АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11 АВГУСТ, 1975 ВЫПУСК 3

БЫСТРОВРАЩАЮЩИЕСЯ МАССИВНЫЕ БЕЛЫЕ КАРЛИКИ

Г. С. АДЖЯН, Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 16 января 1975
Пересмотрена 23 марта 1975

Для различных фиксированных значений момента вращения энергетическим методом вычислены параметры дифференциально вращающихся белых карликов, в частности зависимость массы M от центральной плотности — кривые $M_k(\rho_c)$. При этом учтены эффекты β-захвата и общей теории относительности.

Показано, что быстрое вращение подавляет эффекты β-захвата и ОТО и делает возможным существование стабильных белых карликов с массами до 3-х солнечных масс и с центральными плотностями на два порядка выше плотности статических конфигураций.

Введение. В работах Остракера и его сотрудников [1—4] были рассмотрены дифференциально вращающиеся белые карлики. Было показано, что дифференциальное вращение в отличие от твердотельного может увеличить массу равновесных конфигураций до трех-четырех солнечных масс [3]. Причина этого заключается в том, что в случае дифференциального вращения центральное ядро может вращаться значительно быстрее, чем оболочка, и без наступления истечения с экватора можно достичь значений энергий вращения, которые становятся сравнимыми с гравитационной энергией. Поэтому параметры таких равновесных конфигураций будут значительно отличны от параметров статических или твердотельно-вращающихся.

Известно [5], что вещество в белых карликах может иметь кристаллическую структуру, поэтому могут возникнуть сомнения в возможности дифференциального вращения таких небесных тел. Однако, если рассмотреть диаграмму плотность—температура, то на ней кристаллическая фаза находится значительно ниже кривой вырождения электронов, так что вырожден-

ное вещество может находиться как в жидкой, так и кристаллической модификациях, причем область жидкой фазы на плоскости плотность—температура тем шире, чем легче элемент (меньше порядковый номер Z).

Здесь так же, как в [3, 4] мы не учитываем эффекты вязкости, которые проявляются в больших временных масштабах. Подробное исследование влияния вязкости на эволюцию быстровращающихся белых карликов было проведено в [6, 7].

При рассмотрении равновесия и устойчивости белых карликов существенными являются эффекты β-захвата (нейтронизации), общей теории относительности (ОТО) и вращения. Для твердотельно вращающихся конфигураций одновременный учет всех этих трех эффектов был проведен в [8]. Здесь мы ставим перед собой задачу рассмотреть аналогичную проблему для дифференциально вращающихся белых карликов. В [3] рассмотрение таких конфигураций было проведено без учета эффектов β-захвата и ОТО, поэтому, естественно, относительно устойчивости были приведены лишь качественные соображения, которые, как показывает настоящее исследование, не всегда оказываются правильными. В частности, рассматриваемая область плотностей была ограничена значением 10^9 г/см^3, что мотивировалось фактом начала β-захвата, который может привести к потере устойчивости. Ниже будет показано, что в случае быстрого вращения эффекты вращения подавляют как β-захват, так и эффекты ОТО, что, конечно, априори ниоткуда не следует.

Исследование равновесия и устойчивости сверхплотных звезд—белых карликов и пульсаров удобно проводить рассмотрением зависимости массы от центральной плотности. Здесь, в отличие от [3], где исследование проводилось на плоскости масса—момент количества движения, для дифференциально вращающихся белых карликов проводятся вычисления массы M в зависимости от центральной плотности ρ_c для различных фиксированных значений момента K—кривые $M_k(\rho_c)$ (см. рис. 2). Исследование, как и в [8], проводится энергетическим методом [9]. Здесь мы детально будем останавливаться лишь на тех моментах, которые непосредственно связаны с дифференциальным вращением. Во всех же остальных случаях за справками будем отсылать к [8].

В [10] этим же методом для дифференциально вращающихся белых карликов была вычислена частота радиальных пульсаций. Однако, так как при этом ограничивались сферически-симметрическими конфигурациями, то именно поэтому рассматривались белые карлики, весьма близкие к чандрасекаровскому пределу. В общем же случае рассмотрение пульсаций быстровращающихся белых карликов без учета эффектов β-захвата и ОТО было проведено в [4], использованием вириально-тензорного метода Чандрасекара—Лебовица [11].

