

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

ФЕВРАЛЬ, 1977

ВЫПУСК 1

О ПРОИСХОЖДЕНИИ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИК. II

А. Д. ЧЕРНИН

Поступила 27 февраля 1976

Картина догалактической турбулентности в метagalактической среде предполагает существование значительных сгущений вещества, «облаков», движущихся со сверхзвуковыми скоростями. Они порождаются ударными волнами, возникающими благодаря развитию гравитационной неустойчивости. Облака могут сталкиваться между собой, причем столкновения имеют неупругий характер и при подходящих условиях сопровождаются коалесценцией. Значительная часть энергии первоначального относительного движения облаков диссипирует, а соответствующий ему начальный орбитальный момент вызывает вращение образующегося при коалесценции сгустка. Сделаны оценки характерных параметров облаков, показано, что приобретаемый ими при столкновениях угловой момент может быть близок к моменту гигантских спиральных галактик.

1. *Введение* Формирование протогалактических газовых облаков, обладающих собственным вращением, было обязано, по-видимому, нелинейным гидродинамическим процессам в гравитирующей метagalактической среде. Нелинейность стала существенной в эпоху, когда первоначальные слабые возмущения в расширяющемся мире оказались значительно усиленными гравитационной неустойчивостью. Состояние среды в эту эпоху Гамов [1] характеризовал как сверхзвуковую турбулентность, понимая под этим бурные хаотические движения сильно неоднородного сжимаемого газа. Не существует количественного описания такого состояния, подобного теории несжимаемой турбулентности, и можно лишь, следуя пионерским работам [1, 2], представить себе некоторую качественную картину явления. Ее основным элементом служит представление о движущихся сгущениях вещества, «облаках», плотность которых заметно больше плотности среды между ними.

Возникновение и поддержание динамической клочковатой, облачной структуры обязано сверхзвуковому характеру движений и формирующимся благодаря этому ударным волнам. Облака, не будучи, вообще говоря, ни стационарными, ни изолированными, сталкиваются между собой, сли-

лаются или рассеиваются, вновь образуются и т. д., причем эти неупругие процессы сопровождаются диссипацией части кинетической энергии их относительных движений.

Существенное влияние на эти сложные процессы оказывает самогравитация среды. Она усиливает первоначальные возмущения и способна обеспечить также гравитационную связанность возникающих затем сгущений вещества. Взаимное притяжение облаков может приводить к гравитационному захвату массивным облаком менее массивных сгущений, движущихся в зоне его влияния. При этом облако приобретает вращение за счет орбитального момента захватываемых сгущений, как показано в первой заметке того же названия [3].

В простой модели [3] зона влияния массивного сгущения представлялась вакуолью в изотропном мире, содержащей в центре массу, которая находилась бы в том же объеме при однородном распределении вещества. Вне вакуоли движение некоторого малого облака, рассматриваемого как пробное, происходит по прямой, но после пересечения границы вакуоли облако переходит (при не слишком большой собственной скорости) на эллиптическую орбиту. Орбитальный момент относительно центральной массы, которым облако с самого начала обладало при своем прямолинейном движении, локализуется теперь в зоне влияния массивного облака и может передаваться ему при столкновениях, сообщая вращение. Оценки показывают, что при благоприятных условиях это вращение может оказаться достаточно сильным, чтобы обеспечить облаку подходящей массы угловой момент, сравнимый с моментом Галактики.

В среде, охваченной сверхзвуковой турбулентностью, эффективен, возможно, и другой механизм возникновения вращения первоначально не вращающихся облаков за счет их орбитальных движений. Это непосредственное контактное столкновение (с отличным от нуля прицельным параметром), сопровождающееся слипанием облаков, коалесценцией.

