

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

ФЕВРАЛЬ, 1977

ВЫПУСК 1

## ЛУЧИСТАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. Г. ПАВЛОВ, Д. Г. ЯКОВЛЕВ

Поступила 25 марта 1976

Получен закон лучистой теплопроводности в среде с магнитным полем. Найдены формулы для коэффициентов лучистой теплопроводности  $D_{\parallel}$  и  $D_{\perp}$  вдоль и поперек поля. Эти коэффициенты вычислены для свободно-свободных переходов при  $\hbar\omega_B \ll 7kT$  и  $\hbar\omega_B \gg 7kT$  ( $\omega_B$  — циклотронная частота). В первом случае магнитное поле приводит к уменьшению  $D_{\perp}$  на величину  $\sim (\hbar\omega_B/7kT)^2$ , практически не меняя  $D_{\parallel}$  (при заданных плотности и температуре). Во втором случае как  $D_{\perp}$ , так и  $D_{\parallel}$  растут  $\propto (\hbar\omega_B/kT)^2$ , причем  $D_{\perp} > D_{\parallel}$ . В оболочках белых карликов анизотропный характер переноса тепла в магнитном поле может приводить к гидродинамическим течениям типа меридиональной циркуляции.

1. *Введение.* Лучистый теплоперенос является одним из основных механизмов переноса энергии в звездах [1]. Он определяет распределение температуры и плотности, скорость остывания и другие параметры звезды. В связи с открытием магнитных белых карликов и нейтронных звезд с очень сильными магнитными полями, достигающими соответственно  $10^9$  и  $10^{11}$  гаусс, встает вопрос о влиянии таких полей на процесс лучистой теплопроводности.

Этот вопрос до настоящего времени детально не рассматривался. В [2] была получена грубая оценка для коэффициентов поглощения фотонов в очень сильном магнитном поле  $\omega_B \gg \omega$  ( $\omega_B$  — электронная циклотронная частота,  $\omega$  — частота излучения). Эта оценка была использована в [3] для иллюстрации факта увеличения скорости остывания нейтронных звезд из-за наличия сильного магнитного поля  $\hbar\omega_B \gg kT$ . Используемый в [2, 3] подход является весьма приближенным. В частности, в этих работах не учитывалось то обстоятельство, что лучистая теплопроводность в магнитном поле носит тензорный характер.

В данной работе выводится уравнение лучистой теплопроводности в среде с магнитным полем (раздел 2). Это уравнение содержит два, вообще

говоря, различных коэффициента теплопроводности  $D_{\parallel}$  и  $D_{\perp}$  вдоль и поперек магнитного поля. При стремлении поля к нулю они переходят в обычный коэффициент лучистой теплопроводности  $D_0$ , определяемый через росселандово среднее [4].

В разделе 3 коэффициенты теплопроводности вычислены для случая, когда основным процессом взаимодействия излучения со средой являются свободно-свободные переходы (тормозные процессы). В сравнительно слабом поле  $h\omega_B \ll 7kT$  при данной температуре и плотности  $D_{\parallel}$  мало отличается от  $D_0$ , а  $D_{\perp}$  уменьшается на величину, пропорциональную  $(h\omega_B/7kT)^2$ . В очень сильном поле  $h\omega_B \gg 7kT$  как  $D_{\perp}$ , так и  $D_{\parallel}$  растут  $\propto (h\omega_B/7kT)^2$ , причем  $D_{\perp} > D_{\parallel}$ .

В разделе 4 указаны возможные эффекты, возникающие из-за влияния магнитного поля на лучистый теплоперенос во внешних слоях белых карликов и у поверхности нейтронных звезд. В частности, благодаря тому, что поток энергии излучения в магнитном поле не параллелен градиенту температуры, в белых карликах нарушается условие теплового равновесия вещества и возникают гидродинамические течения типа меридиональной циркуляции.

Отметим, что на перенос энергии частицами вещества (конвекция, электронная теплопроводность) магнитное поле может влиять в большей степени, чем на лучистый теплоперенос. Это влияние, однако, не существенно, если основная доля тепловой энергии переносится излучением.

