(\frac{Z - Z_\pi}{A} \right)^2 = \frac{c_1}{2c_2 A} \quad (30)$$

и очевидные соотношения между химическими потенциалами разных компонент вещества:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_\pi, \quad (31)$$

$$\mu_A = A\mu_n - (Z - Z_\pi)\mu_\pi, \quad (32)$$

$$\mu_n^* = \mu_n + \frac{P_n}{n_0}, \quad (33)$$

$$\mu_\pi = \mu_\pi^*, \quad (34)$$

где $\mu_\pi = \partial M / \partial Z_\pi$ „химический потенциал“ π -мезонов.

Концентрации частиц определяются системой уравнений (31)—(34).

Таким образом, задачу можно считать решенной, если задано выражение для энергии π -конденсата $\varepsilon_\pi(A, Z, Z_\pi)$. Этому вопросу посвящен следующий раздел.

4. Энергия π -конденсата. Энергия π -конденсата достаточно корректно была определена в работе [31] для сплошной ядерной материи при плотностях равной и выше ядерной. Мы будем исходить из этой работы. Однако по двум причинам мы не можем механически перенести результаты [31] на наш случай. В самом деле: у нас речь идет о конденсате не в бесконечной среде, а в атомных ядрах, которые к тому же не электронейтральны. Далее, в упомянутой работе для энергии получено неоправданно громоздкое выражение. Таким образом, необходимо учесть указанные различия в условиях, а также с целью облегчения расчетов произвести ряд оправданных приближений.

Следуя [31], оператор гамильтона запишем в виде

$$H' = H - (A - Z) \lambda_n - Z \lambda_p - Z_\pi \lambda_\pi, \tag{35}$$

где H — гамильтониан системы (среда, состоящая из нейтронов, протонов и отрицательных пионов, причем $Z_\pi \neq Z$) без учета $N-N$ взаимодействия, так как в записи энергии в виде формулы Вайцзеккера (23) оно уже учтено феноменологически. В (23) не учтено также влияние π -конденсата на $N-N$ взаимодействие. Это оправдано тем, что число отрицательных пионов относительно мало. Здесь λ_k — коэффициенты Лагранжа, которые в рассмотренном в [31] случае имеют смысл химических потенциалов соответствующих частиц. В нашем случае химические потенциалы не совпадают с λ_k и поэтому $\lambda_n - \lambda_p - \lambda_\pi \neq 0$.

Аналогично [31] состояние π -мезонов ниже описывается волновой функцией с определенным значением импульса \vec{k} и амплитудой φ . При этом для энергии конденсата мы получим завышенный результат, так как в этом случае неизбежно имеются смеси S и D волн, которые приводят к увеличению энергии. Для наших целей было бы разумно рассматривать π -конденсат описываемый P -волной, при котором имеется только притяжение. Такие расчеты пока не проведены. Однако влияние S и D волн можно сделать не существенным путем подходящего выбора импульса частиц.

Повторяя процедуру диагонализации гамильтониана проведенную в [31], для энергии новых нуклонных состояний находим

$$\begin{aligned} \epsilon_p^\pm = & \frac{p^2}{2m} + \frac{k^2}{8m} \cos^2 \beta - 0.5(\lambda_n + \lambda_p) \pm \\ & \pm 0.5 \sqrt{\left[\left(\lambda_\pi - \frac{\vec{k}p}{m} \right) \cos \beta + \lambda_n - \lambda_p - \lambda_\pi \right]^2 + \left(\frac{fF_\pi k \sin \beta}{m_\pi} \right)^2}. \end{aligned} \tag{36}$$

Здесь p — импульс квазичастиц, m — масса нуклона, m_π — масса π -мезона, f — постоянная $\pi-N$ взаимодействия ($f^2/4\pi \approx 0.081$), $F_\pi = 189$ мэв — постоянная распада пиона, а β связано с амплитудой волновой функции φ соотношением

$$\varphi^2 = 0.5 F_{\pi}^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2}. \quad (37)$$

Знак «—» относится к новым нейтронным, а «+» — к новым протонным уровням.