Мы рассмотрим здесь этот механизм, предполагая, что сгущения вещества, облака, образуются благодаря усилению первоначальных адиабатических и энтропийных возмущений. Последние представляли собой в эпоху до рекомбинации статические неоднородности плазмы на фоне изотропного излучения и затухали лишь в очень малых ($M < 10^3 M_{\odot}$) масштабах. После рекомбинации ($z < z_R \sim 10^3$), когда вещество становится независимым от излучения, контраст плотности в них нарастает и возникают их собственные движения. Возникновение движений, наложенных на общее космологическое расширение, обязано гравитации неоднородностей, что особенно ясно видно из уравнения [4]

$$\frac{d}{dt} (E_k + E_G) = H(2E_k + E_G),$$

являющегося следствием уравнений движения. Здесь E_k , E_G — кинетическая и потенциальная энергии неоднородностей, причем E_G служит мерой неоднородности распределения вещества и обращается в нуль при отсутствии возмущений. Но для $E_G \neq 0$ производная $(dE_k/dt) \neq 0$ при $z = z_R$ даже если $E_k(z_R) = 0$. Возникающие движения имеют потенциальный, безвихревой характер, так как вызываются потенциальной силой. Завихренность и вращение в среде возникают позднее при неупругих столкновениях облаков.

Общие вопросы нелинейной стадии развития гравитационной неустойчивости и образования ударных волн рассматриваются в книге [4]; в работах [5—8] исследовалась генерация в ударных волнах вторичных вихрей, способных обеспечить вращение протогалактик.

Укажем также работы, в которых исследуются иные возможности происхождения вращения галактик. Роль приливных эффектов в возникновении вращения сгущений, возникающих на поздней стадии развития гравитационной неустойчивости, обсуждается в работе [12]. Поведение первичных вихрей, существовавших «изначально» в горячей Вселенной, рассмотрено в работах [13] (см. также [4] и цитируемую там литературу). В рамках космогонической концепции В. А. Амбарцумяна проблема происхождения вращения галактик анализируется в работе [14], где сделано предположение, что галактики возникли благодаря распаду «сверхмассивного дискообразного адрона с огромным спином». Попытка синтеза идей В. А. Амбарцумяна с турбулентной гипотезой К. Вейцзеккера и стандартной теорией горячей Вселенной предпринята в работе [15].

2. *Ударные волны и образование догалактических облаков.* Ведущая роль в космогоническом процессе на его активной фазе принадлежит, согласно сказанному выше, ударным волнам, сжимающим значительные массы газа в слои, плотность ρ_s которых может существенно превышать космологическую плотность ρ в ту же эпоху. Для оценки степени сжатия $\eta = \rho_s/\rho$ будем пользоваться такими суммарными характеристиками гидродинамического движения в данной области среды, как его исходный пространственный масштаб λ и соответствующая скорость v . Они связаны условием $\lambda/v \sim t$ (где t — космологическое время), означаящим, что гидродинамические скорости собственных, случайных движений не малы по сравнению с хаббловской скоростью регулярного расширения. Нелинейные гидродинамические эффекты становятся существенными, начиная с момента, когда это условие впервые оказалось выполненным.

Степень сжатия за фронтом сильной ударной волны определяется прежде всего скоростью охлаждения газа. Если охлаждение происходит медленно, то существенная часть газа, охваченного движением, сжимается адиабатически и средняя степень сжатия сравнительно невелика:

$\gamma_n = (\gamma + 1)/(\gamma - 1) = 4$, где $\gamma = 5/3$ — показатель адиабаты. Если же охлаждение происходит быстро, то газ сжимается в изотермическом режиме и степень сжатия гораздо больше:

$$\gamma_i = p_s / \rho \sigma^2, \quad (1)$$

где p_s — давление газа за фронтом.

Если ввести характерное время охлаждения τ , то адиабатическому режиму будет отвечать неравенство $\tau > l/v \sim t$, а изотермическому — противоположное.

Мы увидим сейчас, что ударные волны масштаба скоплений галактик являются адиабатическими, а масштаба отдельных галактик — изотермическими. Такое различие имеет место, если образование ударных волн начинается не ранее, чем при красном смещении $z_c \approx 10 \omega^{1/3}$, где $\omega = h^2 \Omega$, h — фактор Хаббла, измеренный в единицах 50 км/сек Мпс , Ω — отношение современной космологической плотности к критической плотности. В более раннюю эпоху, $z > z_c$, существенно комптоновское охлаждение газа на холодном реликтовом излучении, которое способно обеспечить изотермичность независимо от масштаба ударной волны. При этом, однако, степень сжатия недопустимо велика, особенно для протоскоплений. Достижимая за фронтом средняя плотность составляет, согласно (1), величину

$$\rho_i \approx 5 \cdot 10^{-28} \omega^{1/3} (1+z)^4 \left(\frac{M}{10^{12} M_\odot} \right)^{2/3}, \quad (2)$$

которая при $z > z_c$ заведомо больше типичной плотности скоплений $\rho_{cl} \sim 10^{-26} - 10^{-27} \text{ г/см}^3$ (кроме формулы (1), соотношение (2) учитывает, что в каждый момент времени основная масса газа за фронтом успела охладиться до температуры $\sim 10^4 \text{ }^\circ\text{К}$, при которой происходит рекомбинация, и взаимодействие с фоновым излучением, а также и другие процессы охлаждения резко замедляются). По-видимому, это следует понимать как указание на то, что активная фаза космогонического процесса в горячем мире наступила лишь после окончательного «отключения» реликтового излучения (ср. [9]).