2. Закон лучистой теплопроводности в магнитном поле. Для вывода закона лучистого теплопереноса в магнитном поле воспользуемся уравнениями переноса излучения. В анизотропной среде коэффициент поглощения излучения зависит от направления его распространения и поляризации. Поэтому вместо уравнений переноса для интенсивности излучения необходимо использовать систему уравнений переноса для поляризационной матрицы плотности излучения  $\rho_{\alpha\beta}(\mathbf{n}\omega\mathbf{r})$  ( $\mathbf{n}$  и  $\omega$  — направление распространения и циклическая частота излучения в точке  $\mathbf{r}$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  — поляризационные индексы) или параметров Стокса, являющихся линейными комбинациями элементов этой матрицы. Если среда настолько плотная, что функция распределения ее частиц определяется в основном столкновениями с другими частицами, а не взаимодействием их с излучением, то можно использовать приближение локального термодинамического равновесия. Уравнения переноса излучения в этом приближении имеют вид [5]:

$$(\mathbf{n}\nabla) \rho_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \sum_i (T_{\alpha\gamma} \rho_{\gamma\beta} + \rho_{\alpha\gamma} T_{\gamma\beta}^+) + \frac{1}{4} (T_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta}^+) B_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где  $T_{\alpha\beta}(\mathbf{n}\omega\mathbf{r})$  — матричный коэффициент поглощения (матрица переноса

са),  $B_\omega$  — функция Планка, индекс «+» означает эрмитовски сопряженную матрицу. Первое слагаемое в правой части (1) описывает поглощение излучения, второе — испускание (рассеянием мы пренебрегаем).

На большом оптическом расстоянии от границ среды излучение слабо отличается от планковского, так что

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} B_\omega + \Delta \rho_{\alpha\beta}, \quad |\Delta \rho_{\alpha\beta}| \ll B_\omega. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получим уравнение для матрицы  $\Delta \rho_{\alpha\beta}$ , описывающей незначительную по интенсивности добавку к планковскому излучению

$$\delta_{\alpha\beta} (n \nabla) B_\omega = - \sum_{\gamma} (T_{\alpha\gamma} \Delta \rho_{\gamma\beta} + \nabla_{\alpha\gamma}^{\rho} T_{\gamma\beta}^+). \quad (3)$$

Решение этого уравнения получается переходом к представлению нормальных волн [6, 7]:

$$\Delta \rho_{\alpha\beta} = - X_{\alpha j} (n \nabla) B_\omega, \quad X_{\alpha\beta} = \sum_{jk_1} u_{\alpha j} u_{j k_1}^{-1} u_{k_1}^{-1} u_{k_1 \beta} / (T_j + T_k). \quad (4)$$

Здесь  $u^{-1}$  — матрица, обратная  $u$ ;  $j, k = 1, 2$  — индексы необыкновенной и обыкновенной волн,  $u_{\alpha j}$  и  $T_j$  — собственные векторы и собственные значения матрицы  $T_{\alpha\beta}$ :

$$\sum_{\beta} T_{\alpha\beta} u_{\beta j} = T_j u_{\alpha j}. \quad (5)$$

Согласно (4), интенсивность излучения, описываемого матрицей плотности (2), равна

$$I(n \omega \mathbf{r}) = B_\omega - l(\omega n) \frac{\partial B_\omega}{\partial T} n \text{ grad } T, \quad l(\omega n) = \sum_{\alpha} X_{\alpha\alpha}. \quad (6)$$

Когда анизотропия коэффициентов переноса излучения определяется только магнитным полем, величина  $l(\omega n)$  имеет вид [7]:

$$l(\omega n) = l(\omega \mathfrak{D}) = \frac{k_I(k_I^2 + x_V^2 + x_Q^2)}{k_I^2(k_I^2 + x_V^2 + x_Q^2 - k_V^2 - k_Q^2) - (k_V x_V + k_Q x_Q)^2}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} 2k_I &= (k_{+1} + k_{-1})(1 + \cos^2 \vartheta) + k_0 \sin^2 \vartheta, \\ 2k_V &= (k_{+1} - k_{-1}) \cos \vartheta, & 4k_Q &= (2k_0 - k_{+1} - k_{-1}) \sin^2 \vartheta, \\ 2x_V &= (x_{+1} - x_{-1}) \cos \vartheta, & 4x_Q &= (2x_0 - x_{+1} - x_{-1}) \sin^2 \vartheta, \end{aligned} \quad (8)$$

