АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 12 | АВГУСТ, 1976 | ВЫПУСК 3

РАСШИРЕНИЕ И ВРАЩАТЕЛЬНЫЙ МОМЕНТ БОЛЬШИХ КОСМИЧЕСКИХ МАСС

Г.-Ю. ТРЕДЕР

Поступила 22 марта 1976

В гравидинамиках, приводящих к «поглощению тяжести» (тетрадная теория гравитации) или к возрастанию эффективной инертной массы вследствие индукции инерции локальным гравитационным потенциалом, возможны равновесные состояния больших космических масс. Выведенная из состояния равновесия большая масса в этой теории должна расширяться, причем имеет место определенное асимптотическое соотношение между массой и вращательным моментом. Эта картина находится в соответствии с данными о вращательных моментах галактик и нестабильности больших космических систем (скопления и сверхскопления галактик)

Под «большой космической массой» мы будем понимать систему частиц массы M, гравитационный радиус

$$r_{\text{грав.}} = a = \frac{fM}{c^2} \tag{1}$$

(f—постоянная тяготения, c—скорость света), которой намного больше своего «барионного радиуса» b. Для определения этого «барионного радиуса» предположим, что масса M состоит из N нейтронов массы μ:

$$M = N\mu. \tag{2}$$

Тогда барионным радиусом системы

$$b \approx N^{1/3}\frac{h}{\mu c} \tag{2a}$$

(h — постоянная Планка, $h/\mu c$ — комптоновская длина волны нейтрона) является радиус системы после сжатия ее до ядерной плотности. Для большой массы M имеет место оценка

$$a = f\frac{N\mu}{c^2} \gg b \approx \frac{N^{1/3}h}{\mu c} \approx \frac{M^{1/3}h}{\mu^{4/3}c}, \tag{3}$$

Отсюда получим для массы M

$$M \gg \sqrt{\frac{c^3 h^3}{f^3}}\,\frac{1}{\mu^2} \approx 10^{34}\ г \tag{3а}$$

и для числа барионов

$$N \gg \sqrt{\frac{c^3 h^3}{f^3}}\,\frac{1}{\mu^3} \approx 10^{58}. \tag{3б}$$

Неравенство (3) всегда удовлетворяется для галактик и для скоплений галактик.

Если такая масса обладает очень большой плотностью и, в частности, образует систему подобно нейтронной суперзвезде (т. е. система представляет собой «гипер-ядро» из ядерной материи [2]), то она сконцентрирована полностью под своим гравитационным радиусом. Говоря на языке теории относительности, масса находится целиком внутри своей сферы Шварцшильда. В релятивистской и ньютоновской теориях тяготения динамика такой системы выражается динамикой «коллапсара», образующего согласно релятивистской астрофизике центр «черной дыры». Как в теории тяготения Ньютона, так и в общей теории относительности такой объект всегда нестабилен, неизбежно сжимается и переходит в точку после прохождения конечного, очень короткого интервала собственного времени.

Устойчивость (или квазиустойчивость) больших масс ядерной плотности представляется теоретически возможной в гравидинамиках, включающих либо «поглощение тяжести» в виде зависимости эффективной постоянной тяготения f^* от локального гравитационного потенциала Φ,

$$f^* = f\left(1 - \alpha\frac{|\Phi|}{c^2}\right),$$

где α — безразмерная величина (это имеет место в обсужденной многотетрадной теории гравитации [4]), либо же (в противоположность этому) возрастание эффективной инертной массы m^* вследствие индукции инерции локальным гравитационным потенциалом:

$$m^* = \left(1 + 2\beta\frac{|\Phi|}{c^2}\right)m.$$

Последнее утверждается в безинертной динамике доктрины Маха — Эйнштейна [5], которая объединяет принцип Маха относительности инерции с космологией Эйнштейна. В рамках классической физики эффект индукции инерции описывается заменой потенциальной гравитационной энергии Ньютона двух тяжелых масс m_1 и m_2

$$-f\frac{m_1 m_2}{r} \qquad (r^2 = \vec{r}_{12}^{\,2}) \tag{4}$$

выражением Риманна

$$-f\frac{m_1 m_2}{r}\left(1-\beta\frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (v^2 = \vec{v}^2), \tag{4a}$$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}}_{12}$ — относительная скорость масс, β — числовая постоянная, удовлетворяющая условиям

$$\beta > 0 \quad \text{и} \quad \beta \approx 1.$$

Количественное выполнение доктрины Маха—Эйнштейна требует [5, 6]

$$\beta = \frac{3}{2}. \tag{5}$$

Рассмотрим однородное облако частиц полной массы M. Представим себе это облако состоящим из N нейтронов или из n приблизительно равных частиц

$$M = N\mu = nm = nN_n m. \tag{6}$$

Пусть r — радиус облака в данный момент времени, т. е. по порядку равен среднему расстоянию двух частиц в облаке. Из принципов гравидинамики Риманна получим тогда функцию Лагранжа облака

$$L = f\frac{M^2}{r}\left(1+\beta\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{M}{2}v^2 = \frac{fM^2}{r}\left(1+\beta[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2]\right) + \frac{M}{2}[\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2]. \tag{7}$$

