АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13 МАЙ, 1977 ВЫПУСК 2

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ В ГАЛАКТИКАХ

С. А. КАПЛАН, Р. С. ОГАНЕСЯН, М. Г. АБРАМЯН

Поступила 12 марта 1976
Пересмотрена 1 сентября 1976

В работе рассмотрены основные свойства статистического распределения межзвездного газа с дифференциальным вращением в сфероидальных галактиках.

Установлены законы распределения плотности и анизотропности давления, а также определены возможные равновесные формы межзвездной массы.

Межзвездный газ в галактиках можно рассматривать как пространственно-ограниченные скопления, статистические, термодинамические и глобальные свойства которых диктуются внутренними и внешними силами. Гравитационные взаимодействия между частицами этого газа относятся к внутренним силам, а их взаимодействие с регулярным силовым полем галактики — к внешним.

Решающую роль в поведении межзвездного газа могут играть также космические протяженные магнитные поля.

Для объяснения наблюдаемых равновесных форм распределения звездных подсистем и системы межзвездной среды в эллиптических и спиральных галактиках, в работах [1—3] на основе классической теории жидких вращающихся фигур была начата разработка теории взаимопроникающих вложенных фигур равновесия. Было показано, что твердотельно вращающаяся однородная масса, вложенная в сфероидальную звездную систему, может принимать форму сфероидов, трехосных эллипсоидов, плоских дисков и двуполостных гиперболоидов вращения.

Нахождение статистического распределения частиц межзвездного газа с дифференциальным вращением, установление его локальных термодинамических характеристик и объяснение возможных равновесных структур межзвездной среды на основе точной кинетической теории представляют большой интерес с точки зрения астрофизики. Этим вопросам посвящена настоящая работа.

Предположим, что внутри некоторой сфероидальной галактики с однородным распределением плотности ρ_0 звездного населения и эксцентриситетом меридианного сечения e_0 имеется вращающаяся масса межзвездного газа. В основу теоретического рассмотрения свойств рассматриваемой системы можно положить кинетическое уравнение Власова [4]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\,\mathrm{grad}_{\vec{r}} f + \frac{1}{m}\,\mathrm{grad}\,(V_0 + V)\,\mathrm{grad}_{\vec{v}} f = 0, \tag{1}$$

$$\Delta V = -4\pi G \int\limits_{(\infty)} f(\vec{r}, \vec{v}, t)\, d\vec{v}, \tag{2}$$

где m — масса одной частицы, V_0 — гравитационный потенциал галактики во внутренней его точке, а V — самосогласованный потенциал межзвездной газовой компоненты. В изложенной формулировке задачи V_0 в кинетическом уравнении выступает в качестве потенциала внешнего по отношению к газовой массе регулярного силового поля.

Рассмотрим стационарное решение системы уравнений (1) и (2) для вложенного в сфероидальную галактику газа в предположении осевой симметрии. При этом в цилиндрической системе координат уравнение (1) примет вид [4]:

$$v_r \frac{\partial f}{\partial r} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial r}(V_0 + V)\frac{\partial f}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\varphi}{r}\frac{\partial f}{\partial v_\varphi} + \\ + \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial z}(V_0 + V)\frac{\partial f}{\partial v_z} = 0, \tag{3}$$

где V_0 определяется формулой [5]

$$V_0(r, z) = -\pi G \rho_0 (A_0 r^2 + C_0 z^2), \tag{4}$$

$$A_0 = 1 - \frac{1}{2} C_0 = \frac{\sqrt{1-e_0^2}}{e_0^3}\,(\arcsin e_0 - e_0 \sqrt{1-e_0^2}). \tag{5}$$

Следуя методу решения кинетического уравнения, изложенному в [4], нетрудно убедиться, что в нашем случае решение уравнения (3) для статистической функции распределения можно представить в виде

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = \rho_c \left(\frac{m}{2\pi\theta}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m v_r^2}{2\theta} - \left(\frac{m}{2\theta} + A r^2\right)(v_\varphi - u)^2 - \\ - \frac{m v_z^2}{2\theta}\right\} \exp\left\{S(r) + \frac{m}{\theta}(V_0 + V)\right\}. \tag{6}$$

Здесь ρ_c — плотность вложенной массы в центре сфероида, u и $S(r)$ — соответственно представляют линейную скорость вращения и «центробежный потенциал», определяемые формулами

$$u = \frac{\Omega_0 r}{1 + \dfrac{2\theta}{m} A r^2}, \qquad S(r) = \frac{m}{2\theta} \; \frac{\Omega_0^2 r^2}{1 + \dfrac{2\theta}{m} A r^2}. \tag{7}$$

Отличие от нуля постоянной величины A в формулах (7) указывает на существование дифференциального вращения газа с угловой скоростью

$$\Omega(r) = \frac{\Omega_0}{1 + \alpha r^2}, \tag{7'}$$

где $\alpha = (2\theta/m)\,A$.

