

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12

АВГУСТ, 1976

ВЫПУСК 3

ПРОЦЕССЫ КОМПТОНИЗАЦИИ И СПЕКТРЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕАКТОРЕ

Ю. А. НИКОЛАЕВ, В. Н. ЦЫТОВИЧ

Поступила 17 июля 1975

Исследуются процессы формирования степенных распределений электронов по энергии $f_n \sim \epsilon^{-1}$ в плазменном турбулентном реакторе (ПТР) с учетом комптоновского рассеяния релативистского излучения. Показана универсальность ПТР как источника релативистских электронов со степенным спектром в условиях, близких к реальным космическим условиям при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Исследована зависимость показателя спектра γ от параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора для различных типов турбулентности. Наименьшие $\gamma \approx 3$ соответствуют области наиболее вероятных значений, получаемых при исследовании космических радиосточников.

1. В [1] рассматривались два основных механизма формирующих спектр релативистских электронов в плазменном турбулентном реакторе (ПТР). Это трансформация плазменных волн в высокочастотное излучение ($\omega \gg \omega_{pe}$) и синхротронный механизм. Было показано, что когда функция распределения электронов $f_{n,e}$ и спектральная интенсивность электромагнитного излучения $I_{\omega,\theta}$ не меняются заметно на угле $\Delta\theta \approx \frac{mc^2}{\epsilon}$, соответствующие уравнения для ПТР имеют вид

$$\frac{\partial f_{n,e}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\epsilon^2 D_{\epsilon} \frac{\partial f_{n,e}}{\partial \epsilon} - A_{\epsilon} f_{n,e} \right) \quad (1)$$
$$\frac{\partial I_{\omega,\theta}^2}{\partial t} = \gamma_{\omega,\theta}^2 I_{\omega,\theta}^2 + Q_{\omega,\theta}^2,$$

ϵ и θ — соответственно косинусы углов направления внешнего магнитного поля с вектором скорости электрона и с волновым вектором электромагнитной волны. При этом распределение электронов по энергии является сте-

пенным $f_i \sim \tau^{-3}$ с показателем $\tau = 3$, а спектр излучения, запертого в плазменном турбулентном реакторе ($\omega < \omega_c$), удовлетворяет универсальному закону $I_\omega \sim \omega^{3/2}$.

Дальнейшее уточнение теории ПТР проводилось в направлении учета эффектов комптонизации [2, 3], то есть рассеяния высокочастотного излучения I_ω на электронах. При этом сохраняется степенной характер спектра электронов τ^{-3} , а значение показателя спектра γ уменьшается. Эффект комптонизации определяется плотностью энергии излучения W^i в плазменном турбулентном реакторе.

Электромагнитное излучение генерируется в процессе взаимодействия электронов с турбулентными пульсациями и магнитным полем. Рассеяние этого излучения на релятивистских электронах в турбулентном реакторе приводит, вообще говоря, к определенному изменению как коэффициента реабсорбции излучения τ_ω и интенсивности спонтанного излучения Q_ω , так и диффузии частиц в энергетическом пространстве D , и коэффициента потерь энергии A .

Настоящая работа посвящена исследованию влияния процессов комптонизации на формирование спектров быстрых частиц в турбулентной плазме в условиях, близких к реальным космическим условиям, при наличии магнитных полей и магнитных турбулентных мод колебаний. Универсальность плазменного турбулентного реактора как источника быстрых электронов состоит в том, что спектры, вырабатываемые ПТР, как без комптонизации, так и при наличии комптонизации являются степенными. Влияние комптонизации состоит в изменении показателя спектра электронов γ и появлении зависимости от значения таких параметров, как напряженность магнитного поля H , уровень турбулентности W^i , степень изотропии распределения быстрых частиц и т. п. В отсутствие комптонизации такой зависимости нет и всегда $\gamma = 3$.

В первой части настоящей работы рассмотрены особенности комптонизации, определяющие характер основных уравнений (1), и определены условия формирования степенного спектра электронов в плазменном турбулентном реакторе. Далее анализируются особенности спектра в ПТР различного типа.