Основные уравнения. При рассмотрении проблем равновесия и устойчивости дифференциально вращающихся холодных белых карликов вместе с заданием массы (полного числа нуклонов), момента вращения K, центральной плотности ρ_c необходимо для замкнутости задачи также задать распределение вдоль радиуса момента вращения. Согласно теореме Пуанкаре эта величина зависит от цилиндрической лагранжевой массы. Для этого распределения мы здесь используем следующие функции:

$$h(u) = \frac{M}{K} k(u) = 5[1 - (1-u)^2]^{1/2}, \tag{1}$$

$$h(u) = 4.8239 + 1.8744(1-u)^{0.5522} - 6.6983(1-u)^{0.3331}, \tag{2}$$

где

$$K = M \int_0^1 k(u)\, du. \tag{3}$$

K — полный момент вращения (момент количества движения), M — масса покоя звезды, u — лагранжевая цилиндрическая координата, равная накопленной массе в цилиндре с образующими, параллельными оси вращения, деленная на полную массу звезды. Распределение момента (1) соответствует твердотельно вращающемуся сфероиду Маклорена [12], а (2) — интерполяционная формула (с точностью 1%), соответствующая твердотельно вращающейся политропе индекса 1.5 [3].

В случае дифференциально вращающихся конфигураций сплюснутость оказывается значительной и поэтому ее учет в уравнениях равновесия и устойчивости весьма существенен. В данной работе используется приближение подобных эллипсоидов вращения. Сравнение с результатами интегрирования дифференциальных уравнений, проведенного в [3], показывает, что это приближение справедливо для внутренней области неоднородно вращающихся конфигураций, где сконцентрировано более 90% общей массы звезды. Вычисленный здесь параметр сплюснутости относится не ко всей звезде, а именно к этой области.

Полная энергия звезды E для заданного распределения момента вращения $h(u)$ будет функцией от массы M, момента вращения K, сплюснутости λ и центральной плотности ρ_c: $E = E(M, K, \lambda, \rho_c)$, где $\lambda = (c/a)^2$; a и c — соответственно, экваториальная и полярная полуоси эллипсоида вращения. Из условия экстремальности энергии для заданных значений массы покоя звезды, момента вращения и распределения момента вращения, для равновесия звезды имеем условия

$$(\partial E/\partial \rho_c)_{M,\,K,\,\lambda} = 0, \quad (\partial E/\partial \lambda)_{M,\,K,\,\rho_c} = 0. \tag{4}$$

Необходимым условием устойчивого равновесия является минимальность энергии звезды:

$$(\partial^2 E/\partial \rho_c^2) > 0, \quad (\partial^2 E/\partial \iota^2) > 0, \tag{5}$$

$$(\partial^2 E/\partial \rho_c^2)(\partial^2 E/\partial \iota^2) - (\partial^2 E/\partial \rho_c \partial \iota)^2 > 0. \tag{6}$$

Для статических и медленно вращающихся звезд условия (5)—(6) являются одновременно и достаточными, что соответствует устойчивости по отношению к основной моде. В случае же быстрого вращения, когда сплюснутость не мала, такой анализ устойчивости необходимо дополнить рассмотрением других мод колебаний. В [4] было показано, что для дифференциально вращающихся белых карликов динамическая неустойчивость наступает аналогично эллипсоидам Маклорена, когда отношение энергии вращения E_r к гравитационной E_G становится равным 0.27, хотя при этом условия (5)—(6) не нарушаются. Это условие вместе с (5)—(6) мы примем критерием устойчивости конфигураций.

Таким образом, для исследования проблемы равновесия и устойчивости прежде всего необходимо иметь зависимость выражения энергии от заданных параметров. Полная энергия холодного произвольно вращающегося белого карлика может быть представлена в виде

$$E = E_e + E_G + E_r + E_{\text{ото}} \tag{7}$$

E_e — термодинамическая энергия (энергия вырожденных электронов), E_G — ньютоновское выражение гравитационной энергии, E_r — энергия вращения, $E_{\text{ото}}$ — поправки общей теории относительности.