Существенно отметить, что дифференциальное вращение не вводится извне, а получается как следствие из самого решения кинетического уравнения. Функция распределения (6) по скоростям называется эллипсоидальной, поскольку дисперсия скоростей в азимутальном направлении отлична от дисперсии скоростей радиального и вертикального направлений. При подстановке $A = 0$ указанная анизотропия исчезает и получается твердотельное вращение вложенного межзвездного газа со сферическим распределением скоростей.

Используя функцию распределения (6), можно вычислить все термодинамические параметры межзвездного газа и установить их пространственное распределение в пределах звездной системы галактики.

Вычисляя плотность по формуле

$$\rho(r, z) = \int\limits_{(\infty)} f(\vec{r}, \vec{v})\, d\vec{v},$$

получаем

$$\rho(r, z) = \frac{\rho_c}{\sqrt{1 + \alpha r^2}} \exp\left\{ S(r) + \frac{m}{\theta}(V_0 + V) \right\}. \tag{8}$$

Сочетание уравнений (8) и (2) приводит к нелинейному дифференциальному уравнению для определения самосогласованного безразмерного потенциала φ вложенной массы:

$$\Delta\varphi + \lambda(r, z)\, e^{\varphi} = 0, \tag{9}$$

где введены обозначения:

$$\varphi = \frac{m}{\theta} V, \qquad \lambda(r, z) = \frac{4\pi G m \rho_c/\theta}{\sqrt{1 + \alpha r^2}} \exp\left\{ S - \frac{m}{\theta} V_0 \right\}. \tag{10}$$

Таким образом система уравнений (9), (8) и (6) полностью характеризует статистические и термодинамические свойства вложенного межзвездного газа. Решение уравнения (9) связано с большими трудностями, поэтому в конкретных случаях следует пользоваться приближенными и численными решениями.

Однако, при условии $V \ll V_0$, т. е. когда поведение вложенной массы полностью диктуется собственным вращением и регулярным гравитационным полем звездного сфероида, координатная часть функции распределения становится известной. При этом плотность распределения с учетом (4) и (5) примет вид

$$\rho(r, z) = \frac{\rho_c}{\sqrt{1 + \alpha r^2}} \exp\left\{\frac{m}{2\theta}\left(\frac{\Omega_0^2}{1 + \alpha r^2} - \Omega_*^2\right) r^2 - \frac{z^2}{D^2}\right\}, \tag{11}$$

где

$$\Omega_*^2 = 2\pi G \rho_0 A_0, \quad D^2 = \frac{\theta}{\pi G \rho_0 C_0 m}. \tag{12}$$

Свойства дифференциального вращения, которые отражены в эллипсоидальном характере статистической функции распределения, приводят к анизотропному давлению межзвездного газа. Подставляя функцию распределения в формулу

$$P_{ij} = \int\limits_{(\infty)} f(\vec{r}, \vec{v}) v_i v_j d\vec{v}$$

и проводя вычисления в цилиндрической системе координат (r, φ, z), получаем следующее выражение для тензора давления, представленного в форме диагональной матрицы:

$$P_{ij}(r, z) = \frac{\theta}{m} \rho(r, z) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{1 + \alpha r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где $\rho(r, z)$ определяется через (11).

Путем аналогичных вычислений можно найти также другие термодинамические функции.

При твердотельном вращении ($\alpha = 0$) давление становится скалярной величиной:

$$P_{ij} = \frac{\theta}{m} \rho(r, z) \delta_{ij}. \tag{14}$$

Скалярный характер давления приблизительно сохраняется также в области, близкой к оси вращения, т. е. при $\alpha r^2 \gg 1$, хотя $\alpha \neq 0$. В областях, лежащих вдали от оси вращения ($\alpha r^2 \gg 1$), аксиальная компонента тензора давлений $P_{\varphi\varphi}$ становится обратно пропорциональной квадрату расстояния и исчезает быстрее по сравнению с остальными компонентами.

Далее, рассмотрим возможные равновесные формы распределения межзвездного газа в сфероидальных галактиках в приближении $V \ll V_0$. Существенно отметить, что закон распределения плотности вложенной массы, определяющийся формулой (11), справедлив только в пределах звездного сфероида, где плотность монотонно зависит от пространственных координат и нигде в указанной области не обращается в нуль. Другими словами, нет резкой граничной поверхности, включающей в себя полную массу вложенного газа. Однако с любой точностью можно определить эффективные размеры объема, занимаемого основной массой этого газа, и в этом же приближении определить конфигурацию образования. Определим «фигуру равновесия» вложенной массы как поверхность, на которой ее плотность уменьшается в «е» раз.