λ_k определяются из уравнений $N_k = -\partial H / \partial \lambda_k$, где N_k — число соответствующих частиц. Эти уравнения дают:

$$n_0 = \sum_{\vec{p}, s} \{ \Theta[-\varepsilon_p^+] + \Theta[-\varepsilon_p^-] \}, \quad (38)$$

$$\left(1 - 2 \frac{Z}{A}\right) n_0 = \sum_{\vec{p}, s} \cos \lambda_{\vec{p}} \{ \Theta[-\varepsilon_p^-] - \Theta[-\varepsilon_p^+] \}, \quad (39)$$

$$\frac{Z_{\pi}}{A} n_0 = - \left(1 - 2 \frac{Z}{A}\right) n_0 \sin^2 \frac{\beta}{2} + 0.25 \lambda_{\pi} F_{\pi}^2 \sin^2 \beta, \quad (40)$$

где суммирование происходит по всем спиновым состояниям S и по всем значениям \vec{p} до граничных импульсов Ферми,

$$\Theta[x] = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

и, наконец,

$$\operatorname{tg} \lambda_{\vec{p}} = \frac{f F_{\pi}}{m_{\pi}} \frac{k \sin \beta}{\left(\lambda_{\pi} - \frac{k p}{m}\right) \cos \beta + \lambda_n - \lambda_p - \lambda_{\pi}}.$$

Амплитуда φ определяется из условия минимума полной энергии равной

$$\begin{aligned} & \text{Кинетическая энергия нуклонов} + \varepsilon_{\pi}(A, Z, Z_{\pi}) = \\ & = \sum_{\vec{p}, s} \{ \varepsilon_p^+ \Theta[-\varepsilon_p^+] + \varepsilon_p^- \Theta[-\varepsilon_p^-] \} + \frac{V F_{\pi}^2}{8} \left[(k^2 - i_{\pi}^2) \sin^2 \beta + \right. \\ & \left. + 4 m_{\pi}^2 \sin^2 \frac{\beta}{2} \right] + (A - Z) i_n + Z i_p + Z_{\pi} i_{\pi}. \end{aligned} \quad (41)$$

Для импульса π -мезонов примем оценочное значение $k = \sqrt{2} m_{\pi}$, которое согласуется с P -волновым характером π - N взаимодействия и близко к значениям, найденным в ряде работ.

Энергию конденсата $\varepsilon_{\pi}(A, Z, Z_{\pi})$ определяем из (41), решая систему уравнений (38)—(40) и учитывая выражение (36). Эта система достаточно громоздкая и нахождение точного решения — сложная задача. По-

этому правые части уравнений (36)—(41) мы разложили в ряд по β и $\overline{kp}/(m\overline{v}_\pi)$. Из результатов численных расчетов видно, что такой подход к решению вопроса оказывается хорошим в области плотностей $10^{37} \lesssim n \lesssim n_0$.

Из вида лагранжиана, приведенного в [31], видно, что при условии

$$2 \left(\frac{\varphi}{F_\pi} \right)^2 \ll 1$$

$\pi - \pi$ и $S - \text{волновое } \pi - N$ взаимодействия не существенны. В соответствии с этим первое приближение по β означает, что мы полагаем $F_\pi \rightarrow \infty$, а $\beta \rightarrow 0$ так, чтобы φ оставалось конечным (см. (37)). В этом приближении мы имеем дело с членами, пропорциональными φ^2 , а в следующем приближении по β появляются члены вида φ^2/F_π^2 , $\varphi(\varphi^2/F_\pi^2)$, $\varphi^2(\varphi^2/F_\pi^2)$. По параметру разложения $\overline{kp}/(m\overline{v}_\pi)$ мы также ограничились первыми двумя членами разложения. При этом оказывается, что для вычисления энергии (41) в том же приближении в уравнениях (38)—(40) для i_k , достаточно ограничиться первыми членами разложения. Далее, путем численных расчетов можно убедиться, что энергия новых нейтронных состояний отрицательна, в то время как энергия новых протонных состояний положительна. Следовательно, при построении основного состояния системы все имеющиеся нуклоны размещаются на уровнях новых нейтронных состояний ε_n^- . Таким образом, в вышеприведенных формулах нужно опустить слагаемые, соответствующие „протонным состояниям“.