Здесь будем рассматривать конфигурации, для которых $\mu_0 = A/Z = 2$. С учетом β-захвата эту величину необходимо заменить через μ, где $\mu = \mu_0(1 + \alpha x)$, $\alpha = 5.317 \cdot 10^{-3}$, $x = p_e/m_e c$, p_e — импульс Ферми вырожденных электронов, m_e и c — соответственно масса электрона и скорость света, [8].

Рассмотрим энергию вращения. В декартовой координатной системе, ось вращения которой направлена по z, имеем

$$E_r = \frac{K^2}{2M} \int_0^M h^2(u)\, du/(x^2 + y^2), \tag{8}$$

где u — цилиндрическая лагранжева масса.

С помощью линейных преобразований координат, которые оставляют объем постоянным, получим

$$E_r = \gamma E_r^{(0)}(M, K, \rho_c) = 0.5\, M^{-5/3} \rho_c^{2/3} (3/4\pi)^{2/3} I_r, \tag{9}$$

$$I_r = \int_0^1 \left| h^2(v') \left(\int_0^{v'} dv/\varphi \right)^{-2.5} \right| dv', \tag{10}$$

где v' — относительная цилиндрическая лагранжева масса, v — относительная масса в сфере, соприкасающейся с цилиндром, масса которого v', $\varphi(v)$ — функция распределения вещества. Численное значение интеграла (10) I_r показывает меру дифференциации вращения. При твердотельном вращении $I_r = 0.926$, в случае же распределений (1) и (2) он оказывается равным соответственно 1.1 и 1.001.

Отметим здесь одно обстоятельство. Если в случае твердотельного вращения предельное значение энергии вращения, при которой еще отсутствует истечение, оказывается того же порядка, что и E_G, то в случае дифференциального вращения, так как E_r уже оказывается сравнимой с гравитационной энергией E_G, то, вообще-то говоря, необходимо учитывать и поправки общей теории относительности к энергии вращения. Это можно сделать при помощи результатов, полученных в [13]. Однако в случае белых карликов, как показывает расчет, поправки к энергии вращения общей теории относительности весьма незначительно влияют на результаты расчета (менее 1%) и поэтому мы здесь их приводить не будем.

Имея выражения различных слагаемых энергий, из (4) для условий равновесия получим

$$a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 - a_0 = 0, \tag{11}$$

$$\begin{aligned} d\xi/d\lambda &= 0.0158\, m^{-10/3} x K_{50}^2 I_r / I_G, \\ g(\lambda) &= \lambda^{1/2}(1-\lambda)^{1/2} \arccos \lambda^{1/2}, \end{aligned} \tag{12}$$

где функция $g(\lambda)$ связывает гравитационные энергии эллипсоида вращения и шара, одинаковых объемов [9, 14], а коэффициенты равны

$$a_0 = I_3 = \int_0^1 \varphi^{-1/3} dv, \quad a_2 = I_1 - 1.2776\, g(\lambda)\, m^{2/3} I_G,$$

$$a_3 = 0.04037\, K_{50}^2 m^{-8/3} I_r - 0.00709\, I_2 - 0.0002216\, m^{4/3},$$

$$a_4 = 0.0000716\, K_{50}^2 m^{-8/3} I_r,$$

$$I_1 = \int_0^1 \varphi^{1/3} dv, \qquad I_2 = \int_0^1 \varphi^{2/3} dv, \qquad I_G = \int_0^1 v\, dv/\xi,$$

$$\bar{\varrho}(\nu) = \left(\int_0^{\nu} d\nu / \varphi \right)^{1/3}.$$

K_{50} — момент вращения звезды, умноженный на 10^{-50}, m — масса звезды в единицах солнечных масс ($m = M/M_\odot$),

Для конкретных численных расчетов необходимо задать вид функции распределения вещества φ, которым определяется распределение плотности в звезде $\varrho = \varrho_c \varphi(\nu)$.