В эпоху $z < z_c$ охлаждение на реликтовом излучении не может мешать адиабатичности сжатия в ударной волне, и характер тепловых процессов определяется уже главным образом охлаждением из-за тормозного излучения частиц плазмы. Соответствующее время

$$\tau = \alpha \beta(T) T_s^{1/2} (\rho_s/m)^{-1} \text{ сек}, \quad (3)$$

где m — масса атома водорода, $\alpha = 3 \cdot 10^{11} \text{ сек см}^{-3} \text{ град}^{-1/2}$ — постоянный множитель, составленный из универсальных констант, $\beta(T)$ — безраз-

мерная функция температуры, равная единице при $T > T_f = 5 \cdot 10^5$ °К, и меньшая единицы при меньших температурах, вплоть до $T = 2 \cdot 10^4$ °К, с минимальным значением $\simeq 10^{-3}$. Детальный ход функции $\beta(T)$ для водородно-гелиевой плазмы рассчитан, например, в работе [10].

Температура газа за фронтом,

$$T_s \simeq \frac{1}{6k} m v^2 \simeq 2 \cdot 10^5 (1+z) \omega^{1/2} \left(\frac{M}{10^{12} M_\odot} \right)^{2/3} \text{°К}, \quad (4)$$

превосходит характерное значение T_f , если масштаб движения достаточно велик:

$$\lambda > \lambda_f \simeq 7 \cdot 10^{24} \omega^{-1/2} (1+z)^{-3/2} \text{ см.} \quad (5)$$

Этим масштабам отвечают массы

$$M > M_f = \frac{4\pi}{3} \rho \lambda_f^3 \simeq 4 \cdot 10^{12} \omega^{-1/2} (1+z)^{-3/2} M_\odot, \quad (6)$$

зависящие от z по тому же закону.

Условие адиабатичности, $\tau > l$, устанавливает для $T > T_f$ ограничение снизу на масштабы и массы (ср. [11]):

$$\lambda > \lambda_a = 1/\sqrt{6\pi k}^{1/2} G^{-1} m^{-3/2} z^{-1} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \simeq 3 \cdot 10^{23} \text{ см} \quad (7)$$

$$M > M_a = \frac{4\pi}{3} \rho \lambda_a^3 \simeq 3 \cdot 10^8 \omega (1+z)^3 M_\odot \quad (8)$$

Для всех красных смещений $z < z_c$ величины λ_a , M_a меньше соответственно величин λ_f , M_f , так что для масштабов и масс (5), (6) имеет место заведомая адиабатичность. При изменении z от $z = z_c$ до $z = 2$ величина M_f изменяется приблизительно от 10^{11} до $10^{12} M_\odot$; по порядку величины это совпадает с массами наиболее крупных галактик.

Другая область адиабатичности соответствует низким температурам, $T_s < 10^4$ °К, при которых газ не ионизируется в ударной волне. Его сжатие идет без охлаждения, так как излучение (напр., молекул водорода) происходит слишком медленно. Указанным температурам отвечают массы

$$M < M_i = (50)^{-3/2} M_f \simeq 10^{10} \omega^{-1/2} (1+z)^{-3/2} M_\odot. \quad (9)$$

При изменении z от $z = z_c$ до $z = 2$ величина M_i изменяется приблизительно от $3 \cdot 10^8 M_\odot$ до $3 \cdot 10^9 M_\odot$, что близко к массе карликовых галактик.