Производя вышеуказанные упрощения и решая систему уравнений (38)—(40) относительно параметров i_n , i_p , i_π , и подставляя найденные выражения в (41), для энергии π -конденсата в ядре находим

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(A, Z, Z_\pi) &= A \left\{ \frac{3(3\pi^2 n_0)^{2/3}}{10m} \left[1 - \left(1 - \frac{Z}{A}\right)^{5/3} - \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \right] + \varepsilon_n' + \varepsilon_n'' \right\}, \\ \varepsilon_n' &= \frac{k^2}{8m} + \frac{\varphi^2}{n_0} (m_\pi^2 + k^2) + \frac{n_0}{4\varphi^2} \left(\frac{Z_\pi}{A}\right)^2 - \frac{2\sqrt{2}fk\varphi}{m_\pi} \sqrt{\frac{Z}{A} \left(1 - \frac{Z}{A}\right)}, \\ \varepsilon_n'' &= -\frac{k^3\varphi^2}{mF_\pi^2} + \left[\left(1 - \frac{2Z}{A}\right) \frac{Z_\pi}{A} + \frac{2}{3} \left(\frac{Z_\pi}{A}\right)^2 \right] \frac{n_0}{F_\pi^2} - \\ &\quad - \frac{m_\pi k p_F^2}{5\sqrt{2}fm^2\varphi} \left[\frac{Z}{A} \left(1 - \frac{Z}{A}\right) \right]^{3/2} + \\ &\quad + \frac{2^{7/2}f \cdot k \cdot \varphi^3}{3m_\pi F_\pi^2} \sqrt{\frac{Z}{A} \left(1 - \frac{Z}{A}\right)} - \frac{2}{3} \frac{m_\pi^2 + 4k^2}{n_0} \frac{\varphi^4}{F_\pi^2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Из данных, приведенных в последнем столбце табл. 2, видно, что в области плотностей $10^{31} \lesssim n \lesssim n_0$ $|\varepsilon_{\pi}^{\pm}/\varepsilon_{\pi}^{\pm}| < 0.15$, чем и оправдывается корректность сделанных приближений. Здесь пока остается неопределенной амплитуда φ , которая, как было указано выше, находится из условия минимума (42):

$$\frac{\partial \varepsilon_{\pi}}{\partial \varphi} = 0. \quad (43)$$

Определив отсюда φ и подставляя ее в (42), мы найдем искомую энергию ε_{π} как функцию от A , Z и Z_{π} .

5. *Результаты численных расчетов.* Исключая из системы уравнений (26)—(29) плотность электронов n_e , приходим к результату

$$\left(\frac{Z - Z_{\pi}}{A} \right)^2 = \frac{c_1}{2c_2 A}, \quad (44)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Z} + \frac{\partial M}{\partial Z_{\pi}} = \bar{u}, \quad (45)$$

$$\frac{\partial M}{\partial A} = \left(1 - \frac{n_n}{n_0} \right) n_n + \frac{\rho_n}{n_0}, \quad (46)$$

где M , ε_{π} определяются соответственно формулами (23) и (42), а φ находится путем решения алгебраического уравнения (43).

Система уравнений (44)—(46), определяющая зависимости концентраций частиц от плотности массы, была решена на ЭВМ «Наири-2». Результаты расчетов приведены в табл. 2. В табл. 2 нет данных ниже плотности $n \approx 10^{31} \text{ см}^{-3}$. В этой области плотностей вышеупомянутые приближения не корректны, и нам не удалось численно решить систему уравнений (38)—(40), (44)—(46).

Некоторые представления о пороге появления π^- -мезонов в ядрах вырожденной плазмы можно получить, исходя из следующих качественных соображений. Пороговую плотность можно определить из равенства химического потенциала электронов энергии одного π^- -мезона в ядре

$$\mu_e = \varepsilon_{\pi}(A, Z, Z_{\pi} = 1) - \frac{Z^* e^2}{R^*}. \quad (47)$$

Здесь ε_{π} — энергия π^- -мезона в ядре, а второе слагаемое — энергия его кулоновского взаимодействия с протонами. $Z^* = Z(R^*/R_A)^3$ — эффективное число протонов, с которыми взаимодействует π^- -мезон.