На рис. 1 кривая 2 показывает зависимость $\varphi(\nu)$ для статических и твердотельно вращающихся белых карликов [8] и соответствует функции распределения Лейна—Эмдена с показателем политропы $n = 3$. Для дифференциально вращающихся белых карликов нами были проведены расче-

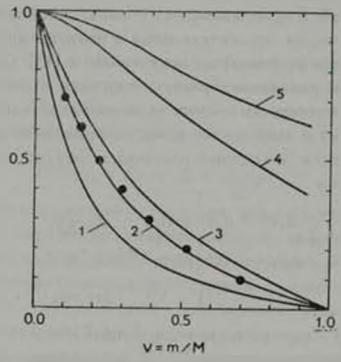

Рис. 1. Кривые 1 и 3 показывают область выбора функции распределения плотности вещества — $\varphi(\nu)$. Кривая 2 соответствует функции Лейна—Эмдена $n = 3$. Точки, отмеченные кружочками, относятся к распределению $\varphi(\nu)$ соответствующему дифференциально вращающемуся белому карлику с $M = 1.81\,M_\odot$, $K_{50} = 2.31$, вычисленному в [3]. Кривые 4 и 5 показывают зависимость угловой скорости Ω/Ω_c (Ω_c значение Ω в центре) от накопленной массы соответственно для законов вращения (1) и (2).

ты для пятнадцати различных функций $\varphi(\nu)$, расположенных между кривыми 1 и 3 рис. 1. Результаты показали, что вычисленные параметры весьма нечувствительны к выбору $\varphi(\nu)$. Поэтому здесь так же, как в [8] для $\varphi(\nu)$ мы пользуемся кривой 2. Это оправдывается также тем фактом, что распределение $\varphi(\nu)$, вычисленное на основе результатов интегрирования диффе-

ренциальных уравнений для быстровращающихся белых карликов, оказывается весьма близким к кривой 2. Так, на рис. 1 по результатам [3] кружочками отмечено такое распределение для конфигурации с $M = 1.81M_\odot$ и $K_{33} = 2.31$.

Результаты расчета. Все расчеты были проведены на ЭВМ «Наири-2». Для заданных значений массы и момента вращения система уравнений (11)—(12) решалась методом последовательных приближений. Во время расчета в качестве первого приближения вычислялись параметры конфигураций, для которых $\lambda = 1$ (сферические конфигурации). Сравнивая результаты этих расчетов с конечными результатами, можно сделать заключение о влиянии сплюснутости на параметры звезды. Здесь для краткости мы не будем отдельно приводить параметры сферических конфигураций ($\lambda = 1$). Отметим лишь, что учет сплюснутости не изменяет общую картину зависимости массы от центральной плотности (вид кривых $M_4(\rho_c)$), а лишь изменяет численные значения параметров.

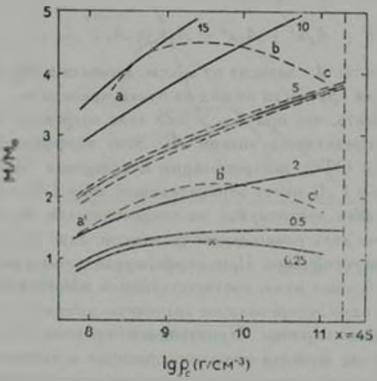

Рис. 2. Зависимость массы от центральной плотности для дифференциально вращающихся белых карликов с распределением момента по формуле (1). Числа у кривых показывают полный момент вращения данной серии в единицах 10^{50} *эрг·сек*. Пунктирные кривые показывают ту же зависимость для конфигураций с функцией распределения $\varphi(s)$ 1 и 3 из рис. 1. Область выше кривой *abc* относится к динамически неустойчивым конфигурациям, для которых $E_r/E_G > 0.27$; область же выше $a'b'c'$ — к вековым неустойчивым конфигурациям ($E_r/E_G > 0.15$).

На рис. 2 приведена зависимость массы от центральной плотности для фиксированных значений момента вращения (кривые $M_4(\rho_c)$) соответственно для значений:

$$K = (0.25,\ 0.5,\ 2,\ 5,\ 10,\ 15)\cdot 10^{50}\ эрг.\ сек.$$

Серии с $K_{50}<0.25$ в рассматриваемой области плотностей имеют точку потери устойчивости (максимум), который на соответствующей кривой (рис. 2) отмечен крестиком. Для значений же момента вращения $K_{50}>0.25$ кривые $M_A(\rho_c)$ имеют монотонный характер и все конфигурации устойчивы. Таким образом, определение устойчивости конфигурации по условиям (5)—(6) отлично согласуется со статическим критерием устойчивости для произвольно вращающихся конфигураций, полученным в [12]. Такое поведение кривых $M_A(\rho_c)$ отлично от аналогичных кривых в случае твердотельного вращения, которое из-за малости энергии вращения не изменяет общего хода зависимости массы от центральной плотности ρ_c статистических конфигураций и всего лишь на несколько процентов повышает предельную массу Чандрасекара [8]. Энергетическая картина резко меняется в случае быстрого (дифференциального) вращения. Энергию звезды с заданным полным числом нуклонов (массой покоя звезды) и моментом вращения можно представить в виде

