АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13 МАЙ, 1977 ВЫПУСК 2

МЕЖЗВЕЗДНАЯ СРЕДА В СФЕРОИДАЛЬНЫХ ГАЛАКТИКАХ

М. Г. АБРАМЯН, Р. С. ОГАНЕСЯН

Поступила 8 июля 1975
Пересмотрена 5 ноября 1975

В работе рассмотрен вопрос о возможных равновесных формах распределения вращающегося межзвездного газа в сфероидальных галактиках с учетом неоднородности и сжимаемости. Установлено, что без учета самогравитации межзвездного газа возможные формы распределения являются такими же, что и в случае однородной несжимаемой модели (сфероиды, плоские диски, двуполостные гиперболоиды), однако учет неоднородности позволяет получить информацию о характерных геометрических размерах этих фигур.

При исследовании малых возмущений дискообразного слоя межзвездного газа получен полный спектр частот рассматриваемых возмущений и установлена устойчивость этой формы.

Распределение межзвездной среды в спиральных галактиках, как правило в целом, встречается в виде определенных равновесных форм. Известно, что в нашей Галактике межзвездный газ образует нечто вроде круглого диска радиусом около 15 *кпс*. Интересно, что этот диск не плоский. В центральной части диска его толщина очень невелика, около 100 *пс*, но с удалением от центра толщина увеличивается, достигая 2—3 *кпс* по краям [1]. Для объяснения глобального характера распределения межзвездной среды и звездных подсистем, в работах [2—4] была начата разработка нового раздела теории фигур равновесия вращающихся двухкомпонентных однородных масс, а именно, теории фигур равновесия вложенных конфигураций, где рассматривается случай, когда одна гравитирующая масса находится внутри другой гравитирующей конфигурации иной формы и с другим вращением.

В настоящей работе развивается эта теория с учетом неоднородности вложенной массы — межзвездной среды. При этом состояние межзвездного газа предполагается изотермическим:

$$p = c^2 \rho, \tag{1}$$

где $c = \sqrt{kT/m}$ — скорость звука, ρ, p — соответственно плотность и давление межзвездного газа.

Форму звездной компоненты галактики будем считать сфероидом с однородной плотностью массы ρ_0 и эксцентриситетом меридианного сечения e_0. Так что потенциал регулярного гравитационного поля звездной компоненты галактики во внутренней ее точке будет

$$V_0(r,\ z) = -\pi G \rho_0 [A_0 r^2 + C_0 z^2], \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{\sqrt{1-e_0^2}}{e_0^3} (\arcsin e_0 - e_0 \sqrt{1-e_0^2}), \\ C_0 &= \frac{2}{e_0^3} (e_0 - \sqrt{1-e_0^2} \arcsin e_0). \end{aligned} \tag{3}$$

Рассмотрим случай, когда поведение межзвездного газа в основном диктуется регулярным гравитационным полем сфероидальной звездной системы и собственным вращением газа Ω, которое предполагается твердотельным. Так что эффектами самогравитации межзвездного газа в этой работе пренебрегается.

1. *Возможные равновесные формы распределения межзвездного газа.* Уравнение гидростатического равновесия межзвездного газа в регулярном гравитационном поле галактики во вращающейся (вокруг оси z) системе координат имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = \nabla \left[V_0(v,\ z) + \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \right]. \tag{4}$$

Проинтегрируя это уравнение с учетом (1), (2) и граничного условия для плотности:

$$\rho(0,\ 0) = \rho_c, \tag{5}$$

находим выражение, определяющее распределение плотности массы межзвездного газа:

$$\rho(r,\ z) = \rho_c \exp \left\{ \frac{\Omega^2 - 2\pi G \rho_0 A_0}{2c^2} r^2 - \frac{\pi G \rho_0 C_0}{c^2} z^2 \right\}. \tag{6}$$