$\vartheta$  — угол между направлением распространения излучения и магнитным полем, а коэффициенты  $k_{\mu}(\omega)$  и  $\chi_{\mu}(\omega)$  ( $\mu = 0, \pm 1$ ) связаны с диагональными элементами тензора поляризуемости среды  $\alpha_{\mu}(\omega)$  в циклических координатах соотношением:

$$k_{\mu}(\omega) + i\chi_{\mu}(\omega) = -2\pi i(\omega/c) \alpha_{\mu}(\omega). \quad (9)$$

Во многих практически важных случаях [8], поляризации нормальных волн ортогональны  $\left(\sum_{\alpha} u_{j\alpha}^+ u_{\alpha k} = \delta_{jk}\right)$ . Тогда

$$l(\omega\vartheta) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k^{(1)}} + \frac{1}{k^{(2)}} \right), \quad (10)$$

где

$$k^{(1,2)} = \text{Re } T_{1,2} = k_I \pm \text{Re} [(k_V + i\chi_V)^2 + (k_Q + i\chi_Q)^2]^{1/2} \quad (11)$$

— коэффициенты поглощения необыкновенной и обыкновенной волн. Из (10) ясно, что величина  $l(\omega\vartheta)$  имеет смысл средней для этих волн длины пробега фэгонов с частотой  $\omega$ , распространяющихся под углом  $\vartheta$  к магнитному полю.

Выражение  $nI(n\omega r)$ , проинтегрированное по всем частотам и направлениям распространения излучения, дает поток лучистой энергии  $J(r)$ , проходящей через точку  $r$ . Используя (6), получим закон лучистой теплопроводности в магнитном поле:

$$J = -D_{\parallel} \nabla_{\parallel} T - D_{\perp} \nabla_{\perp} T, \quad (12)$$

где

$$\nabla_{\parallel} T = b(b \nabla) T, \quad \nabla_{\perp} T = -b \times (b \times \text{grad } T) \quad (13)$$

— составляющие градиента температуры вдоль и поперек магнитного поля,  $b(r)$  — единичный вектор, направленный вдоль поля, а

$$D_{\parallel, \perp} = 4\pi \int_0^{\infty} d\omega \frac{\partial B_{\omega}}{\partial T} l_{\parallel, \perp}(\omega) \quad (14)$$

— коэффициенты лучистой теплопроводности вдоль и поперек поля, которые, вообще говоря, различны. Эти коэффициенты определяются величинами:

$$l_{\parallel}(\omega) = \int_0^{\pi/2} l(\omega\vartheta) \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta, \quad l_{\perp}(\omega) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} l(\omega\vartheta) \sin^3 \vartheta d\vartheta, \quad (15)$$

имеющими смысл пробега фотонов (7) с частотой  $\omega$ , усредненного по направлениям распространения фотонов с квадратом косинуса угла между направлением распространения и осью, направленной вдоль ( $\parallel$ ) или поперек ( $\perp$ ) магнитного поля. При этом  $l_{\parallel}(\omega) + 2l_{\perp}(\omega)$  — есть усредненный по направлениям пробег (7).

Коэффициенты теплопроводности можно представить в виде:

$$D_{\parallel, \perp} = 16 \sigma T^3 \bar{l}_{\parallel, \perp}, \quad (16)$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана, а величины

$$\bar{l}_{\parallel, \perp} = \frac{15}{4\pi^4} \int_0^{\infty} l_{\parallel, \perp}(v) \frac{v^4 e^{-v}}{(1 - e^{-v})^2} dv, \quad v = \frac{\hbar\omega}{kT} \quad (17)$$

представляют собой росселандовы средние [4] от величин (15).