В интервале температур $10^4 < T < 5 \cdot 10^5$ °К резкое возрастание скорости охлаждения, благодаря излучению в линиях водорода и гелия, делает сжатие газа в ударной волне изотермическим. Легко проверить, что две добавочные зоны адиабатичности, появляющиеся внутри этого интервала при $z < 4$, слишком узки, чтобы быть сколько-нибудь существенными для общей картины. «Окно изотермичности», $M_1 < M < M_2$ включает в себя типичные массы галактик — от гигантов до карликов. При этом для $z < z_c$ плотность сжатого газа никогда не превосходит, согласно формулам (2), (6), типичную плотность галактик $\rho_G \sim 10^{-24}$ г/см³. Степень сжатия тем выше, чем больше масса: $\gamma_i \sim M^{2/3}$.

Что же касается масштабов и масс, соответствующих группам и скоплениям галактик, $M \sim 10^{12} - 10^{13} M_\odot$, то для них средняя плотность газа за фронтом определяется адиабатической формулой, $\rho_s = (\gamma + 1)/(\gamma - 1) \rho$, и близка к плотности современных скоплений при $z_c > z > 2$: $\rho_s (M > M_c) \sim 10^{-26} - 10^{-27}$ г/см³. Детальный расчет для массы $3 \cdot 10^{13} M_\odot$, проделанный в теории «блинов» [4], показывает, что средняя степень сжатия газа за фронтом ударной волны раза в два выше, чем по указанной адиабатической формуле, так как приблизительно половина газа, прошедшего через фронт, успевает охладиться до температуры $\sim 10^4$ °К и сжаться до плотности, даваемой формулой (2). В этом уплотненном слое, как предполагается, происходит фрагментация газа на протогалактики. В теории «блинов» масса $3 \cdot 10^{13} M_\odot$ выделена по той причине, что в качестве исходных возмущений учитываются лишь совместные потенциальные движения плазмы и излучения в эпоху до рекомбинации. Такие движения выживают только в больших масштабах и масса $M = 3 \cdot 10^{13} M_\odot$ соответствует их нижней границе. Эти возмущения при $z > z_R$ называют адиабатическими; они оказываются адиабатическими и в другом смысле, который имеется в виду выше, при $z < z_c$, когда из них возникают ударные волны. Для энтропийных возмущений область выживающих масштабов ограничена, как сказано в разделе 1, гораздо слабее.

3. *Коалесценция облаков и вращение протогалактик.* Дальнейшая эволюция сгущений, возникших благодаря гравитационной неустойчивости и ударным волнам, существенно зависит от того, взаимодействуют ли они друг с другом. В картине сверхзвуковой турбулентности, о которой говорилось в разделе 1, предполагается, что облака сталкиваются при их хаотических движениях. Эти последние также обязаны гравитационной неустойчивости, которая усиливает исходные движения соответствующих масштабов или порождает их, если, как в случае энтропийных возмущений, в «начальном состоянии», за которое следует принять эпоху рекомбина-

ции, движения данного масштаба отсутствовали и имелись лишь неоднородности плотности.

Для самой грубой оценки эффективности столкновений предположим, что сгущения приблизительно одинаковы по массе и размеру. Тогда характерное время столкновений

$$\tau_{cc} = (\pi n v_c)^{-1}, \quad (10)$$

где n , v_c — концентрация и относительная скорость облаков,

$$\pi = 4\pi r^2 \left(1 + \frac{2GM}{rv_c^2}\right) \quad (11)$$

— сечение столкновений, $r = (M\rho_s/(4\pi/3))^{1/3}$ — средний размер и M — масса сгущения. Контактные столкновения преобладают над гравитационными (второе слагаемое в (11) мало), когда

$$v_c^2 > \frac{2GM}{r}. \quad (12)$$

Если допустить, что в некоторой области среды на сгущения приходится доля массы, сравнимая с единицей, то (10) при условии (12) можно представить в виде:

$$\tau_{cc} = 1/3 \eta (r/v_c), \quad \eta = \rho_s/\rho. \quad (13)$$

Будем интересоваться сначала сгущениями с массой $M > M_f$, которые формировались в адиабатических ударных волнах. Их средняя степень сжатия не слишком велика: $\eta \sim 4-8$. Сравнительно низкий темп потери энергии на излучение, при котором время охлаждения больше и космологического возраста t , и характерного гравитационного времени сгущения $t_G \simeq \eta^{-1/2} t$, означает, что температура сгущений в рассматриваемых процессах остается неизменной, причем ее значение, определяемое формулой (4), близко к значению вириальной температуры, необходимой для равновесия в собственном поле тяжести:

$$T_v \simeq \frac{m}{k} \frac{GM}{r} \simeq \frac{2}{9} \frac{m}{k} \eta \left(\frac{r}{t}\right)^2 = \frac{4}{3} T_s.$$

Поэтому такие сгущения способны сферизоваться и достичь квазистационарного состояния за времена $\sim t_G$. Их средняя плотность при этом изменится, по-видимому, не слишком сильно.