$$E = A_2 x^2 + A_1 x + A_0 + A_{-1} x^{-1}.$$

Здесь коэффициенты A_i зависят от массы, момента вращения и параметра сплюснутости. Для краткости их вид не будем приводить.

Можно показать, что при $K_{50}>0.25$ знак энергии для больших плотностей ($x>1$) определяется знаком A_2. Этот коэффициент генерируется только эффектами ОТО, нейтронизации и вращения. При твердотельном вращении для $m\approx 1$ A_2 имеет отрицательный знак ($A_2<0$), чем и объясняется наличие двух экстремумов на энергетических кривых (см. рис. 3 [15]), т. е. наличие двух равновесных состояний, одно из которых устойчивое, а другое — неустойчивое. При дифференциальном же вращении, когда A_2 может стать больше нуля, соответствующая энергетическая кривая будет иметь только одно экстремальное значение—минимум, соответствующий устойчивому белому карлику. Приравнивая значение A_2 нулю, получим предельное значение момента вращения, начиная с которого данная масса имеет только один экстремум, соответствующий устойчивому состоянию по основной моде (условия (5)—(6)).

$$K_{50} = [(0.085\, m^{8/3} + 0.0055\, m^{10/3})\cdot I_1]^{1/2} \approx 0.4,\quad m \approx 1. \qquad (13)$$

Для твердотельного вращения максимальное значение момента вращения, при котором наступает истечение с экватора, $K_{max}<3\cdot 10^{49}$ эрг.сек, что меньше значения, даваемого (13), и поэтому кривые $M_A(\rho_c)$ имеют максимум — точку потери устойчивости. Условие (13) можно проиллюстрировать на рис. 2. Так, кривая, соответствующая моменту $K_{50}=0.25$, который меньше предела (13), имеет точку потери устойчивости (максимум), а

кривая, соответствующая значению $K_{30}=0.25$, которое больше предела, даваемого (13), монотонна и все конфигурации устойчивы.

Как уже упоминалось, условия (5)—(6) недостаточны для определения устойчивости быстровращающихся белых карликов. На рис. 2 кривой abc отмечена область, выше которой отношение $E_r/E_G > 0.27$ и согласно [4] такие конфигурации динамически неустойчивы. Из (9) и (12) можно сказать, что отношение $E_r/E_G = 0.27$ соответствует значению параметра сплюснутости $\lambda_0 = 0.53$. Поэтому конфигурации, для которых $\lambda < \lambda_0$, динамически неустойчивы.

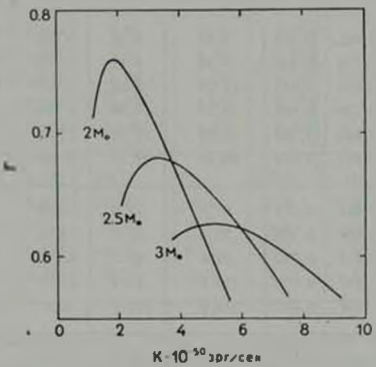

Рис. 3. Зависимость параметра сплюснутости звезды от полного момента для звезд с массами $2M_\odot$, $2.5\,M_\odot$ и $3\,M_\odot$.

В табл. 1 кроме зависимости массы от центральной плотности приведены также значения параметра сплюснутости λ, гравитационной энергии E_G, энергии вырожденных электронов E_r, энергии вращения E_r, дефект массы E/Mc^2, а также момент инерции относительно центра I_0 сферических конфигураций

$$I_0 = \int r^2 dm, \tag{14}$$

через который определяются компоненты тензора инерции соответствующих сплюснутых конфигураций $I_{xx} = I_{yy} = I_0(1+\lambda^2)/3\lambda$; $I_{zz} = 2I_0/3\lambda$.