В отсутствие магнитного поля

$$k^{(1, 2)} = k_{\mu} = k, \quad \chi_{\perp} = \chi, \quad l_0 = 1/k, \quad l_{\parallel} = l_{\perp} = l_0/3 \quad (18)$$

и (12), (14) переходят в известные формулы [4] изотропной лучистой теплопроводности:

$$j = -D_0 \text{grad } T, \quad D_0 = D_{\parallel} = D_{\perp} = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} d\omega \frac{\partial B_{\omega}}{\partial T} l_0(\omega). \quad (19)$$

Отметим, что если коэффициент поглощения одной из нормальных волн много меньше, чем у другой, то, согласно (10), процесс теплопереноса осуществляется квантами именно этой волны.

3. Коэффициенты лучистой теплопроводности для свободно-свободных переходов. Вычислим коэффициенты лучистой теплопроводности для случая, когда основной вклад в поглощение излучения вносят свободно-свободные переходы в магнитоактивной плазме. При этом условии величины (9) можно записать в виде [9]:

$$k_{\mu} = \frac{\omega_p^2 \nu_{\mu} kT}{c(\omega - \mu\omega_B)^2 \hbar\omega} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT}\right) \right], \quad \chi_{\mu} = \frac{\omega_p^2}{c(\omega - \mu\omega_B)}, \quad (20)$$

где  $\omega_p = (4\pi Ne^2/m_e)^{1/2}$  и  $\omega_B = eB/m_e c$  — плазменная и циклотронная электронные частоты, а  $\nu_0 = \nu_{\parallel}$  и  $\nu_{+1} = \nu_{-1} = \nu_{\perp}$  — величины, которые при  $\hbar\omega \ll kT$  имеют смысл эффективных частот столкновений вдоль и поперек магнитного поля  $B$ . Величины  $\nu_{\mu}$ , вообще говоря, зависят от  $B$  и  $\omega$ .

Ограничимся практически интересным случаем  $\omega \gg v_{\perp}$ ,  $\omega_B \gg v_{\perp}$  и  $|\omega - \omega_B| \gg v_{\perp}$ . В этом случае формулы (20) справедливы для достаточно разреженной плазмы, когда  $|x_{\perp}| \ll \omega/c$  и показатели преломления нормальных волн слабо отличаются от единицы. При этом поляризации нормальных волн ортогональны [7]. При сделанных ограничениях в формуле (7) можно пренебречь величинами  $k_{i,Q,V}^2$  по сравнению с  $x_Q^2 + x_V^2$ . Учитывая кроме того (20), получим явное выражение для пробега фотонов:

$$l(\omega\vartheta) = [v^{(0)} I_0(\omega)/2v_{\parallel} A(\beta\vartheta)] [(1 - \beta^2)^2 \sin^2 \vartheta + \xi(1 + \beta^2)(1 + \cos^2 \vartheta)] (4 \cos^2 \vartheta + \beta^2 \sin^4 \vartheta), \quad (21)$$

$$A(\beta\vartheta) = (1 - \beta^2)^2 \cos^2 \vartheta \sin^4 \vartheta + \xi [2(1 + \cos^2 \vartheta) \cos^2 \vartheta + \beta^2(1 + 4 \cos^2 \vartheta - \cos^4 \vartheta) + \beta^4 \sin^4 \vartheta] \sin^2 \vartheta + \xi^2 [(1 + \cos^2 \vartheta)^2 + \beta^2 \sin^4 \vartheta] \cos^2 \vartheta,$$

где  $\beta = \omega_B/\omega$ ,  $\xi = v_{\perp}/v_{\parallel}$ , а  $v^{(0)} = v_{\parallel} = v$  при  $B = 0$ . Это выражение заметно упрощается, если  $\xi = 1$ .

Если  $\hbar\omega \gg kT$ , а величины  $v_{\perp}$  не зависят от  $\omega$ , то  $l(\omega\vartheta) \propto \omega^3$  при  $\beta \ll 1$  и  $l(\omega\vartheta) \propto \omega$  при  $\beta \gg 1$ . Следовательно, как и обычно при усреднении по методу Росселанда [4], существенный вклад в интегралы (17) вносят значения  $\nu \sim 5 - 7$ . Это значит, что перенос тепла осуществляется фотонами с энергией

$$\hbar\omega \sim (5 - 7) kT, \quad (22)$$

в несколько раз превышающей тепловую. Учет зависимости  $v_{\perp}$  от  $\omega$  не изменит эту оценку.

