

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

ФЕВРАЛЬ, 1977

ВЫПУСК 1

О СНЯТИИ ВЫРОЖДЕНИЯ И ПРИБЛИЖЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО
ГАЗА ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ ХОЛОДНОЙ ПЛОТНОЙ ЗВЕЗДЫ
С ВМОРОЖЕННЫМ СВЕРХСИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Г. А. ШУЛЬМАН, В. С. СЕКЕРЖИЦКИЙ

Поступила 31 января 1975

Пересмотрена 19 мая 1975

В работе вычислен уровень Ферми холодного релятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле. Показано, что сверхсильное магнитное поле способствует снятию его вырождения. Определяется значение напряженности магнитного поля, снимающее вырождение релятивистского электронного газа при массовой плотности вещества, соответствующей порогу появления свободных нейтронов. Сравнением кулоновской энергии электронов с их фермиевской кинетической энергией в сверхсильном магнитном поле, оценивается предельное значение напряженности магнитного поля, при котором ультрарелятивистский электронный газ перестает быть идеальным.

1. *Введение.* Как известно, у поверхности открытых недавно пульсаров напряженность магнитного поля достигает величины порядка 10^{10} — 10^{14} гс, а возможно и большей. Вполне вероятно, что магнитное поле пульсара заморожено в вещество.

Согласно [1], в астрофизических коллапсирующих объектах возможны замороженные магнитные поля, достигающие колоссальной величины.

Это обстоятельство и позволяет поставить вопрос о свойствах плотного вещества в присутствии сверхсильных магнитных полей.

Некоторые задачи, связанные с исследованием свойств электронного газа в широком интервале температур и плотностей при наличии квантующих магнитных полей и некоторые их астрофизические приложения рассматривались в [2—4].

Свойства холодного релятивистского электронного газа в квантующих и сверхсильных магнитных полях и некоторые их астрофизические приложения были рассмотрены ранее в [5—8].

В этой работе мы определим уровень Ферми холодного релятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле и покажем, что сверхсильное магнитное поле способствует снятию его вырождения.

Затем мы оценим напряженность вмороженного сверхсильного магнитного поля, которое снимает вырождение релятивистского электронного газа в недрах холодной плотной звезды при плотности вещества, соответствующей порогу появления свободных нейтронов. Далее мы определим условия, изменяющие приближение идеального электронного газа в сверхсильных магнитных полях.

Мы исходим из предположения, что плотное вещество холодной звезды полностью ионизировано, электроны свободны и имеют релятивистские энергии.

Под квантуемыми магнитными полями понимаем такие поля, в результате действия которых на свободный электрон возникают квантованные уровни энергии Ландау. Под сверхсильными магнитными полями будем понимать такие поля, которые заметным образом изменяют химический потенциал и энергию холодного релятивистского электронного газа.

Задача о вырождении холодного нерелятивистского электронного газа в магнитном поле рассматривалась в [9].

2. *Сверхсильное магнитное поле для холодного релятивистского электронного газа и снятие вырождения.* Если релятивистский электронный газ находится в квантуемом однородном магнитном поле, направленном по оси OZ, то энергетический спектр электрона определяется выражением [10]:

$$\varepsilon(p_z, H) = [m_e^2 c^4 + c^2 p_z^2 + 2mc^2 [\mu_B H(2n+1) \pm \mu_B H]]^{1/2}, \quad (1)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ — квантовые числа, нумерующие уровни Ландау,

$\mu_B = \frac{eh}{2m_e c}$ — магнитный момент электрона, масса и заряд которого соответственно m_e и e , \hbar — постоянная Планка, c — скорость света.

Химический потенциал и средняя энергия μ , E холодного релятивистского электронного газа плотности n_e определяются соотношениями [5, 6]:

$$\mu(H, 0) = c [m_e^2 c^2 + (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_e^{2/3} x^2 [R_2(x)]^{-2/3}]^{1/2}, \quad (2)$$

$$E(H, 0) = \frac{N_e}{2} [2xR_2(x) - R_1(x)][R_2(x)]^{-4/3}. \quad (3)$$

Здесь $\mu_0 = [m_e^2 c^2 + (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 c^2 n_e^{2/3}]^{1/2}$ — химический потенциал релятивистского электронного газа при отсутствии внешних воздействий,

$$R_1(x) = \frac{3}{2} \left\{ x^2 + 2 \sum_{n=1}^l \left(x \sqrt{x^2 - 2n} - n \ln \frac{|x + \sqrt{x^2 - 2n}|}{|x - \sqrt{x^2 - 2n}|} \right) \right\}, \quad (4)$$

$$R_2(x) = \frac{3}{2} \left(x + 2 \sum_{n=1}^l \sqrt{x^2 - 2n} \right) \quad (5)$$