Если время столкновений не превосходит космологического возраста, $\tau_{cc} < t$, или сравнимо с ним, то можно ожидать, что значительное число сгущений успеет испытать столкновения, приняв до этого более или менее

сферическую форму. Указанное условие требует, как легко видеть из (13), чтобы относительная скорость облаков была не меньше величины $\bar{v} \simeq (1/3) \times \times \eta(r/t)$, которая приблизительно совпадает со средней скоростью звука в материале сгущений $\sim (GM/r)^{1/2}$. При небольшой степени сжатия в сгущениях это требование, очевидно, не является жестким и естественно выполняется благодаря тому, что спектр возмущений в начальном состоянии должен, по-видимому, непрерывно продолжаться от масштаба, соответствующего рассматриваемым сгущениям, к большим масштабам, которым отвечают пары и группы таких сгущений.

Сверхзвуковая скорость определяет неупругий характер столкновений, при котором часть кинетической энергии относительного движения облаков переходит в тепло. Облака разрушаются, если в результате разогрева их частицы не смогут удерживаться гравитационным полем. Энергия связи облаков в несколько раз больше величины GM^2/r ; точный коэффициент определяется их структурой и равен, например, 6 для политропы индекса 3. При относительной скорости, которая, скажем, только вдвое превосходит величину \bar{v} , разрушение вряд ли возможно и более вероятно слипание облаков, коалесценция, хотя некоторая часть их массы может и испариться. Важно, что возникающее при этом новое сгущение приобретает вращение, обязанное моменту импульса исходного относительного движения. Последний отсутствует лишь при столкновении с нулевым прицельным параметром, что возможно, но маловероятно. Потенциальный характер исходного движения не исключает наличия момента точно так же, как это было и в простой динамической модели гравитационного захвата [3].

Оценка приобретаемого момента может быть сделана, если принять, что прицельный параметр составляет некоторую долю от размера сгущения. Тогда при $v_c \gtrsim (GM/r)^{1/2}$ найдем:

$$K \gtrsim \left(\frac{GM}{r}\right)^{1/2} \xi r \simeq 10^{31} \eta^{-1.6} \xi \omega^{-1.6} (1+z)^{-1/2} \left(\frac{M}{10^{11} M_\odot}\right)^{2.3} \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Если $M = 10^{11} - 10^{12} M_\odot$, $z = 3$, то момент, сравнимый по порядку величины с моментом гигантских спиралей $\sim 10^{30} \text{ см}^2/\text{сек}$, приобретается при $\xi \gtrsim 1/3$.

При всей грубости, приведенные оценки показывают, что в хаотическом состоянии сверхзвуковых движений, возникающем благодаря развитию гравитационной неустойчивости, столкновения галактических облаков могут приводить к возникновению их вращения с угловым моментом и скоростями, характерными для спиральных галактик.

Рассмотрим теперь эволюцию менее массивных сгущений, попадающих в «окно изотермичности». Температура газа в них близка к 10^4 °К.

При степени сжатия η , создаваемой изотермической ударной волной, гидростатическому равновесию с этой температурой соответствует масса

$$M_c \approx 3 \cdot 10^6 (1 + z)^{-2} M_\odot. \quad (15)$$

Эта масса больше, чем M_c , только при $z < 3$. При красных смещениях из интервала $z_c > z > 3$ равновесных масс в «окне изотермичности» нет: все сгущения после сжатия ударной волной претерпевают сжатие в режиме свободного падения с характерным временем $t_G \approx \eta_i^{-1/2} t$; то же происходит, как легко видеть, и с массами, меньшими изотермического предела M_c , но их время сжатия $t_G \approx (1/2) t$. Свободное падение останавливается лишь фрагментацией газа на протозвезды или протоскопления звезд.