Прежде чем интегрировать по  $\omega$  в (14), вычислим величины  $l_{\parallel,\perp}(\omega)$ . Расчет их при произвольной частоте требует численного интегрирования (15). Мы рассмотрим наиболее интересные области частот: (А)  $\omega \gg \omega_B$  и (Б)  $\omega \ll \omega_B$ . Для удобства представим искомые величины в виде

$$l_{\parallel,\perp}(\omega) = (1/3) I_0(\omega) \eta_{\parallel,\perp}(\omega). \quad (23)$$

Вся зависимость коэффициентов теплопроводности от магнитного поля содержится теперь в  $\eta_{\parallel,\perp}$  причем, если  $B = 0$ , то  $\eta_{\parallel,\perp} = 1$ .

(А). При  $\omega_B \ll \omega$  ( $\beta \ll 1$ ) можно считать  $v_{\parallel} \simeq v_{\perp} \simeq v^{(0)}$ . Магнитное поле в данном случае лишь незначительно влияет на пробег фотонов (21). С точностью до слагаемого  $\propto \beta^4$ :

$$l(\omega\vartheta) = I_0(\omega) [1 + (\beta^2/2)(5 \cos^2 \vartheta - 3) + (\beta^4/4)(7 - 9 \cos^2 \vartheta) \sin^2 \vartheta]. \quad (24)$$

Здесь слабое, содержащее  $\beta^4$ , является не совсем правильным в узком интервале углов  $\vartheta - (\pi/2) \leq \beta$ , который не дает существенного вклада при интегрировании (15). Подставляя (24) в (15) и учитывая (23), получим:

$$\eta_{\parallel} = 1 + (11/35)\beta^4, \quad \eta_{\perp} = 1 - \beta^2 + (8/7)\beta^4. \quad (25)$$

Отметим, что поляризации нормальных волн в рассматриваемом случае близки к циркулярным.

(Б). При  $\omega_B \gg \omega$  ( $\beta \gg 1$ ) магнитное поле сильно влияет на пробег фотонов (21) и

$$l(\omega\vartheta) = (\beta^2 v_0(\omega) v^{(0)}/2v_1) \sin^2 \vartheta (\xi \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta)^{-1}. \quad (26)$$

Коэффициенты поглощения нормальных волн (11) для данного случая вычислены в [10]. Как следует из результатов этой работы,  $k^{(1)} \ll k^{(2)}$ , поляризации нормальных волн линейны, а длина пробега (26)  $l \approx 1/2k^{(1)}$  определяется необыкновенной волной. Формула (26) не применима в узких интервалах углов  $\sin \vartheta < \beta^{-1/2}$  (где  $l$  является резкой функцией  $\vartheta$ ), которые, однако, вносят пренебрежимо малый вклад в интегралы (15). Вычисляя эти интегралы, получим:

$$\eta_{\perp, \parallel} = \beta^2 (v^{(0)}/v_1) f_{\perp, \parallel}(\xi), \quad (27)$$

$$f_{\parallel}(\xi) = \frac{1}{2(\xi-1)^2} \left( \xi + 2 - 3 \sqrt{\frac{\xi}{|\xi-1|} F} \right), \quad (28)$$

$$f_{\perp}(\xi) = \frac{1}{4(\xi-1)^2} \left( 2\xi - 5 + \frac{3F}{\sqrt{\xi|\xi-1|}} \right),$$

где

$$F = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{\xi} + \sqrt{\xi-1}}{\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi-1}} \right), \quad \text{если } \xi \geq 1;$$

$$F = \arctg \sqrt{\frac{1-\xi}{\xi}}, \quad \text{если } \xi < 1.$$

Графики функций (28) изображены на рис. 1.