поправочные множители, учитывающие действие квантующего магнитного поля на холодный релятивистский электронный газ, где

$$x^2 = \frac{\mu_0^2 - m_e^2 c^4}{2m_e c^2 \mu_0 H} \quad (6)$$

Формулы (2) и (3) дают в параметрическом виде зависимость $\mu(H, 0)$ и $E(H, 0)$ от $\frac{\mu_0^2 - m_e^2 c^4}{2m_e c^2 \mu_0 H}$.

В квантующих магнитных полях величины $\mu(H, 0)$ и $E(H, 0)$ имеют осциллирующий характер и незначительно изменяются с ростом напряженности магнитного поля H . Квантующий характер магнитного поля для релятивистского электронного газа проявляется для $0 < x^2 \leq 10$ [6]. Если $0 < x^2 < 2$, то

$$R_1(x) = \frac{3}{2} x^2 \quad \text{и} \quad R_2(x) = \frac{3}{2} x \quad (7)$$

и в ультрарелятивистском пределе ($\mu_0 \gg m_e c^2$)

$$\mu(H, 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} \mu_0 x_e^{2/3}, \quad (8)$$

$$E(H, 0) = \frac{N\mu_0}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} x_e^{2/3}. \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) мы видим, что при $0 < x^2 < 2$ для химического потенциала $\mu(H, 0)$ и энергии $E(H, 0)$ исчезают характерные осцилляции и они резко убывают с ростом напряженности магнитного поля H .

Магнитные поля, для которых при данной плотности числа электронов n_e параметр $0 < x^2 < 2$, мы называем сверхсильными.

Число квантовых состояний электрона с фиксированным значением уровня Ландау n и продольным импульсом в интервале от p_z до $p_z + dp_z$ равно [11]:

$$\frac{eVH}{4\pi^2 h^2 c} dp_z. \quad (10)$$

Из (10) видно, что в квантующем магнитном поле плотность числа квантовых состояний пропорциональна напряженности магнитного поля. В случае сверхсильных магнитных полей это обстоятельство приводит к тому, что с увеличением H уменьшается величина химического потенциала $\mu(H, 0)$, а значит и граничная энергия Ферми. А это, в свою очередь, способствует снятию вырождения релятивистского электронного газа.

3. *Критерий вырождения холодного релятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле.* Считая концентрацию релятивистского электронного газа заданной, мы можем воспользоваться следующим уравнением для определения границы Ферми ε_F :

$$n_e = \int_0^{\varepsilon_F} f_0(\varepsilon, \mu) g_H(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (11)$$

где $g_H(\varepsilon)$ — плотность числа квантовых состояний, $f_0(\varepsilon, \mu) = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right) \right]^{-1}$ — равновесная функция распределения электронов по энергетическим состояниям.

При полном вырождении $f_0(\varepsilon, \mu) = 1$ и из (11) с учетом (1) и (10) имеем

$$\begin{aligned} n_e &= \frac{m_e \mu_B H}{\pi^2 \hbar^3 c} \sum_{n, \sigma} \int_0^{\varepsilon_F} \frac{\varepsilon d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - u^2}} = \\ &= \frac{m_e \mu_B H}{\pi^2 \hbar^3 c} \left(\sqrt{\varepsilon_F^2 - m_e^2 c^4} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\varepsilon_F^2 - m_e^2 c^4 - 2m_e c^2 \mu_B H 2n} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

В выражении (12) суммирование проводится по n и двум значениям спина электрона и учтено то обстоятельство, что разность $\varepsilon_F^2 - m_e^2 c^4 - 2m_e c^2 [\mu_B H(2n+1) \pm \mu_B H]$ для значений квантового числа $(n-1)$ и спина, направленного по полю, будет равна такой же разности для значения n и спина, направленного против поля, для всех значений n .

В квантовом пределе, когда квантовое число Ландау $n=0$, в формуле (12) следует ограничиться только первым слагаемым, учитывающим спин, направленный в сторону, противоположную направлению магнитного поля H . Последнее утверждение эквивалентно условию

$$\varepsilon_F^2 - m_e^2 c^4 < 2m_e c^2 \mu_B H. \quad (13)$$

С учетом выражения (12) условие (13) может быть записано в виде

$$H > 2^{2/3} \pi^{4/3} \frac{\hbar c}{e} \frac{n_e^{2/3}}{n_e}, \quad (14)$$

что при заданной концентрации электронов n_e ограничивает магнитное поле снизу.