Таблица 2

НАИБОЛЕЕ ВАЖНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЫ БЕЗ УЧЕТА И С УЧЕТОМ ПИОНИЗАЦИИ ВЕЩЕСТВА

$10^{-36} \cdot n$ (см ⁻³)	A		Z/A		$\frac{Z_{\pi}}{A}$	100 u		$M/A - m_n$ (Мэв)		ψ_n (Мэв)		ψ_n^* (Мэв)		ψ_p (Мэв)		ϵ (Мэв)		$10^{-36} \cdot P$ (Мэв/см ³)		$\frac{\epsilon}{\pi}$
9.43	165	181	0.276	0.3	0.037	0.476	1.76	-6.17	-11.44	4.19	3.59	4.27	3.64	37.55	57.13	2.65	1.52	15.3	20.0	0.15
22.4	218	231	0.240	0.275	0.042	1.07	3.21	-4.64	-9.56	6.63	6.04	6.91	6.26	46.99	67.00	4.40	3.56	56.3	60.5	0.14
41.1	305	308	0.203	0.25	0.048	2.33	5.75	-2.71	-7.32	8.96	8.35	9.70	8.94	57.53	77.63	6.20	5.42	144	145	0.13
65.6	460	434	0.165	0.225	0.055	5.02	10.4	-0.32	-4.66	11.13	10.51	12.70	11.79	69.36	89.26	8.09	7.29	303	296	0.10
97.1	794	676	0.126	0.2	0.064	11.2	19.5	2.68	-1.43	13.08	12.50	16.05	14.96	82.83	102.29	10.14	9.27	574	552	0.06
138	1840	1300	0.083	0.175	0.077	28.9	41.2	6.58	2.77	14.73	14.30	20.10	18.82	98.67	117.62	12.48	11.52	1050	1010	-0.07
148	2350	1580	0.073	0.17	0.081	36.3	49.5	7.53	3.82	15.01	14.62	21.09	19.77	102.24	121.13	13.01	12.03	1190	1140	-0.15

„вращаясь по орбите“ с радиусом R^* , а $R_A = 1.2 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см — радиус ядра. Значение R^* можно выбрать в соответствии с P — волновым $\pi - N$ взаимодействием: $R^* \approx 3/(2k) \approx 3/(2V\sqrt{2} m_\pi)$. Спектр энергии π -мезонов ε_π в бесконечном ядерном веществе при плотностях порядка и выше ядерной исследовался в [10, 33, 34]. В частности, для π^- -мезона в нейтронной среде с плотностью, равной ядерной, было получено

$$\varepsilon_\pi(A, Z=0, Z_\pi=1) \approx 110 \text{ Мэв.} \quad (48)$$

В случае $Z/A=0.5$ появляется статическое мезонное поле, в котором имеются одночастичные возбуждения заряженного мезонного поля со значением энергии приблизительно равным нулю

$$\varepsilon_\pi \left(A, Z = \frac{A}{2}, Z_\pi = 1 \right) \approx 0. \quad (49)$$

При заданной плотности нуклонов n_0

$$\varepsilon_\pi(A, Z, Z_\pi=1) = \int (n_n V_n + n_p V_p) d\tau \approx b + \left(1 - \frac{2Z}{A}\right) c.$$

В соответствии с (48), (49) $b \approx 0$, а $c \approx 110$ и поэтому

$$\varepsilon_\pi(A, Z, Z_\pi=1) \approx 110 \left(1 - \frac{2Z}{A}\right) \text{ Мэв.} \quad (50)$$

Для μ_π имеем [1]

$$\mu_\pi = a \left(\frac{Z}{A} n\right)^{1/3} \approx 40.7 \left(\frac{A}{Z} - 2\right) \text{ Мэв.} \quad (51)$$