Ввиду условия (22) значения  $\beta \gg 1$  важны при  $\hbar\omega_B \gg kT$ . При таком условии движение электронов плазмы в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, становится квантованным. Вследствие этого величины  $v_{\perp, \parallel}$  зависят от  $B$  и  $\omega$ . При не слишком больших значениях  $\beta > 1$  величина  $v_{\perp}$  может несколько превышать  $v_1$  ( $\xi \leq 1$ ) [9]. Если  $\beta \gg 1$ , то [10]:

$$v_{\parallel} \rightarrow 3v^{(0)}/2, \quad v_{\perp} \rightarrow (3v^{(0)}/4) (\ln \beta - C - 1) \quad (29)$$

и тогда с ростом  $\beta$  значение  $\xi$  логарифмически растет (здесь  $C=0.577$  — постоянная Эйлера). При этом  $f_{\perp} \rightarrow f_{\parallel}$  (рис. 1). Остановимся кратко на промежуточной области частот  $\omega_B \gg |\omega - \omega_B| \gg \nu_{\perp}$  ( $\beta \sim 1$ ). В этой области коэффициент поглощения (11)  $k^{(1)}$  испытывает циклотронный

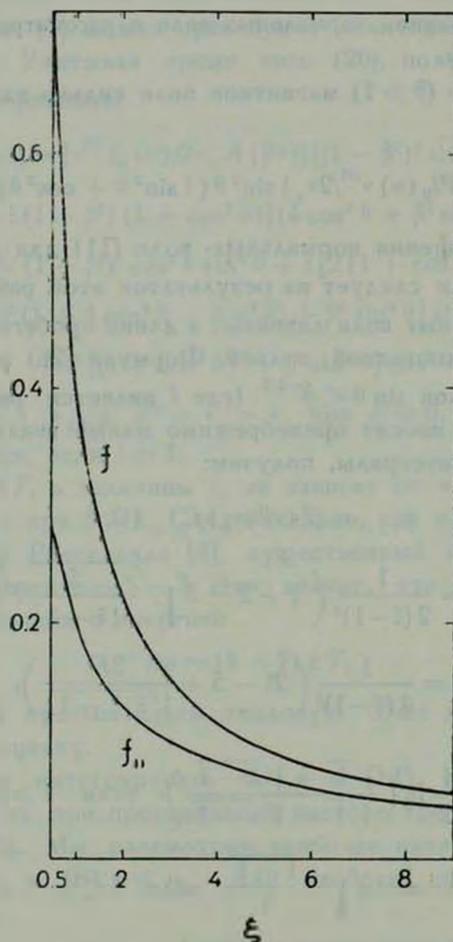


Рис. 1. Зависимость функций  $f_{\perp, \parallel}$  (см. (28)) от  $\xi = \nu_{\perp} / \nu_{\parallel}$ .

резонанс, а  $k^{(2)}$  — нет. Поэтому пробег (21) вблизи резонанса определяется квантами обыкновенной волны и  $l \approx (1/2) k^{(2)}$ . Проинтегрированные по углам значения (15) существенно зависят от  $\xi = \nu_{\perp} / \nu_{\parallel}$ . Нетрудно показать, в частности, что при  $\beta \approx 1$  и  $\xi \leq 4$ , как и в случае (А),  $\eta_{\parallel} > \eta_{\perp}$ , а при  $\xi \geq 4$ , как и в (Б),  $\eta_{\parallel} < \eta_{\perp}$ . Если  $\xi \approx 1$ , то  $\eta_{\parallel} \approx 1.2$

и  $\eta_{\perp} \approx 0.7$ . Так как значения  $\beta \sim 1$  важны при  $\hbar\omega_B > kT$  (см. (22)), то  $\xi$  зависит от  $\beta$  сложным образом [9]. С ростом  $\beta$  величина  $v_{\parallel}$  меняется от  $v^{(0)}$  при  $\beta \ll 1$  до  $3v^{(0)}/2$  при  $\beta \gg 1$ , испытывая незначительные колебания около частот  $\omega$ , кратных  $\omega_B$  ( $\beta = 1/n$ ;  $n = 1, 2, \dots$ ). Величина  $v_{\perp}$  также стремится к  $v^{(0)}$  при  $\beta \ll 1$ , а при  $\beta = 1/n$  имеет пики существенно большей высоты, чем  $v_{\parallel}$ , причем высота пика тем меньше, чем больше  $n$ . При малых  $n$  для разумных параметров плазмы, встречающейся в астрофизических объектах, величина  $v_{\perp}$  в области пиков может в несколько раз превышать  $v^{(0)}$ . Таким образом, ход кривых  $\eta_{\parallel, \perp}(\beta)$  в области  $\beta \sim 1$  может быть различным в зависимости от конкретных параметров плазмы.