Здесь через $\dot{\varphi}$ обозначена средняя угловая скорость вращения системы, так что

$$v^2 = \vec{v}^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2, \qquad \left(\dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}\right).$$

Из (7) видно, что (в отличие от динамики Ньютона) внутренняя энергия облака дана выражением

$$T = \frac{1}{2}M\left(1+2\beta\frac{fM}{c^2 r}\right)(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) = \frac{1}{2}M^*\dot{\vec{r}}^{\,2}. \tag{8}$$

Следовательно

$$M^* = M\left(1+2\beta\frac{fM}{rc^2}\right) \tag{8a}$$

является эффективной инертной массой облака относительно внутренних взаимодействий. Это означает, что инертные массы частиц облака равны

$$m^* = m\left(1 + 2\beta\frac{fM}{rc^2}\right), \qquad M^* = nm^*. \tag{8б}$$

Из (8б) получим, что эффективная масса m^* неограниченно возрастает, если радиус облака r стремится к нулю. Это действительно предотвращает — как ниже будет показано — гравитационный коллапс в духе релятивистской астрофизики, поскольку при $\beta > 1$ радиальная скорость $\dot r$ остается конечной и меньше c для $r \to 0$ (см. ниже).

Интеграл энергии (функция Гамильтона) для (7) имеет вид

$$H = -f\frac{M^2}{r}\left(1 - \frac{\beta}{c^2}[\dot r^2 + r\dot\varphi^2]\right) + \frac{M}{2}[\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2] = \text{const}, \tag{9}$$

и интеграл вращательного момента

$$J = f\frac{2\beta}{c^2}M^2 r\dot\varphi + Mr^2\dot\varphi = \text{const}. \tag{10}$$

Выражения (9) и (10) определяют динамику облака.

Рассмотрим сейчас облако в высоко конденсированном состоянии, так что имеем

$$r \approx b \ll \frac{fM}{c^2}.$$

Тогда интегралы (9) и (10) переходят в

$$H = -f\frac{M^2}{r}\left(1 - \frac{\beta}{c^2}[\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2]\right) \tag{11}$$

и

$$J = f\frac{2\beta}{c^2}M^2 r\dot\varphi \tag{12}$$

($J = \text{const} \Rightarrow$) $r\dot\varphi = k = \text{const}$) и, подставляя (12) в (11), имеем

$$H = -f\frac{M^2}{r} + \frac{\beta}{c^2}f\frac{M^2\dot r^2}{r} + \frac{J^2c^2}{4\beta fM^2r}. \tag{13}$$

Отсюда дифференцированием получим уравнение радиального движения облака при $r \ll fM/c^2$

$$\ddot r = -\frac{Hc^2}{2\beta fM^2}, \qquad r = \frac{Hc^2t^2}{4\beta fM^2} + At + B, \qquad (A,\ B = \text{const}). \tag{14}$$

(14) описывает для положительного интеграла энергии $H>0$ расширение облака с линейно возрастающей скоростью. (Случай $H<0$ представляется физически невозможным, так как $H<0$ для больших времен ведет к отрицательным значениям r).

Связь между энергией H и вращательным моментом J получится из начального состояния системы. Предполагается, что при $t=0$ система находится в квазиустойчивом состоянии, в котором

$$r(0) = r_0 \approx b, \quad \dot r(0) = 0, \quad \text{т. е.} \quad A = 0, \quad B = r_0 \approx b. \tag{15}$$

Используя (15), из (13) получим

$$J^2 = 4\beta \frac{f^2 M^4}{c^2} + 4\beta \frac{f M^2}{c^2} H r_0. \tag{15а}$$

Формула (20) и предположение $r_0 \approx b$ дают

$$J \approx \frac{f M^2}{c} + N^{4/3} h. \tag{15б}$$

Для конечного r_0 и $H>0$ вращательные моменты согласно (15а) всегда немного больше, чем в (15б). Учитывая $H \sim M$ (см. (20)), относительное отклонение пропорционально $M^{-2/3}$, т. е. чем больше система, тем точнее выполняется (15б).