2. Рассмотрим влияние излучения, запертого в ПТР (с частотами $\omega < \omega_c$ [5]), на спектр этого же излучения. Оценим коэффициент реабсорбции излучения τ_ω и интенсивность спонтанного излучения Q_ω с учетом эффекта комптоновского рассеяния на релятивистских электронах с функцией распределения

$$f_i \sim n_0 \cdot 1/\tau^3, \quad \int f_i d\tau = n_0. \quad (2)$$

Не нарушая общности в оценках, угловое распределение электронов и излучения считаем изотропным, а спектр излучения $I_\omega \sim \frac{W^1}{\omega_*} \left(\frac{\omega}{\omega_*} \right)^{5/2}$ (но не в дальнейшем при записи уравнений). Тогда получим, что вклад в коэффициент реabsорбции процессов комптонизации ($l \neq l$ рассеяния) составит

$$\gamma_{\omega}^{l,l} = \int d\varepsilon \int \frac{\partial f_\varepsilon}{\partial \varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \int_{\frac{\omega - \omega_1}{c}}^{\frac{\omega + \omega_1}{c}} \frac{\omega - \omega_1}{\omega_1} I_{\omega_1} U^{l,l} d\omega_1, \quad (3)$$

где достаточно использовать усредненную по углам и поляризациям вероятность рассеяния

$$U^{l,l} = \frac{(2\pi)^4 e^4}{2\omega\omega_1 \varepsilon^2} \Phi(q) \begin{cases} \frac{1}{\omega}, & \omega_1 < \omega, & q = \frac{\omega}{4\omega_1} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \\ \frac{1}{\omega_1}, & \omega_1 > \omega, & q = \frac{\omega_1}{4\omega} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \end{cases}$$

$$\Phi(q) = 1 + q - 2q^2 + 2q \ln q$$

(здесь и ниже скорость света $c = 1$).

Как $\gamma_{\omega}^{l,l}$, так и $Q_{\omega}^{l,l}$ пропорциональны плотности энергии излучения W^1 . Мы покажем, что эти величины ($\gamma_{\omega}^{l,l}$ и $Q_{\omega}^{l,l}$) в условиях плазменного турбулентного реактора и достаточной малости W^1 малы по сравнению с соответствующими величинами, определяемыми трансформацией плазменных колебаний в излучение.

Так, для $\gamma_{\omega}^{l,l}$ мы имеем

$$\gamma_{\omega}^{l,l} \sim \frac{W^1 e^4 \omega^{1/2}}{\omega_*^{7/2}} \int d\varepsilon \frac{\partial f_\varepsilon}{\partial \varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \int_{\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2}}^1 \left[\left(\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \right)^{3/2} \left| q^{-1/2} - \left(\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2} \right) q^{-7/2} \right| + \right. \\ \left. + \left(4 \frac{\varepsilon^2}{m^2} \right)^{1/2} \left| q^{-1/2} - 4 \frac{\varepsilon^2}{m^2} q^{1/2} \right| \right] \Phi(q) dq. \quad (4)$$

Так как для релятивистских электронов $\varepsilon/m \gg 1$, то основной вклад в интеграл вносит последнее слагаемое. Поэтому мы получаем

$$\gamma_{\omega}^{l,l} \sim - \frac{e^4 W^1 \omega^{1/2}}{\omega_*^{3/2} m^4} \int_{\frac{1}{4} \frac{m^2}{\varepsilon^2}}^1 \varepsilon^2 \frac{\partial f_\varepsilon}{\partial \varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} d\varepsilon. \quad (5)$$

Верхний предел $(\omega_0/4\omega)^{1/2} m$ означает, что в (4) интегрирование происходит по области частот $\omega_1 \leq \omega_0$, для которых размеры ПТР больше оптической толщи.

Таким образом,

$$\bar{\gamma}_{\omega}^{i,i} \sim \frac{W^i e^4 \omega^{1/2}}{\omega_0^{1/2} m^2} n_0. \quad (6)$$

Сравнивая (6) с коэффициентом реабсорбции из-за нелинейных эффектов трансформации колебаний плазмы в излучение [1], найдем, что $\bar{\gamma}_{\omega}^{i,i} \ll |\bar{\gamma}_{\omega}^{ii}|$ (l соответствует для определенности ленгмювским колебаниям) при условии

$$\frac{W^i}{W^l} \ll \left(\frac{z_0}{m}\right)^{1-1} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{1+1/2}. \quad (7)$$