При этом «фигура равновесия» твердотельно вращающейся вложенной массы есть поверхность, уравнение которой с учетом (11) имеет вид

$$-\frac{m}{2\theta}(\Omega_0^2 - \Omega_*^2)\, r^2 + \frac{\pi G \rho_0 C_0 m}{\theta} z^2 = 1. \qquad (15)$$

Из (15) видно, что величины

$$a = [2\theta / m\,(\Omega_*^2 - \Omega_0^2)]^{1/2}, \qquad D = [\theta / \pi G m \rho_0 C_0]^{1/2} \qquad (16)$$

фигурируют в качестве эффективных размеров вложенной газовой конфигурации. При $\Omega_0 \lesseqgtr \Omega_*$ формируются равновесные конфигурации соответственно типа сфероида, диска с эффективной полутолщиной D и двуполостного гиперболоида вращения [6].

В общем случае, когда вложенная масса обладает дифференциальной скоростью вращения, вертикальная зависимость плотности распределения (11) остается неизменной: $\exp\{-z^2/D^2\}$, а радиальная зависимость существенно меняется, в зависимости от знака выражения:

$$\frac{\Omega_0^2}{1 + \alpha r^2} - \Omega_*^2. \qquad (17)$$

Действительно, при $\Omega_0 < \Omega_*$ знак выражения (17) для любых r и α всегда отрицателен и плотность убывает по радиальному направлению. При этом «фигура равновесия» замыкается на близких расстояниях от оси вращения. Если $\Omega_0 > \Omega_*$, вышеуказанное выражение в центральных областях галактики положительно, а при больших расстояниях от оси вращения становится отрицательным. Следовательно, плотность вложенной массы до некоторого расстояния r_m растет, а затем убывает. Расстояние r_m, на котором плотность принимает максимальное значение, находим из условия $\partial\rho/\partial r = 0$, которое дает:

$$r_m^2 = \frac{\beta}{2m\Omega_0^2} - \frac{1}{\alpha} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4m^2\Omega_0^4} + \frac{\Omega_0^2}{\alpha^2\Omega_1^2}}. \tag{18}$$

Наконец, определим общую форму равновесного распределения вложенной массы с учетом дифференциального вращения. Поверхность, на которой плотность вложенной массы уменьшается в «e» раз, в этом случае выражается формулой.

$$z^2 = D^2\left\{1 - \frac{1}{2}\ln(1 + \alpha r^2)\right\} + \frac{\Omega_0^2 - \Omega_1^2(1 + \alpha r^2)}{2\pi G\rho_0 C_0(1 + \alpha r^2)} r^2. \tag{19}$$

В общем виде уравнение (19) описывает замкнутую фигуру. В зависимости от значения параметров, входящих в (15), вид фигуры и ее эффективные размеры меняются. Интересно, что в центральных областях галактики ($r < r_m$) эту поверхность можно аппроксимировать поверхностью двуполостного гиперболоида вращения, а на больших расстояниях ($r > r_m$) — сфероида. Полученную пространственно-ограниченную форму вложенной массы назовем замкнутой гиперболоидальной фигурой. Однако очевидно, что замкнутые гиперболоиды окажутся «фигурами равновесия» вложенной массы, если его эффективные размеры не превосходят размеров звездного сфероида. Все зависит от величины параметра дифференциального вращения α. Ясно, что при условии $\alpha R_0^2 \gg 1$, где R_0 — экваториальный радиус звездного сфероида, замкнутые гиперболоиды всегда являются «фигурами равновесия», т. е. они целиком заключены внутри звездного сфероида. При условии же $\alpha R_0^2 \ll 1$ (т. е. внутри звездного сфероида вращение имеет твердотельный характер!) «фигуру равновесия» вложенной массы в пределах рассматриваемой области можно аппроксимировать фигурой двуполостного гиперболоида вращения (ДГВ-фигура), в которой плотность массы растет в радиальном направлении экспоненциально ($r_m \sim R_0$) [6]. При этом (и во всех случаях, когда линейные размеры вложенной фигуры превосходят размеры звездного сфероида) для определения формы распределения межзвездной среды во внешней области звездного сфероида следует пользоваться довольно сложной формулой для потенциала сфероидальной массы во внешней ее точке.

Ясно, что в случае $\alpha R_0^2 \ll 1$ в центральных областях галактики должна быть сосредоточена незначительная часть массы межзвездной среды. Действительно, такие структурные особенности распределения межзвездной среды в галактиках наблюдаются. Например, галактика NGC 4594 (Sa). Эта галактика видна почти с ребра и выделяется мощной полосой поглощающей материи вдоль экватора. Она обладает необычайно большим звездным сфероидом, которому соответствует эксцентриситет $e_0 \sim 0.78$.