Фигуру равновесия межзвездного газа можно определить как поверхность, на которой плотность массы уменьшается в e раз:

$$\frac{\pi G \rho_0 C_0}{c^2} z^2 - \frac{\Omega^2 - 2\pi G \rho_0 A_0}{2c^2} r^2 = 1. \qquad (7)$$

Как видно из полученного уравнения, в зависимости от знака величины

$$\Omega^2 - 2\pi G \rho_0 A_0$$

возможны следующие равновесные формы распределения межзвездного газа внутри сфероидальных галактик:

а) Сфероиды. При выполнении условия

$$\Omega^2 < \Omega_*^2 \equiv 2\pi G \rho_0 A_0 \qquad (8)$$

поверхности равной плотности являются сфероидами. В частности, из (7) находим:

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{D^2} = 1, \qquad (9)$$

где a и D — полуоси вложенного сфероида, на котором плотность газа уменьшается в e раз:

$$a^2 = \frac{2c^2}{\Omega_*^2 - \Omega^2}; \qquad D^2 = \frac{c^2}{\pi G \rho_0 C_0}. \qquad (10)$$

Существенно отметить, что характеристический параметр Ω_* целиком определяется параметрами звездной компоненты галактики.

Для плотности распределения межзвездного газа получаем формулу:

$$\rho(z, r) = \rho_c e^{-\frac{r^2}{R^2} - \frac{z^2}{D^2}}. \qquad (11)$$

Отметим, что $a \geqslant D$. Причем знак равенства имеет место в случае $e_0 = 0$ и $\Omega = 0$, т. е. внутри сферических галактик не вращающийся межзвездный газ распределяется сферически-симметрично.

Малая полуось сфероида межзвездного газа не зависит от угловой скорости вращения, а большая полуось увеличивается с ростом Ω. Введя эксцентриситет меридианного сечения вложенного сфероида $e^2 = 1 - D^2/a^2$, с учетом (10) для связи физических параметров системы с геометрией, получим [2]

$$\Omega^2 = \pi G \rho_0 F_E(e, e_0), \qquad (12)$$

где

$$F_E(e, e_0) = 2 + \frac{2(2e^2 - 3)}{e_0^3}\left(e_0 - \sqrt{1 - e_0^2}\arcsin e_0\right).$$

б) Плоский диск ($\Omega=\Omega_*$) с эффективной толщиной $2D$ [5]. При этом для плотности распределения межзвездного газа получим формулу

$$\rho(z)=\rho_c e^{-\frac{z^2}{D^2}}. \tag{13}$$

Как видно из (13) плотность распределения межзвездного газа в этом частном случае зависит только от координаты z, не чувствуя остальных направлений и границ галактики. Получается пространственно-ограниченное в одном направлении образование, эквивалентное плоскому слою [5, 7].

В качестве иллюстрации вычислим толщину $2D$ для межзвездного газа нашей Галактики. Известно, что Галактика имеет форму сильно сплюснутого сфероида с отношением полуосей, равным 1/12 ($e_0\simeq 0.9965$). Принимая далее, что $\rho_0\simeq 6\cdot 10^{-24}$ $г/см^3$; $(kT)/m\sim 10^{12}$ $см^2/сек^2$, для искомой величины находим $2D\approx 105$ $пс$.

в) Двуполостный гиперболоид вращения (ДГВ-фигура). При этом поверхность, на которой плотность газа уменьшается в e раз, определяется уравнением

$$\frac{z^2}{D^2}-\frac{r^2}{R^2}=1, \tag{14}$$

где R — мнимая полуось гиперболоида $R^2=2c^2/(\Omega^2-\Omega_*^2)$. Плотность распределения межзвездного газа в этом случае дается формулой

$$\rho(r,z)=\rho_c e^{\frac{r^2}{R^2}-\frac{z^2}{D^2}}, \tag{15}$$

откуда видно, что в радиальном направлении плотность увеличивается по экспоненциальному закону благодаря сравнительно быстрому вращению. Введя обратную величину эксцентриситета гиперболоида $\tau^2=D^2/(D^2+R^2)$, получим связь физических параметров системы с геометрией ДГВ-фигуры [3]

$$\Omega^2=\pi G\rho_0 F_S(\tau, e_0), \tag{16}$$

где

$$F_S(\tau, e_0)=2+2\,\frac{1-3\tau^2}{1-\tau^2}\left(\frac{\sqrt{1-e_0^2}}{e_0^3}\arcsin e_0-\frac{1}{e_0^2}\right). \tag{17}$$