Из формулы (12) мы легко можем получить выражение уровня Ферми электронов ϵ_F в сверхсильных магнитных полях, если квантовое число Ландау $n=0$ (квантовый предел)

$$\epsilon_F^2 - m^2 c^4 = \frac{(\mu_0^2 - m^2 c^4)^3}{(3mc^2 \mu_B H)^2}. \quad (15)$$

Критерий вырождения электронного газа определяется условием

$$\epsilon_F \gg kT. \quad (16)$$

В релятивистском и ультрарелятивистском случаях соответственно имеем

$$\left| \frac{4}{9} \frac{(\mu_0^2 - m^2 c^4)^3}{(2mc^2 \mu_B H)^2} - m^2 c^4 \right|^{1/2} \gg kT \quad (17)$$

и

$$\frac{2}{3} \frac{\mu_0}{kT} \frac{\mu_0^2}{2mc^2 \mu_B H} \gg 1. \quad (18)$$

Из полученных соотношений видно, что в сверхсильных магнитных полях увеличение напряженности магнитного поля снимает вырождение релятивистского электронного газа.

4. *Приближение идеального газа для релятивистских электронов в сверхсильных магнитных полях.* Считать электронный газ вещества идеальным следует в том случае, если мы вправе пренебречь энергией взаимодействия частиц по сравнению с их кинетической энергией. Средняя энергия кулоновского взаимодействия электрона с электронами и ядрами есть величина одного порядка и приблизительно равна Ze^2/l , где Z — заряд ядра, а $l \approx Z^{1/3} n_e^{-1/3}$ — среднее расстояние между электроном и ядром, n_e — плотность числа электронов. Из-за экранирования средняя энергия взаимодействия электрона с зарядами, находящимися вне сферы радиуса l , равна нулю.

При отсутствии магнитного поля отношение средней энергии взаимодействия к средней кинетической энергии очень мало при больших плотностях и потому приближение идеального газа для электронов вполне оправдано. К тому же, с повышением плотности вещества отклонение электронного газа от идеальности является все более незначительным.

В присутствии сверхсильных магнитных полей положение должно существенно измениться. Это связано с тем обстоятельством, что химический потенциал, средняя энергия идеального релятивистского [5—7] электронного газа уменьшается с ростом напряженности магнитного поля.

Изменение свойств электронного газа в сверхсильном магнитном поле отмечалось в [14], где было показано, что при напряженности магнитного поля больше 10^{12} гс электронный газ высокой плотности переходит к упорядоченной структуре, а происходящий при этом переход является переходом типа вигнеровского.

Электронный газ при температуре абсолютного нуля будет идеальным, если выполнено неравенство

$$\frac{\varepsilon_{\text{кул}}}{\varepsilon} \ll 1. \quad (19)$$

Здесь $\varepsilon_{\text{кул}}$ — энергия кулоновского взаимодействия одного электрона, $\varepsilon = E/N$ — среднее значение фермиевской кинетической энергии, приходящейся на один электрон.

Для ультрарелятивистского электронного газа, находящегося в постоянном и однородном сверхсильном магнитном поле H , условие (19) определяется неравенством:

$$0.77Z^{2/3} \frac{e^2}{hc} x_e^{-2/3} \ll 1, \quad (20)$$

где

$$x_e^2 = \frac{\mu_e^2}{2m_e c^2 \mu_B H}.$$

Из условия (20) мы можем найти предельное значение напряженности магнитного поля H , выше которого соответствующий электронный газ во внешнем магнитном поле уже нельзя считать идеальным. Практически достоверным предельное магнитное поле мы можем найти, если положить $\varepsilon_{\text{кул}} \sim 0.1 \varepsilon_F$.

5. Снятие вырождения релятивистского электронного газа в холодной плотной звезде с замороженным сверхсильным магнитным полем.

Согласно современным представлениям пульсар представляет собой звезду с поверхностной плотностью $\rho \approx 10^6$ г·см⁻³ и температурой поверхности $T_0 \approx 10^6$ град. В центре звезды плотность вещества $\rho \approx 10^{14}$ г·см⁻³. Температура звезды как целого, согласно оценкам [12], $T \approx 10^8$ град. Это связано с тем, что при высоких плотностях главную роль в охлаждении вещества начинают играть различные процессы, связанные с испусканием нейтрино, возникающих в результате урка-процессов.