Для интенсивности спонтанного излучения при комптоновском рассеянии имеем

$$Q_{\omega}^{i,i} = \frac{\omega^2}{(2\pi)^2} \int f_i d\Omega \int \frac{l}{\omega_1} U^{i,i} d\omega_1. \quad (8)$$

При этом сходным путем получим оценку

$$Q_{\omega}^{i,i} \sim \frac{W^i e^4 \omega^{1/2}}{\omega_0^{1/2} m^2} \frac{m}{z_0} n_0. \quad (9)$$

Сравнение $Q_{\omega}^{i,i}$ с излучением Q_{ω}^{ii} показывает, что $Q_{\omega}^{i,i} \ll Q_{\omega}^{ii}$, если

$$\frac{W^i}{W^l} \ll \left(\frac{z_0}{m}\right)^{-1} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{pe}}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^{1+1/2}. \quad (10)$$

Рассмотрим также содержащуюся в уравнении для l_{ω} спонтанную реабсорбцию:

$$\bar{\gamma}_{\omega}^{i,i} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int f_i d\Omega \int U^{i,i} \omega_1^2 d\omega_1. \quad (11)$$

В результате имеем $|\bar{\gamma}_{\omega}^{i,i}| \approx n_0 \tau_T \left(\tau_T = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2}\right)$. Условие малости этого

эффекта в сравнении с рассмотренными ранее накладывает ограничение снизу на уровень энергии плазменной турбулентности. Для ленгмювской турбулентности получаем

$$\frac{W^1}{nm} \gg \frac{e^2 \omega_{pe}}{m} \left(\frac{m}{\varepsilon_0} \right)^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2} + \delta}. \quad (12)$$

Таким образом, мы действительно получили, что в плазменном турбулентном реакторе, когда W^1/W достаточно мало и уровень турбулентности выше определенного, в частности W^1 удовлетворяет (12), спектр излучения определяется процессом трансформации плазменных волн и синхротронным излучением. Для излучения, запертого в плазменном котле ($\omega < \omega_{pe}$), спектральное распределение имеет вид $I_\omega \sim \omega^{5.2}$.

Энергетический спектр электронов f_1 в плазменном турбулентном реакторе определяется темпом ускорения и скоростью потерь энергии частицами. Ускорение связано с коэффициентом диффузии в энергетическом пространстве D_{ϵ_1} , который описывает эффекты индуцированного рассеяния волн на частицах. Для комптоновского рассеяния электромагнитных волн имеем

$$D_{\epsilon_1}^{1, \epsilon'} = \int \frac{I_\omega d\omega}{\omega} \int \frac{I_{\omega_1}}{\omega_1} (\omega - \omega_1)^2 U^{1, \epsilon'} d\omega_1. \quad (13)$$

С учетом спектра излучения I_{ω_1} рассмотренного выше, получаем, что

$$D_{\epsilon_1}^{1, \epsilon'} \sim \left(\frac{m}{\varepsilon_0} \right)^2 \frac{e^2 n m \omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(\frac{W^1}{nm} \right)^2, \quad (14)$$

в то время, как коэффициент диффузии, происходящей из-за рассеяния плазменных волн на релятивистских частицах, $D_{\epsilon_1}^{1, \epsilon'} \sim \varepsilon^2$ (1) (это же относится к синхротронному механизму). Поэтому при энергиях, удовлетворяющих условию

$$\left(\frac{\varepsilon}{m} \right)^2 \gg n \omega_{pe}^{-2} \left(\frac{W^1}{nm} \right)^2 \frac{nm}{W^1}, \quad (15)$$

влиянием комптоновского рассеяния высокочастотных волн на ускорение частиц в ПТР можно пренебречь.