Вычислим теперь интегралы (14) по частоте и найдем тем самым коэффициенты лучистой теплопроводности.

(А). При  $\hbar\omega_B \ll 7kT$  подставим (25) и (23) в (14) и получим

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= D_0 \left[ 1 + \frac{11}{35} q_1 \left( \frac{\hbar\omega_B}{kT} \right)^4 \right], \\ D_{\perp} &= D_0 \left[ 1 - q \left( \frac{\hbar\omega_B}{kT} \right)^2 + \frac{8}{7} q_1 \left( \frac{\hbar\omega_B}{kT} \right)^4 \right], \end{aligned} \quad (30)$$

так что с ростом магнитного поля при прочих фиксированных параметрах плазмы коэффициент теплопроводности поперек поля уменьшается, а вдоль поля медленно растет. Здесь

$$q = \frac{c_2}{c_7} \approx 0.025, \quad q_1 = \frac{c_3}{c_7} \approx 0.0017, \quad c_k = \int_0^{\infty} dv \frac{v^k e^{-v}}{(1 - e^{-v})^3}. \quad (31)$$

(Б). При  $\hbar\omega_B \gg 7kT$  воспользуемся формулой (27) и при интегрировании (14) пренебрежем слабой зависимостью  $f_{\parallel, \perp}$  и  $v^{(0)}/v_{\parallel}$  от  $\omega$ . Тогда

$$D_{\parallel, \perp} = D_0 q (v^{(0)}/v_{\parallel}) (\hbar\omega_B/kT)^2 f_{\parallel, \perp}(\xi), \quad (32)$$

где  $\xi$  следует взять при  $\hbar\omega \approx 5kT$ . Как видно из (32), величины  $D_{\parallel, \perp}$  в данном случае пропорциональны  $B^2$  и могут значительно превосходить  $D_0$ . Например, при  $B = 2 \cdot 10^{13}$  гс и  $T = 10^7$  К, когда  $\hbar\omega_B/kT \approx 270$  (такие условия возможны у поверхности пульсаров) из (29) получим:  $v_{\parallel} = 1.5 v^{(0)}$ ,  $v_{\perp} \approx 1.8 v^{(0)}$  и  $\xi \approx 1.2$ . Тогда из рис. 1 и (32) следует, что  $D_{\parallel} \approx 220 D_0$ ,  $D_{\perp} \approx 400 D_0$ . Квадратичная зависимость коэффициентов теплопроводности от магнитного поля получена в работе [3], хотя там не учитывалось различие между  $D_{\parallel}$  и  $D_{\perp}$ . В дей-

ствительности  $D_{\perp} < D_{\parallel}$  (рис. 1) и если, например,  $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel}$ , то  $D_{\perp} = 2D_{\parallel}$ . В очень сильном магнитном поле, когда  $\ln(\hbar\omega_B/5kT) \gg 1$ ,  $D_{\perp} \rightarrow D_{\parallel}$  (см. (29)).

При  $\hbar\omega_B \sim (5 \div 7)kT$  коэффициенты теплопроводности по порядку величины близки к  $D_0$ . Ясно, что существует по крайней мере одно значение  $\hbar\omega_B/kT$ , при котором  $D_{\perp} = D_{\parallel}$ .

**4. Заключение.** Сильные магнитные поля, заметно влияющие на лучистый теплоперенос, встречаются в белых карликах и нейтронных звездах.