Как видно из полученных результатов, учет неоднородности не меняет критическое значение угловой скорости Ω_*, при котором происходит переход от сфероидальных к ДГВ-фигурам равновесия, а также остаются неизменными формулы (12) и (17) [2, 3].

Однако учет неоднородности приводит к тому, что, имея физические параметры системы, мы можем с помощью формул (10) и (15) точно вычислить эффективные полуоси вложенных фигур равновесия (как сфероидов, так и плоских дисков и ДГВ). Напомним, что без учета неоднородности вложенной массы эти величины оставались бы неопределенными и теория дала возможность определить лишь значения эксцентриситетов этих фигур.

2. *Устойчивость вложенных дискообразных фигур.* Перейдем к исследованию вопроса устойчивости дискообразного распределения межзвездной среды методом теории малых колебаний. Важность рассмотрения такой задачи заключается в том, что на основе исследования неустойчивости слоя межзвездной среды делаются соответствующие космогонические выводы относительно происхождения звездных систем, спиральной структуры галактик и т. д.

После линеаризации основного уравнения движения получим [6]

$$\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = \frac{\delta\rho}{\rho^2} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \delta p + 2 \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\xi} \vec{\Omega}_*], \tag{18}$$

где $\delta\rho$, δp — эйлеровые изменения плотности и давления межзвездного газа:

$$\delta\rho = -\operatorname{div} \rho \vec{\xi}, \quad \delta p = c^2 \delta\rho, \tag{19}$$

а ρ и Ω_* для дискообразного распределения выражаются соответственно формулами (13) и (8). При получении уравнения (18) мы пользовались тем, что эйлерово изменение потенциала регулярного гравитационного поля звездной системы равно нулю: $\delta V_0 = 0$. С учетом (1), (19) и (13) легко показать, что

$$\frac{\delta\rho}{\rho^2} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \delta p = \nabla \Phi, \tag{20}$$

где

$$\Phi = c^2 \left\{ \operatorname{div} \vec{\xi} - \frac{2z}{D^2} \xi_z \right\}. \tag{21}$$

Действуя оператором rot на обе стороны уравнения (18), с учетом (20), получим:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \operatorname{rot} \vec{\xi} = 2 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} [\vec{\xi} \vec{\Omega}_*], \tag{22}$$

z-компонента которого дает

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\mathrm{rot}_z\,\vec{\xi} = -2\Omega_*\frac{\partial}{\partial t}\left(\mathrm{div}\,\vec{\xi} - \frac{\partial \xi_z}{\partial z}\right). \tag{23}$$

Продифференцируя с учетом (20) x-компоненту уравнение (18) по x, t; y-компоненту — по y, t и суммируя, получим

$$\frac{\partial^3}{\partial t^3}\left(\mathrm{div}\,\vec{\xi} - \frac{\partial \xi_z}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial \Phi}{\partial t} + 2\Omega_*\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\mathrm{rot}_z\,\vec{\xi}. \tag{24}$$

Исключая из (23) и (24) член, содержащий $\mathrm{rot}_z\,\vec{\xi}$, находим одно уравнение для определения $\vec{\xi}$

$$\left(\frac{\partial^3}{\partial t^3} + 4\Omega_*^2\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\mathrm{div}\,\vec{\xi} - \frac{\partial \xi_z}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial \Phi}{\partial t}. \tag{25}$$