Потери энергии частицами описываются вторым членом правой части уравнения для функции распределения f_1 . Основной вклад в коэффициент потерь A_1 от процессов рассеяния электромагнитного излучения на релятивистских электронах дает спонтанное рассеяние

$$A_1 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \left(\frac{\omega^2}{\omega_1} I_{\omega_1} - \frac{\omega_1^2}{\omega} I_\omega \right) (\omega - \omega_1) U^{1, \epsilon'} d\omega d\omega_1. \quad (16)$$

Легко видеть, что это приводит к $A_1 \sim W^1 \varepsilon^2$. Таким образом, характер зависимости A_1 от энергии в плазменном турбулентном реакторе и с учетом

комптоновского рассеяния сохраняется. Комптоновское рассеяние излучения на электронах приводит, как видно, к дополнительным потерям, поэтому стационарное степенное распределение $f_s \sim \epsilon^{-1}$ должно иметь показатель спектра $\gamma < 3$. Это соответствует большей интенсивности ускорения частиц $\left(\frac{d\langle \epsilon \rangle}{dt}\right)_{D_s} > 0$, необходимой для компенсации возросших потерь $\left(\frac{d\langle \epsilon \rangle}{dt}\right)_{A_s} < 0$. Относительная величина A_s , связанная с комптоновским рассеянием, есть по порядку величины отношение плотности энергии излучения W' к плотности энергии турбулентных пульсаций W (или энергии магнитного поля H^2), поэтому малость W'/W означает малое отклонение γ от значения $\gamma = 3$. Характер зависимости γ от W'/W должен быть рассмотрен для каждого типа турбулентности отдельно.

3. Проиллюстрируем характерные особенности зависимости показателя спектра электронов; от W'/W при различных значениях параметров, характеризующих плазму турбулентного реактора, и для различных типов турбулентности (ленгмюровской l , вистлеров w , магнитогидродинамической $A+M$; индекс A отвечает алфвеновским волнам, M — быстрым магнитозвуковым).

Уравнение для γ , учитывающее лишь механизм рассеяния с участием плазменных волн и синхротронное излучение, при формировании степенного спектра релятивистских электронов в ПТР имеет вид

$$\sum_{\sigma=1,2} R_3^{\sigma} \frac{R_{1-1}^{\sigma}}{R_1^{\sigma}} - \sum_{\sigma=1,2} R_2^{\sigma} = 0 \quad (17)$$

($\sigma = 1, 2$ означает суммирование по двум поляризациям поперечных волн).

Учет эффекта рассеяния поперечных волн (усредненного по поляризации) в коэффициенте спонтанных потерь A , приводит к следующему уравнению для γ :

$$\sum_{\sigma=1,2} R_3^{\sigma} \frac{R_{1-1}^{\sigma}}{R_1^{\sigma}} - \sum_{\sigma=1,2} R_2^{\sigma} - R^{s,t} = 0, \quad (18)$$

где

$$R^{s,t} = \frac{8e^3 \pi^2}{9\omega_{pe}^2} \frac{W'}{nm}$$

Уравнение (18) для γ является трансцендентным, а функции R_i^{σ} определяются типом турбулентности. Мы приведем здесь эти функции, найден-

ные в работах [1, 4], чтобы показать, как в уравнение (18) входят параметры плазменного турбулентного реактора.

Так, в случае изотропной ленгмюровской турбулентности и плазменных пульсаций больших фазовых скоростей (1)

$$R_{\gamma}^{1,2} = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left(\frac{W^2}{nm} a_{\gamma} + (2\varphi)^{\frac{1}{2}} b_{\gamma}^{1,2} \right), \quad (19)$$

W^2 — плотность энергии турбулентности, $\varphi = 3eH|1-x^2/4m\omega_{pe}$, $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$, H — напряженность магнитного поля, x — косинус угла

между скоростью электрона v и вектором \vec{H} (a_{γ} и $b_{\gamma}^{1,2}$ зависят только от γ , и мы их не будем здесь выписывать). Теперь видно, что из уравнения (18) можно найти γ как функцию W^2/W^1 , причем формально при $W^2/W^1 = 0$ его решением является $\gamma = 3$. На рис. 1 представлен результат численного решения этого уравнения при некоторых значениях параметров $|x|$, ω_{He}/ω_{pe} , $H^2/8\pi W^1$.

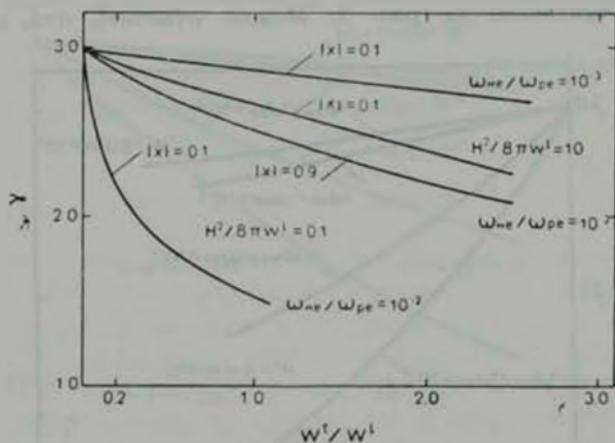


Рис. 1.