Из (47), (50), (51) для порога рождения π^- -мезонов находим

$$\frac{Z}{A} \approx 0.38, \quad n \approx 1.9 \cdot 10^{35} \text{ см}^{-3}.$$

В табл. 2 данные, приведенные в столбцах, помеченных знаком π , относятся к случаю, когда учитывается пионизация вещества. В первом столбце приводится плотность числа нуклонов, во 2—5 столбцах приведены наименее вероятные значения параметров ядер: A , Z/A , в 6 столбце — отношение числа отрицательных пионов к числу нуклонов в ядре Z_π/A , в 7 и 8 столбцах — часть объема плазмы, занятая ядрами, $u = A n_A / n_0$. В 9 и 10 столбцах приводится средняя энергия связи нуклона в ядре $M/A - m_n$. Далее приведены химические потенциалы свободных μ_n^+ и связанных μ_n^- нейтронов и электронов (π -мезонов) μ_π . В 17—20

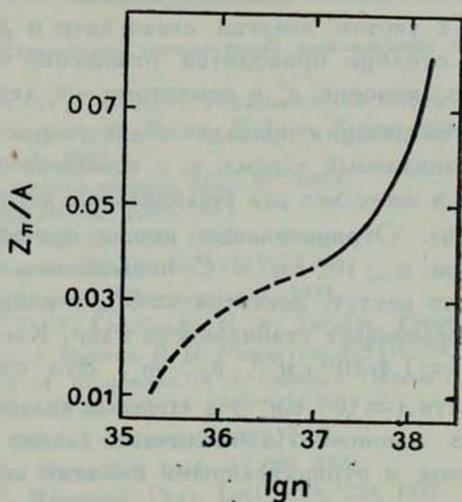


Рис. 1. Зависимость отношения числа отрицательных пионов Z_{π} в ядре к массовому числу A от логарифма плотности числа нуклонов n в единицах см^{-3} . Пунктирная часть изображает предполагаемый ход кривой, где численные расчеты не проводились.

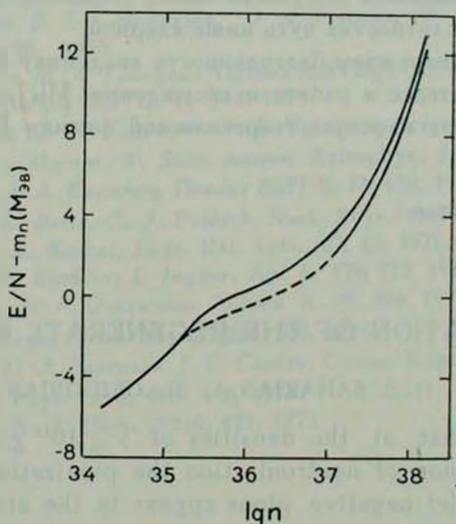


Рис. 2. Полная энергия системы, рассчитанная на один нуклон, минус энергия покоя нейтрона в зависимости от плотности числа нуклонов с учетом (нижняя кривая) и без учета эффекта пионизации вещества. Пунктирная часть изображает предполагаемый ход кривой, где численные расчеты не проводились.

столбцах приводится среднее значение энергии плазмы на один нуклон $\epsilon = E/N - m_n$ с учетом энергии связи ядер и давление P . Наконец, в последнем столбце приводится отношение второго члена разложения энергии π^- -мезонов ϵ_2^* к основному — ϵ_1^* (см. (42)).

Учет эффекта пионизации приводит к следующим изменениям. Парциальный объем, занимаемый ядрами, u , с повышением плотности растет быстрее. В среднем в несколько раз увеличивается концентрация протонов $N_p/N = (Z/A)(u n_0/n)$. Отрицательные пионы появляются в ядрах в конце Ae-фазы при $n \approx 10^{35} \text{ см}^{-3}$. С повышением плотности их концентрация медленно растет, достигая $\approx 8\%$ в конце A₂ep-фазы. Наличие π^- -мезонов увеличивает стабильность ядер. Как видно из данных 16 столбца, при $n \approx 1.4 \cdot 10^{36} \text{ см}^{-3}$, $\mu_p > m_n$. Это означает, что чуть ниже этой плотности ($\approx 10^{36} \text{ см}^{-3}$) в среде появляется вырожденный газ отрицательных мюонов. Из табличных данных отчетливо видно, что энергия системы с отрицательными пионами ниже, чем в случае, когда их нет.

Таким образом, можно утверждать, что, начиная с плотностей $\rho \approx 10^{11} \text{ г/см}^3$, одновременно с нейтронизацией происходит явление пионизации вещества. Оно состоит в том, что в ядрах появляются отрицательные пионы. С повышением плотности число π^- -мезонов в ядрах растет, достигая $\approx 8\%$ при плотностях чуть ниже ядерной.