Численно значение энергии следует из закона сохранения энергии (9) при больших r. Используя (10), получим для $r \gg fM/c^2$ приближенно

$$H \approx \frac{M}{2} \dot r^2 + \frac{J^2}{2Mr^2} \tag{16}$$

и асимптотически

$$H = \frac{M}{2} \dot r^2 \text{ для } r \to \infty. \tag{16а}$$

Для определения предела $\dot r$ для $r \to \infty$ используем условие, что радиальное расширение $r(t)$ системы для больших времен должно включаться в космологическое расширение Метагалактики. Поэтому мы отождествим для $r \gg fM/c^2$ скорость $\dot r \sim v$ и скорость расширения Метагалактики $\dot R$. Пусть $R(t)$ — радиус Метагалактики (или множитель расстояния). Тогда должны иметь

$$\dot r \to \dot R \text{ для } t \to \infty \Rightarrow r \to \infty \Rightarrow H = \frac{M}{2} \dot R, \tag{17}$$

где $\dot R / R$ — постоянная Хаббла.

Из динамики любой изотропно расширяющейся вселенной следует [6], что введение дополнительных масс в эту вселенную возможно только тогда, когда «полная энергия» η космологического расширения (т. е. постоянная энергии в уравнениях движения для $R(t)$ в формуле Фридмана) исчезает. Как известно, в ньютоновской и релятивистской космологиях $\eta=0$ ведет к плоской вселенной Эйнштейна—Де Ситтера с интегралом уравнения Фридмана $R \sim (t-t_0)^{2/3}$. Если рассмотрим в «безинертной динамике» с гравитационным потенциалом Риманна космос Маха—Эйнштейна, то уравнение Фридмана заменяется дифференциальным уравнением [5, 6].

$$-\frac{f\mathfrak{M}}{R}\left(1-\beta\frac{\dot{R}^2}{c^2}\right)=\eta>0, \qquad (\beta=3/2). \tag{18}$$

Из (18) следует для $\eta=0$ линейное уравнение расширения[1]

$$R=\frac{c}{\sqrt{\beta}}\,t+\text{const}. \tag{19}$$

Поэтому асимптотическое включение расширяющегося облака частиц массы M с гравидинамикой Риманна в расширение космоса Маха—Эйнштейна требует для $r\to\infty$

$$\dot{r}\to\dot{R}=\frac{c}{\sqrt{\beta}}, \qquad H=\frac{M}{2}\dot{r}^2=\frac{M}{2}\dot{R}^2=\frac{Mc^2}{2\beta}. \tag{20}$$

Отсюда определяется энергия H в (9).

Суммируя наши результаты, мы получим следующую математическую модель расширяющейся системы большой массы M: Функция Лагранжа имеет вид

$$L=\frac{fM^2}{r}\left(1+\frac{3}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{M}{2}v^2, \tag{21}$$

---

[1] Для космоса Маха—Эйнштейна (18) следует из закона сохранения энергии

$$\dot{\eta}=-\eta\frac{\dot{R}}{R}+\frac{2f\beta}{c^2}\mathfrak{M}^2\frac{\dot{R}}{R}\ddot{R}-2\eta\frac{\dot{\mathfrak{M}}}{\mathfrak{M}}=0.$$

Отсюда видно, что любую массу $\Delta\mathfrak{M}=M$ можно ввести во вселенную без влияния на ее динамику именно тогда, когда η исчезает. В самом деле, тогда для любой частицы в космосе выполняется тождественно

$$m\frac{f\mathfrak{M}}{R}=m\frac{f\beta}{c^2}\frac{\mathfrak{M}}{R}\dot{R}^2,$$

т. е. сумма потенциальной и кинетической энергий исчезает для любой частицы.

интеграл энергии имеет вид

$$H = -\frac{fM}{r}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{M}{2}v^2 = \frac{M}{3}c^2 \tag{22}$$

и вращательный момент приближенно равен

$$J = \frac{3fM^2}{c^2}\,r\dot{\varphi} + Mr^2\dot{\varphi} \approx \frac{\sqrt{6}\,fM^2}{c}. \tag{23}$$

Расширение системы начинается в момент времени $t=0$ с радиуса системы $r_0 = r(0)$, который равен барионному радиусу b системы.

$$r(0) \approx b \approx N^{1/3}\frac{\hbar}{\mu c} \approx M^{1/3}\frac{\hbar}{\mu^{4/3}c}.$$

Вначале скорость расширения $\dot{r}(t)$ растет линейно, для $r \ll fM/c^2$ имеем согласно (15, 15а):

$$r \approx \frac{Hc^2}{12fM^2}\,t^2 + b \approx \frac{c^4}{36fM}\,t^2 + b \tag{24}$$

В области $r \gtrsim fM/c^2$ ускорение $\ddot{r}$ радиального движения уменьшается* и скорость расширения в области $r \gg fM/c^2$ асимптотически достигает своего максимального значения

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,c \quad \text{для} \quad t \to \infty, \quad r \to \infty. \tag{25}$$