При анизотропной турбулентности появляется новый параметр β , который характеризует степень анизотропии пульсаций, распространяющихся как по направлению магнитного поля, так и против. Этот параметр выражается через плотность энергии турбулентности соответствующих волн $W =$

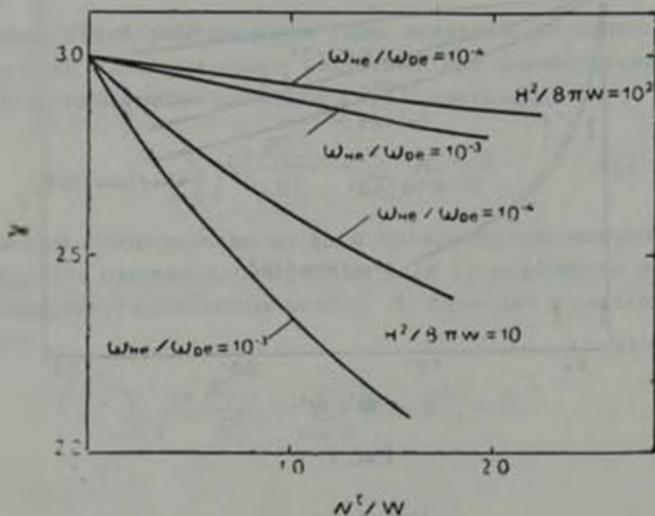
$$p = \frac{W^+ - W^-}{W^+ + W^-}, \quad W^+ + W^- = W.$$

При этом для турбулентности вистлеровской моды колебаний

$$R_1^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left| \frac{W^+}{nm} \frac{1-\beta}{1-\beta} \left(\frac{k_{max}|x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1-\beta}{2}} a_1^*(p, x) + \frac{H^2}{8\pi nm} (2\tau)^{\frac{1-\beta}{2}} \frac{9}{2} (1-x^2) b_1^2 \right| \quad (20)$$

$\beta = \frac{k_{min}}{k_{max}}$, k_{min} и k_{max} определяют область волновых чисел турбулентных пульсаций соответствующей моды. Если турбулентность характеризуется параметром $p \neq 0$, то решения уравнения (18) зависят не только от $|x|$, но и от знака x , это определяется коэффициентом $a_1^*(p, x)$ (сказанное относится к турбулентности как вистлеров, так и турбулентности магнитогидродинамических мод).

Результат решения уравнения для γ в случае турбулентности вистлеров при различных значениях параметров x , p , $H^2/8\pi W^+$, ω_{pe}/ω_{pe} , k_{max}/ω_{pe} , β представлен на рис. 2. Можно отметить, что, как и для



$$x = 0.1, \quad p = -1, \quad \frac{k_{max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1.$$

Рис. 2.

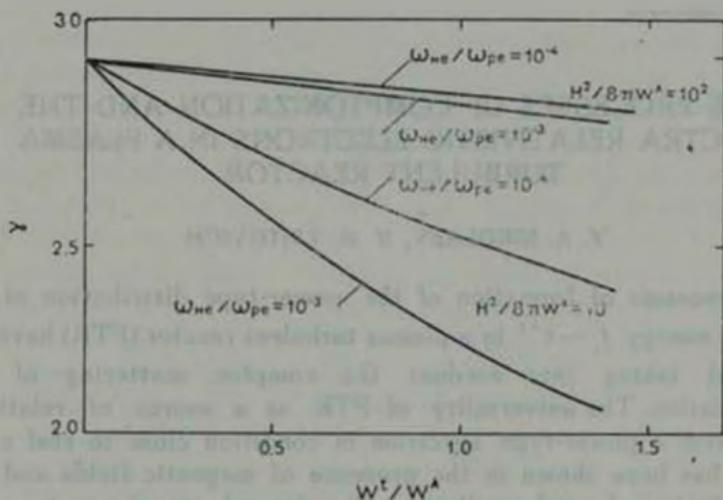
ленгмюровской турбулентности, характер зависимости $\gamma(W^M/W^A)$ в большей степени определяется величиной $H^2/8\pi W$ и ω_{He}/ω_{pe} и при больших значениях отношения $H^2/8\pi W$ комптонизация ПТР меньше влияет на значение γ . Зависимость от x и p является слабой.