В белых карликах перенос энергии излучением может быть существенным в невырожденной оболочке. Поскольку магнитное поле белых карликов  $B \sim 10^8 \div 10^9$  гаусс, то  $\hbar\omega_B \ll 7kT$  и можно пользоваться результатами раздела 3 (случай А). Например, при  $B = 10^8$  гаусс и температуре вещества вблизи поверхности  $T = 10^4$  °К, параметр  $q(\hbar\omega_B/kT)^2$  в (30), характеризующий степень влияния магнитного поля на лучистый теплоперенос,  $\approx 0.05$ . С глубиной температура оболочки резко растет и это влияние ослабевает. Ввиду анизотропного характера лучистого теплопереноса в магнитном поле (12), поток лучистой энергии, выходящей из недр белого карлика, не будет направлен строго вдоль градиента температуры. Как известно [11, 12], в таком случае условие теплового равновесия вещества  $\text{div } \mathbf{j} = 0$  нарушается. Тогда возникают гидродинамические течения типа меридиональной циркуляции и может измениться распределение температуры и плотности вещества по сравнению со случаем  $B = 0$ .

Магнитное поле, для которого  $\hbar\omega_B \gg 7kT$  (см. раздел 3, случай Б), встречается у поверхности нейтронных звезд и, в частности, рентгеновских пульсаров. При аккреции вещества на нейтронную звезду в двойной системе происходит интенсивный нагрев плазмы в области магнитных полюсов звезды. Так как при этом коэффициенты лучистой теплопроводности (32)  $D_{\perp} > D_{\parallel}$ , то можно ожидать, что наличие сильного магнитного поля вызовет дополнительные потоки тепла в направлении, перпендикулярном полю. Это обстоятельство следует учитывать при построении моделей рентгеновских пульсаров.

Авторы благодарны Ю. Н. Гнедину и В. В. Соболеву за полезные обсуждения работы и В. Н. Федоренко за ценные критические замечания.

Ленинградский  
физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе

## RADIATIVE HEAT TRANSFER IN THE MAGNETIC FIELD

G. G. PAVLOV, D. G. YAKOVLEV

The law of radiative heat transfer in a medium with a magnetic field is obtained and the expressions for the heat transfer coefficients  $D_{\parallel}$  and  $D_{\perp}$  along the magnetic lines and perpendicular to them are derived. These coefficients are calculated in detail for free-free transitions at  $\hbar\omega_B \ll 7kT$  and  $\hbar\omega_B \gg 7kT$  ( $\omega_B$  is the cyclotron frequency). In the first case the growth of the magnetic field (if all the other parameters of plasma are fixed) causes the decrease of  $D_{\perp}$  by the magnitude  $\sim (\hbar\omega_B/7kT)^2$ ,  $D_{\parallel}$  being practically constant. In the second case both  $D_{\perp}$  and  $D_{\parallel}$  grow  $\propto (\hbar\omega_B/kT)^2$  and  $D_{\perp} > D_{\parallel}$ . In the white dwarf's envelope the anisotropic character of radiative heat transfer in the magnetic field may produce hydrodynamical flows which are similar to meridional circulations.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1967.
2. J. Lodenquai, V. Canuto, M. Ruderman, S. Tsuruta, Ap. J., 190, 141, 1974.
3. S. Tsuruta, V. Canuto, J. Lodenquai, M. Ruderman, Ap. J., 176, 739, 1972.
4. Д. А. Франк-Каменецкий, Физические процессы внутри звезд, Физматгиз, М., 1959.
5. А. Э. Долинов, Г. Г. Павлов, Астрон. ж., 50, 762, 1973.
6. Ю. Н. Гнедин, А. Э. Долинов, Н. А. Силантьев, ЖЭТФ, 59, 865, 1970.
7. Г. Г. Павлов, Астрофизика, 11, 77, 1975.
8. Ю. Н. Гнедин, Г. Г. Павлов, ЖЭТФ, 65, 1806, 1973.
9. Г. Г. Павлов, А. Н. Панов, ЖЭТФ, 71, 572, 1976.
10. Г. Г. Павлов, А. Д. Каминкер, Письма АЖ, 1, № 9, 13, 1975.
11. М. Шварцшильд, Строение и эволюция звезд, ИЛ, М., 1961.
12. Л. Мессель, Меридиональная циркуляция в звездах. В сб. «Внутреннее строение звезд», Мир, М., 1970.