В квазиустойчивом состоянии до начала расширения (т. е. для $t<0$) большая масса M образует «гиперядро» (или сверхтяжелую элементарную частицу) массы

$$M \approx N\mu \approx N \cdot 1.7 \cdot 10^{-24}\ г \tag{26}$$

и спина

$$J \approx \sqrt{6}\,\frac{fM^2}{c} \approx \sqrt{6}\,N^2\,\frac{f\mu^2}{c} \approx N^2\,10^{-65}\ г\,см^2\,сек^{-1},$$

$$\left(k = r_0\dot{\varphi} \approx b\dot{\varphi} \approx \sqrt{\frac{2}{3}}\,c\right). \tag{26а}$$

---

* По (24) имели бы $\dot{r} \sim t$ для $r \lesssim \frac{4{,}5fM}{c^2} = \frac{9fM}{2c^2}$.

Представляется очень интересным и удовлетворительным в рамках обоснованных Амбарцумяном [1, 2] представлений об эволюции галактик, возникающих из плотных ядер, что соотношения (26, 26а) приближенно отражают асимптотическое поведение траекторий Редже для адронов (см. [3]). Тем самым наша математическая модель радиально расширяющейся системы большой массы M с первичной ядерной плотностью ($r(0) \approx b$) дает простое динамическое описание космологических гипотез Амбарцумяна [1] о возникновении галактик и скоплений галактик.

Как известно [2], эволюция галактик согласно Амбарцумяну несовместима с принципами теории гравитации Ньютона или Эйнштейна, потому что как по Ньютону, так и по Эйнштейну внутренний гравитационный потенциал неограниченно растет с возрастающими массой и плотностью системы. Это неизбежно ведет к «коллапсарам». В противоположность этому в гравидинамике Римана (в соответствии с доктриной Маха—Эйнштейна) отношение инертной массы к тяжелой растет с возрастающим локальным гравитационным потенциалом так, что существует конечный предел гравитационного ускорения внутри очень больших и плотных систем [5].

Это выражается в нашей модели тем, что хотя для $\dot{r} = 0$ в выражении энергии H (13) отрицательная гравитационная энергия $-fM^2/r_0$ неограниченно растет с уменьшением радиуса системы r_0, но этот же закон тоже выполняется для кинетической энергии T (которая определяется вращательным моментом J).

Используя конечную скорость вращения $v_0 = r_0\dot{\varphi} = k = c/\sqrt{\beta}$, получим для $r_0 \to 0$

$$T = \frac{fM^2}{r_0}c^2 = \frac{J^2c^2}{4\beta fM^2 r_0}.$$

Система устойчива при $r_0 \to 0$, если J имеет конечное значение

$$J = 2\sqrt{\beta}\,\frac{fM^2}{c} = 2\beta\,\frac{fM^2}{c^2}\,r_0\dot{\varphi}, \tag{27}$$

но должна расширяться после возбуждения, если

$$J \geqslant 2\sqrt{\beta}\,\frac{fM^2}{c} \quad \text{для} \quad r_0 > 0. \tag{27a}$$

В следствии (27а) имеем $H > 0$. Так как (27) можно считать выражением того, что первичные ядра галактик находятся на траекториях Редже, последнее условие гарантирует положительный знак энергии системы H, для которой получим асимптотическое выражение $H = (1/3)\,Mc^2$.

Центральный институт
астрофизики АН ГДР

THE EXPANSION AND THE ROTATIONAL MOMENTUM OF LARGE COSMICAL MASSES

H.-Yu. TREDER

In gravidynamics leading to the „absorption of gravity" (tetrade theory of gravitation) as well as in theories leading to the increase of inertial mass owing to the induction of inertia by local gravitational potential, the equilibrium configurations of large cosmical masses are possible. If such a large mass is brought out of the equilibrium this theory predicts its expansion. During the expansion a definite asymptotic relation between the mass and the rotational momentum is obeyed. This picture is in good correspondence with the existing information on the rotational momenta of galaxies and the instability of large cosmical systems (clusters and superclusters of galaxies).

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Проблемы современной космогонии, изд. 2-е, Наука, М., 1972.
2. *В. А. Амбарцумян*, Über Entwicklungsprozesse in Kosmos, Sitzungsberichte der AdW der DDR, 15N, Berlin, 1975
3. *Р. М. Мурадян*, Астрофизика, 11, 237, 1975.
4. *H.-J. Treder*, Gravitationstheorie und Aquivalenzprinzip, Berlin, 1971. (Русск. пер.: Теория тяготения и принцип эквивалентности, М., 1973).
5. *H.-J. Treder*, Die Relativitat der Tragheit, Berlin, 1972.
6. *H.-J. Treder*, Elementare Kozmologie, Berlin, 1975.