Вторым уравнением является z-компонента уравнения (18) с учетом (20)

$$\frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \tag{26}$$

Представим решения уравнений (25), (26) в виде [7]

$$\begin{aligned} \xi_z &= \xi(z)\exp\{i(\omega t + k_1 x + k_1 y)\},\\ \mathrm{div}\,\vec{\xi} &= \varphi(z)\exp\{i(\omega t + k_1 x + k_1 y)\}. \end{aligned} \tag{27}$$

Подставляя (27) в уравнение (25) и (26), для определения функции $\varphi(z)$ и $\xi(z)$ получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$-\frac{\omega^2}{c^2}\xi(z) = \frac{d\varphi}{dz} - \frac{2}{D^2}\xi(z) - \frac{2z}{D^2}\frac{d\xi}{dz}, \tag{28}$$

$$\varphi(z) = \frac{k^2c^2}{k^2c^2 - \omega_*^2}\frac{2z}{D^2}\xi(z) - \frac{\omega_*^2}{k^2c^2 - \omega_*^2}\frac{d\xi}{dz}, \tag{29}$$

где ввели обозначения

$$\omega_*^2 = \omega^2 - 4\Omega_*^2; \quad k^2 = k_1^2 + k_2^2. \tag{30}$$

Подставляя (29) в (28), получим уравнение относительно функции

$$\frac{d^2\xi}{dz^2} - \alpha z\frac{d\xi}{dz} - (\alpha - \beta)\xi = 0, \tag{31}$$

где

$$\alpha = \frac{2}{D^2}, \quad \beta = \frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{\omega_*^2 - k^2c^2}{\omega_*^2}. \tag{32}$$

Полученное уравнение (31) легко приводится к уравнению Куммера (относительно переменной z^2/D^2), общее решение которого имеет вид

$$\xi(z) = C_1 F\left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\alpha}, \frac{1}{2}, \frac{z^2}{D^2}\right) + CzF\left(1 - \frac{\beta}{2\alpha}, \frac{3}{2}, \frac{z^2}{D^2}\right), \tag{33}$$

где $F(a, b, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, а C_1, C — постоянные коэффициенты.

Требование симметричности задачи относительно плоскости $z=0$, дает $C_1=0$, так что для вертикальных смещений получим

$$\xi_z(x, y, z, t) = CzF\left(1 - \frac{\beta}{2\alpha}, \frac{3}{2}, \frac{z^2}{D^2}\right) \exp\{i(\omega t + k_1 x + k_2 y). \tag{34}$$

Для определения смещений ξ_x и ξ_y, пользуясь x и y компонентами уравнения (18), с учетом (20) и (27), получим

$$\begin{aligned} \xi_x(x, y, z, t) &= -\frac{c^2}{\omega_*^2 - k^2c^2}\left(ik_1 + \frac{2k_2\Omega_*}{\omega}\right)\left(\frac{\partial\xi_z}{\partial z} - \frac{2z}{D^2}\xi_z\right), \\ \xi_y(x, y, z, t) &= -\frac{c^2}{\omega_*^2 - k^2c^2}\left(ik_2 - \frac{2k_1\Omega_*}{\omega}\right)\left(\frac{\partial\xi_z}{\partial z} - \frac{2z}{D^2}\xi_z\right), \end{aligned} \tag{35}$$

которые с учетом (21), (29) дают

$$\begin{aligned} \xi_y\omega^2 - 2i\omega\Omega_*\xi_x &= -ik_2\Phi, \\ \xi_x\omega^2 + 2i\omega\Omega_*\xi_y &= -ik_1\Phi, \end{aligned} \tag{36}$$

где функция $\xi(x, y, z, t)$ дается формулой (34).

Для получения спектра собственных частот рассматриваемых возмущений будем пользоваться условием конечности решений (34) и (36) при неограниченном возрастании координаты z [7]. Это требование приводит к следующему условию:

$$\frac{\beta}{2\alpha} = n, \quad \text{где} \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{37}$$

которое и дает искомый полный спектр частот или дисперсионное уравнение. При этом, как известно, вырожденная гипергеометрическая функция переходит в обобщенные полиномы Лагера

$$F\left(1 - n, \frac{3}{2}, \frac{z^2}{D^2}\right) \to L_{n-1}^{1/2}\left(\frac{z^2}{D^2}\right),$$

которое и удовлетворяет требованиям задачи.