В заключение выражаем благодарность академику В. А. Амбарцумяну за проявленный интерес к работе и обсуждение. Мы признательны также участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за ценные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

PIONIZATION OF THE DEGENERATE MATTER

G. S. SAHAKIAN, L. Sh. GRIGORIAN

It is shown that at the densities of $\rho \approx 10^{11} \text{ g/cm}^3$ simultaneously with the phenomenon of neutronization the pionization of matter takes place that is nuclei negative pions appear in the atomic. With the increase of density, the number of pions increases slowly reaching a value approximately equal to 8% of the number of nucleous in the nuclei at the densities close to the nuclear. The presence of the pions decreases the energy of the system.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Саакян. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
2. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967.
3. Дж. Уиллер, Б. Гаррисон, М. Вакино, К. Торн. Теория гравитации и гравитационный коллапс, Мир, М., 1967.
4. Г. Бете, Теория ядерной материи, Мир, М., 1974.
5. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 61, 2209, 1971.
6. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 63, 1993, 1972.
7. А. Б. Мигдал, Письма ЖЭТФ, 18, 443, 1973.
8. А. В. Migdal, Preprint, Chernogolovka, 1973.
9. А. В. Migdal, N. A. Kirichenko, G. A. Sorokin, Preprint, Chernogolovka, 1974.
10. А. Б. Мигдал, О. А. Маркин, И. Н. Мишустин, ЖЭТФ, 66, 443, 1974.
11. А. Б. Мигдал, Н. А. Кириченко, Г. А. Сорокин, Письма ЖЭТФ, 19, 326, 1974.
12. А. Б. Мигдал, Письма ЖЭТФ, 19, 539, 1974.
13. R. F. Sawyer, Phys. Ref. Lett., 29, 382, 1972.
14. D. J. Scalapino, Phys. Ref. Lett., 29, 386, 1972.
15. J. Kogut, J. T. Manassah, Phys. Lett., 41A, 129, 1972.
16. R. F. Sawyer, D. J. Scalapino, Phys. Ref., D7, 953, 1973.
17. R. F. Sawyer, A. C. Yao, Phys. Ref., D7, 1579, 1973.
18. R. F. Sawyer, Phys. Ref. Lett., 31, 1556, 1973.
19. J. Hartle, R. Sawyer, D. Scalapino, Preprint, 1974.
20. О. Маркин, И. Н. Мишустин, Письма ЖЭТФ, 20, 497, 1974.
21. М. А. Троицкий, Э. Е. Саперштейн, О. А. Маркин, И. Н. Мишустин, Письма ЖЭТФ, 21, 96, 1975.
22. Э. Е. Саперштейн, М. А. Троицкий, Письма ЖЭТФ, 21, 138, 1975.
23. Г. А. Сорокин, Письма ЖЭТФ, 21, 312, 1975.
24. Г. П. Алоджанц, Д. М. Седракан, Э. В. Чубарян, Астрофизика, 9, 581, 1973.
25. H. A. Bette, G. Borner, K. Sato, Astron. Astrophys., 7, 279, 1970.
26. В. А. Володин, Д. А. Куржниц, Письма ЖЭТФ, 13, 450, 1971.
27. G. Baum, H. A. Bette, C. J. Pethick, Nucl. Phys., A175, 225, 1971.
28. J.-R. Buchler, Z. Barkat, Phys. Ref. Lett., 27, 48, 1971.
29. Z. Barkat, J.-R. Buchler, L. Ingber, Ap. J., 176, 723, 1972.
30. Ю. Л. Варганян, Н. К. Овакимова, Астрон. ж., 49, 306, 1972.
31. С.-К. Ау, G. Baum, Nucl. Phys., A236, 500, 1974.
32. Р. М. Авакян, Ю. Л. Варганян, Г. С. Саакян, Сообщ. Бюраканской обс., 43, 57, 1971.
33. А. В. Migdal, Phys. Lett., 45B, 48, 1973.
34. А. В. Migdal, Nucl. Phys., A210, 421, 1973.