При детальном анализе распределения яркости в темной экваториальной полосе ван Хутаном [7] была найдена оптическая толщина межзвездной среды на разных расстояниях от оси вращения галактики. Оказалось, что практически вся масса межзвездной среды находится в области, заключенной между 8 и 33 *кпс* от центра, если принять расстояние до галактики равным 16.8 *Мпс*.

На фотоснимках NGC 4594 темную экваториальную полосу можно аппроксимировать фигурой ДГВ. Правда, не исключается возможность, что наблюдаемая общая форма распределения межзвездной среды в виде ДГВ-фигуры отчасти связана с большей концентрацией светящейся материи в центральной области галактики и поэтому может оказаться оптическим эффектом. Однако более вероятным кажется, что наблюдаемая ДГВ-форма распределения межзвездной среды соответствует реальной действительности. В пользу этого говорит и результат ван Хутана. Действительно, в приближении твердотельного вращения $(\alpha R_0^2 \ll 1)$ оценим порядок отношения массы межзвездного газа в центральной области (до радиуса $R_1 \sim 8$ *кпс*) галактики к массе газа, заключенной внутри звездного сфероида ($R_0 \sim 30$ *кпс*).

$$\frac{M(R_1)}{M(R_0)} = \frac{\int\limits_0^{R_1} \exp\{r^2/R^2\}\, r dr}{\int\limits_0^{R_0} \exp\{r^2/R^2\}\, r dr} \sim 10^{-7}.$$

Ввиду быстрой сходимости подынтегральной функции, мы интегрирование по z провели в пределах $(-\infty, \infty)$ и через R обозначили мнимую полуось гиперболоида: $R^2 = 2\theta/m\,(\Omega_0^2 - \Omega_*^2)$, для которой из фотоснимков установили значение $R \sim 7.5$ *кпс*.

Итак, если считать, что наблюдаемая ДГВ-форма распределения межзвездной среды в галактике NGC 4594 соответствует реальной действительности, то теория вложенных фигур в принципе дает объяснение наблюдательным данным ван Хутена. Отметим, что если бы межзвездная среда в галактике NGC 4594 была распределена дискообразно (согласно излагаемой теории она должна была бы вращаться с угловой скоростью Ω_*), то для отношения масс $M(R_1)/M(R_0)$ получили бы значение 0.07.

Наконец, полученный нами результат, согласно которому плотность дифференциально вращающейся межзвездной среды должна иметь максимум на некотором расстоянии r_m (см. формулу (18)) от оси вращения галактики, также не противоречит данным наблюдений. Применим формулу (18) для межзвездной среды нашей Галактики. Принимая $\theta/m \sim 10^{10} \div 10^{12}$ $см^2/сек^2$, $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{-24}$ $г/см^3$ и по данным [8, 9] определяя величину $\alpha \sim 0.02$ $кпс^{-2}$, $\Omega_0 \sim 1.7 \cdot 10^{-15}$ $сек^{-1}$, $\Omega_* \sim 0.8 \cdot 10^{-15}$ $сек^{-1}$, получим

$$r_m \sim \left(\frac{\Omega_0 - \Omega_*}{\alpha \Omega_*}\right)^{1/2} \sim 7 \text{ кпс}.$$

Известно, что действительно плотность массы межзвездной среды в нашей Галактике имеет максимум на расстоянии 4÷6 кпс от оси вращения.

НИРФИ, Горький
Ереванский государственный
университет

SOME QUESTIONS OF KINETIC THEORY OF DIFFERENTIALLY ROTATING INTERSTELLAR MEDIUM IN GALAXIES

S. A. KAPLAN, R. S. OGANESIAN, M. G. ABRAHAMIAN

The problem of the principal properties of statistical distribution of interstellar gas with differential rotation in the spheroidal galaxies is discussed.

The laws of the distribution of the density and pressure are established and also the possible equilibrium forms of interstellar mass are defined.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 10, 565, 1974.
2. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 11, 121, 1975.
3. *М. Г. Абрамян*, Астрофизика, 11, 487, 1975.
4. *А. А. Власов*, Статистические функции распределения, Наука, М., 1966.
5. *С. Чандрасекар*, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
6. *М. Г. Абрамян, Р. С. Оганесян*, Астрофизика, 13, 253, 1977.
7. *C. van Houten*, BAN, 16, 1, 1961.
8. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
9. *Т. А. Агекян*, Звездная динамика, в сб. «Курс астрофизики и звездной астрономии», под ред. А. А. Михайлова, т. 2, Физматгиз, М., 1962.