Контактные столкновения таких облаков, быстро уменьшающих свой размеры при коллапсе, затруднены, так как вместе с размером падает и сечение столкновений. Возможно, для них эффективнее гравитационные столкновения друг с другом со скоростями

$$v_c^2 < \frac{2GM}{r},$$

ведущие, как в модели [3], к захвату облаков на связанные орбиты. Если же в среде имеются и крупные, и малые облака, то столкновения вторых с первыми идет с большим сечением, определяемым размерами крупных облаков.

4. *Заключение.* Возможность коалесценции догалактических облаков существует лишь при сильной неупругости их столкновений. Только благодаря ударным волнам и происходящей в них быстрой диссипации относительное движение сталкивающихся облаков может быть погашено, а соответствующий ему начальный орбитальный момент станет спиновым. Этот механизм эффективен при достаточно больших массах облаков, отвечающих группам и скоплениям галактик. Такие облака являются сначала довольно рыхлыми, но с течением времени их плотность должна возрастать и в них должны развиваться процессы фрагментации, при которых новые сгущения — протогалактики будут обособляться, сохраняя приходящуюся на их материал долю общего вращения.

Существенно, что при столкновении массивных облаков возникает, помимо общего вращения, еще и сильная завихренность сравнительно малых масштабов. Она способна дать начало внутренним хаотическим движениям вещества, которые, переходя после охлаждения газа в сверхзвуковой режим, ведут к эффективной фрагментации плотного слоя газа, возникающего в зоне столкновения облаков. При подходящих массах такие сгущения можно сопоставить скоплениям галактик; возникающие в них фрагменты-протогалактики с самого начала обладали бы существенным вращением, обязанным вторичной завихренности. Подробнее этот вопрос обсуждается в работе [16].

В общей картине сильно возбужденного состояния метагалактической среды в эпоху образования галактик значительная роль принадлежит таким массивным облакам, которые не испытали сверхзвуковых столкновений и коалесценции; вероятно, они также превращаются в скопления галактик. Но эти скопления должны отличаться тем, что галактики в них обладают более слабым вращением. Можно предполагать, что именно так формировались скопления, подобные скоплению Кома, в которых преобладают эллиптические галактики, тогда как скопления, подобные скоплению Дева, богатые спиральными галактиками, формировались благодаря рассматриваемым в настоящей работе сверхзвуковым столкновениям больших газовых масс.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР

ON THE ORIGIN OF GALAXY ROTATION. II

A. D. CHERNIN

The picture of pregalactic turbulence in the metagalactic medium indicates the existence of large condensations of matter that move with supersonic velocities. They are generated by shock waves induced by gravitational instability. Such clouds undergo inelastic collisions leading to their coalescence. A considerable part of the energy of the initial relative motion of the clouds is converted into heat, and corresponding initial orbital momentum causes rotation of the new cloud resulting from coalescence. Estimates show that parameters of the clouds allow final rotational momentum that can be adequated to the typical angular momentum of spiral galaxies.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Gamow, *Phys. Rev.*, 86, 251, 1952.
2. C. F. von Weizsacker, *Ap. J.*, 114, 165, 1957.
3. А. Д. Чернин, *Астрофизика*, 10, 535, 1974.
4. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, Наука, М., 1975.
5. А. Д. Чернин, *Письма ЖЭТФ*, 11, 317, 1970.
6. А. Г. Дорошкевич, *Ap. Lett.*, 14, 11, 1973.
7. А. А. Румянцев, А. Д. Чернин, *Astrophys. Space Sci.*, 32, 15, 1975.
8. А. Д. Чернин, А. С. Зильбергейт, Е. А. Тропп, *Astrophys. Space Sci.*, 43, 175, 1976.
9. А. Д. Чернин, *Ap. Lett.*, 8, 31, 1971.
10. А. Г. Дорошкевич, Р. А. Сюняев, *Астрон. ж.*, 46, 955, 1969.
11. В. А. Антонов, А. Д. Чернин, *Письма АЖ*, 1, 385, 1975.
12. P. J. E. Peebles, *Ap. J.*, 155, 393, 1969.
13. Л. М. Озерной, А. Д. Чернин, *Астрон. ж.*, 44, 1131, 1967; 45, 1137, 1968.
14. Р. М. Мурадян, *Астрофизика*, 11, 237, 1975.
15. E. R. Harrison, *M. N.*, 148, 119, 1970; 154, 167, 1971.
16. А. С. Зильбергейт, А. Д. Чернин (в печати).