Вмороженное сверхсильное магнитное поле, действуя на заряженные частицы, уменьшает скорость охлаждения звезды, и ее температура с течением времени будет иметь значение $\sim 10^8$ град.

При $T \sim 10^8$ град релятивистский электронный газ в недрах пульсара мы можем считать абсолютно вырожденным.

Чтобы оценить значение напряженности замороженного магнитного поля на поверхности звезды, которое снимает вырождение у релятивистских электронов при этой температуре, выберем в качестве отправной точки порог появления свободных нейтронов в холодной плотной звезде.

Известно, что у порога появления свободных нейтронов при отсутствии магнитного поля граничная энергия электронов, равная их химическому потенциалу, есть $\mu_0 \approx 23$ Мэв. Соответствующее пороговое значение плотности массы $\rho \approx 2.7 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³ [13].

Используя теперь неравенство (19), мы получим, что при $\rho \approx 2.7 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³ и температуре звезды $T \sim 10^8$ град электронный газ будет вырожденным, если $H \ll 1.7 \cdot 10^{23}$ гс.

Условие (19) у порога появления свободных нейтронов не будет иметь места, если $H \approx 10^{20}$ гс. Это значит, что при этом значении напряженности магнитного поля и еще более высоких его значениях вырождение электронного газа снимается.

На поверхности холодной плотной звезды с замороженным магнитным полем его напряженность может быть определена из формулы [1]

$$H = H_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3}. \quad (21)$$

Здесь H_0 и ρ_0 — напряженность магнитного поля и плотность вещества на поверхности звезды, а H — напряженность в недрах звезды для плотности вещества ρ .

С учетом того, что $\rho_0 \approx 10^6$ г·см⁻³, $\rho \approx 2.7 \cdot 10^{11}$ г·см⁻³, а $H \approx 10^{20}$ гс из (21) имеем на поверхности звезды $H_0 \approx 3 \cdot 10^{16}$ гс.

Как это следует из формулы (20) для ультрарелятивистских электронов при плотностях вещества $\sim 10^9 \div 10^{12}$ г·см⁻³, в присутствии сверхсильных магнитных полей соответственно $\sim 10^{16} \div 10^{19}$ гс электронный газ уже не будет идеальным. Иными словами, еще до того, как сверхсильное магнитное поле снимает вырождение релятивистского электронного газа, он перестает быть идеальным.

ON THE REMOVAL OF THE DEGENERACY AND THE APPROXIMATION OF THE IDEAL ELECTRON GAS IN THE COLD DENSE STAR WITH FROZEN MAGNETIC FIELD

G. A. SHUL'MAN, V. S. SEKERZITSKI

The Fermi level of the cold relativistic electron gas in superstrong magnetic field is calculated. It is shown that the presence of a superstrong magnetic field leads to the removal of its degeneracy.

The strength of the magnetic field capable to remove the electron gas degeneracy is determined under the assumption that the mass density corresponds to the threshold of the appearance of neutrons.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гинзбург, ДАН СССР, 156, 43, 1964;
В. А. Гинзбург, В. М. Озерной, ЖЭТФ, 47, 1031, 1964.
2. V. Canuto, H. Y. Chin, Phys. Rev., 173, 1210, 1220, 1229, 1968.
3. V. Canuto, D. C. Kelly, Astrophys. Space Sci., 17, 277, 1972.
4. A. G. W. Cameron, V. Canuto, Neutron stars, Goddard Space Flight Center NASA, Bruxelles, 1973.
5. Г. А. Шульман, Изв. вузов, Физика, № 10, 25, 1974.
6. Г. А. Шульман, Астрофизика, 10, 543, 1974.
7. Г. А. Шульман, Астрофизика, 11, 89, 1975.
8. Г. А. Шульман, Изв. вузов, Физика, № 8, 157, 1974. Рукопись депонирована в ВИНТИ. Рег. № 1326—74.
9. А. А. Ансельм, Б. М. Аскеров, ФТТ, 2, 2821, 1960.
10. А. И. Ахизер, В. Б. Бснрестский, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1969, стр. 142.
11. Л. Д. Ландау, Собрание трудов, т. I, Наука, М., 1969, стр. 47.
12. Ф. Дейсон, Д. Тер Хаар, Нейтронные звезды и пульсары, Мир, М., 1973, стр. 41.
13. Г. А. Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972, стр. 80.
14. I. I. Kaplan, M. G. Glasser, Phys. Rev. Lett., 28, 1077, 1972.