В случае магнитогидродинамической турбулентности учет альфвеновских (A) и быстрых магнитозвуковых пульсаций (M) приводит к появлению нового параметра, отношения уровней турбулентности этих мод $z = W^M/W^A$. Тогда имеем

$$R_1^1 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left\{ \frac{W^A}{nm} \left(\frac{k_{max}|x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1-2}{2}} (1-\beta)^{\frac{1-2}{2}} a_1^1(p^A, z, x) + (2\tau)^{\frac{1+2}{2}} b_1^1 \right\} \quad (21)$$

$$R_1^2 = \frac{2\pi^2 e^2}{3\omega_{pe}^2} \left\{ z \frac{W^M}{nm} \left(\frac{k_{max}|x|}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1-2}{2}} (1-\beta)^{\frac{1-2}{2}} a_1^2(p^M, z, x) + (2\tau)^{\frac{1+2}{2}} b_1^2 \right\}$$

Характер эффекта комптонизации подобен описанному выше. Зависимость $\gamma(W^M/W^A)$ представлена на рис. 3.



$$x = 0.1, \quad z = 1, \quad p^A = p^M = -1, \quad \frac{k_{max}}{\omega_{pe}} = 0.1, \quad \beta = 0.1$$

Рис. 3.

4. Таким образом, рассеяние излучения на релятивистских электронах в плазменном турбулентном реакторе действительно уменьшает показатель энергетического спектра этих электронов. При этом в реальных условиях,

соответствующая слабой турбулентности ($W/nT \ll 1$, где T — температура плазмы), отклонение показателя спектра от значения $\gamma = 3$ может быть весьма слабым. Это легко видеть из графиков на рис. 1—3, имея в виду, что $(W'/H^2) \sim (W/nT)^2 \sim W/nm$. При одном и том же значении параметра W/nm , характеризующего уровень турбулентности, поведение γ как функции W'/W может все-таки отличаться для турбулентности различных плазменных мод колебаний.

Следует заметить, что учет дополнительных потерь, связанных с выходом частиц из ПТР, также должен приводить к уменьшению γ по сравнению с $\gamma = 3$. Объясняется это необходимостью компенсации потерь энергии в системе за счет ускорения частиц $\left(\frac{d\langle \epsilon \rangle}{dt} \sim \langle \epsilon^2 \rangle\right)$ при формировании квазистационарных спектров. При этом показатель степенного спектра $f_s \sim \epsilon^{-\gamma}$ будет находиться в области $2 < \gamma < 3$ и зависеть от характерного размера неоднородности распределения быстрых частиц f_s . Исследование указанного эффекта составляет предмет дальнейшего развития теории плазменного турбулентного реактора.

Московский инженерно-физический институт

THE PROCESSES OF COMPTONIZATION AND THE SPECTRA RELATIVISTIC ELECTRONS IN A PLASMA TURBULENT REACTOR

Y. A. NIKOLAEV, V. N. TSITOVICH

The processes of formation of the power-type distribution of electrons upon energy $f_s \sim \epsilon^{-\gamma}$ in a plasma turbulent reactor (PTR) have been investigated taking into account the Compton scattering of reabsorbed radiation. The universality of PTR as a source of relativistic electrons with a power-type spectrum in condition close to real cosmic conditions has been shown in the presence of magnetic fields and magnetic turbulent modes of oscillation. The dependence of spectrum indices γ from parameters characterising the plasma of a turbulent reactor for various types of turbulences has been investigated. The obtained values of $\gamma < 3$ corresponds to the most probable value found during investigation of cosmic radio sources.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, ЖЭТФ, **64**, 877, 1973.
2. Ю. П. Очелков, О. Ф. Прилуцкий, Астрон. ж., **51**, 1191, 1974.
3. C. J. Petrick, V. N. Tsytovich, Astronomy Space Sci. (in press).
4. Ю. А. Николаев, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, Астрофизика, **12**, 107, 1976.
5. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.