Перейдем к исследованию дисперсионного уравнения (37), которое с учетом (30) и (32) принимает вид:

$$\omega^2 \frac{\omega^2 - 4\Omega_*^2 - k^2c^2}{\omega^2 - 4\Omega_*^2} = \frac{4c^2}{D^2} n. \tag{38}$$

Рассмотрим отдельно следующие частные случаи:

а) *Вертикальная пульсация дискообразного слоя межзвездного газа.* При этом, принимая $k_1 = k_2 = 0$, из (38) находим полный спектр собственных частот вертикальных пульсаций

$$\omega_n^2 = \frac{4c^2}{D^2} n = n\omega_0^2 C_0(e_0), \tag{39}$$

где мы учли обозначение (10) и ввели величину

$$\omega_0^2 = 4\pi G \rho_0. \tag{40}$$

Как видно из (39), основная мода частоты вертикальных пульсаций зависит от меры сплюснутости звездного сфероида и увеличивается с ее ростом.

б) *Медленное вращение дискообразного слоя* $(\Omega_* \to 0)$. Как видно из (8), в этом случае $A_0 \to 0$, т. е. когда галактика имеет форму диска ($e_0 \to 1$). При этом из (38) получаем

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \frac{4c^2}{D^2} n > 0 \tag{41}$$

откуда следует, что внутри сильно сплюснутой галактики несамогравитирующая дискообразная межзвездная среда устойчива.

В общем случае из (38) имеем уравнение

$$\omega^4 - \omega^2 \left(k^2 c^2 + 4\Omega_*^2 + \frac{4c^2}{D^2} n \right) + \frac{16 c^2 \Omega_*^2}{D^2} n = 0, \tag{42}$$

решение которого можно представить в виде

$$\omega = \pm \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{k^2 c^2 + 4\Omega_*^2 + \frac{4c^2}{D^2} n + \frac{4c\Omega_*}{D} \sqrt{n}} \pm \right.$$
$$\left. \pm \sqrt{k^2 c^2 + 4\left(\Omega_* - \frac{c}{D} \sqrt{n} \right)^2 + \frac{4c\Omega_*}{D} \sqrt{n}} \right\}. \tag{43}$$

Так как подкоренные выражения положительны, т. е. ω всегда действительная величина, то и в этом случае неустойчивость не возникает.

Таким образом, дискообразный слой межзвездного газа, самогравитацией которого можно пренебречь по сравнению с гравитацией звездной компоненты галактики, всегда устойчив.

Авторы благодарны проф. С. А. Каплану за постановку общей проблемы о возможных равновесных формах распределения межзвездной среды в галактиках.

Ереванский государственный
университет

INTERSTELLAR MEDIUM IN SPHEROIDAL GALAXIES

M. G. ABRAHAMIAN, R. S. OGANESIAN

The problem of possible equilibrium forms of distribution of rotating interstellar gas in the spheroidal galaxies is considered, taking into account inhomogeneity and compressibility. It is established that if one does not take into account the self-gravitation of inserstellar gas, the possible forms of distribution are the same as in the case of homogenious and incompressible model (spheroids, flat discs, hyperboloids of two sheets) but if one takes into account the inhomogeneity it becomes possible to obtain some information of the characters of geometrical values of those figures.

Investigating the problem of small perturbations of the discshape stratum of interstellar gas, the complete spectrum of frequences of the considered perturbation is obtained and the stability of this form is established.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. А. Каплан*, Элементарная радиоастрономия, Наука, М., 1966.
2. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 10, 121, 1974.
3. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 11, 121, 1975.
4. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 11, 319, 1975.
5. *А. А. Власов*, Статистические функции распределения, Наука, М., 1966.
6. *С. Чандрасекар*, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
7. *Р. С. Оганесян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 186, 1966.