Для краткости в табл. 1 приведены значения не для всех серий момента вращения, а лишь для значений $K_{30} = 0.25; 0.5; 2; 10$.

Таблица 1

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МОМЕНТА ПО ФОРМУЛЕ (1)

	$M/M_\odot$	$\lg \rho_c$ ($г \cdot см^{-3}$)	λ	$E_G \cdot 10^{-50}$ (эрг)	$E_i \cdot 10^{-50}$ (эрг)	$E_r \cdot 10^{-50}$ (эрг)	$\frac{E \cdot 10^{-5}}{Mc^2}$	$I_0 \cdot 10^{-50}$ ($г \cdot см^2$)
$K_{10}=0.25$	0.9	7.965	0.970	5.23	4.14	0.072	6.38	0.778
	1.0	8.124	0.977	7.04	5.29	0.078	9.40	0.728
	1.1	8.326	0.981	9.64	7.03	0.090	12.9	0.627
	1.2	8.616	0.982	13.93	10.09	0.122	17.4	0.465
	1.3	9.266	0.980	26.20	19.98	0.289	25.8	0.200
$K_{10}=0.5$	1.0	8.001	0.924	6.40	4.74	0.243	7.95	0.878
	1.1	8.176	0.936	8.59	6.11	0.275	11.2	0.806
	1.2	8.400	0.943	11.79	8.22	0.337	15.2	0.663
	1.3	8.720	0.944	17.27	12.06	0.484	20.3	0.476
	1.4	9.327	0.932	31.05	22.73	1.072	29.3	0.210
	1.46	10.687	0.854	94.40	73.75	7.420	53.9	0.030
$K_{10}=2$	1.7	8.431	0.773	21.3	12.0	2.59	22.3	1.131
	1.9	8.944	0.770	38.0	21.7	4.72	34.6	0.612
	2.1	9.610	0.740	74.6	43.7	10.7	54.9	0.263
	2.3	10.357	0.690	153.0	89.4	27.0	92.9	0.101
	2.5	11.131	0.627	314.0	177.4	70.6	165	0.037
$K_{10}=10$	3.0	8.069	0.552	39.4	15.1	10.6	26.3	5.060
	3.4	8.525	0.570	69.4	26.2	17.4	42.9	3.111
	3.8	9.046	0.563	124.0	47.8	31.8	67.3	1.700
	4.2	9.588	00545	221.0	85.8	60.0	104.0	0.886
	4.4	9.850	0.533	292.0	113.0	82.0	130.0	0.145

Интересно проследить за изменениями параметров звезды в зависимости от значений полного момента количества движения K (момента вращения), которые приведены в табл. 2 для двух конфигураций, соответственно с массами покоя $M = 1M_\odot$; $3M_\odot$, в случае дифференциального вращения, с распределением момента (1). Из таблицы видно, что если для звезды с $M = 1M_\odot$ с ростом момента вращения энергия вращения растет, то для конфигурации с большой массой ($M = 3M_\odot$) с ростом момента энергия вращения убывает. Качественно это можно объяснить тем фактом, что для конфигураций с большими массами с увеличением момента вращения момент инерции растет быстрее, нежели квадрат момента вращения.

На рис. 3 для трех конфигураций с массами покоя $2M_\odot$, $2.5M_\odot$ и $3M_\odot$, дифференциально вращающихся с распределением момента (1), приведена зависимость параметра сплюснутости j от момента вращения. Как видно на рис. 3 эта зависимость в случае больших масс немонотонная.

Таблица 2

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МОМЕНТА ПО ФОРМУЛЕ (1) В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОЛНОГО МОМЕНТА ЗВЕЗДЫ

	$K\ 10^{-50}$ (эрг·сек)	$\lg \rho_c$ (г·см$^{-3}$)	j	$-E_G \cdot 10^{50}$ (эрг)	$E_r \cdot 10^{50}$ (эрг)	$E\ 10^{50}$ (эрг)	$E\ 10^{50}$ (эрг)	$I_0\ 10^{50}$ (г·см^2)
$M = 1M_\odot$	0.1	8.170	0.996	7.30	5.52	0.014	1.77	0.678
	0.2	8.143	0.985	7.15	5.38	0.052	1.71	0.710
	0.3	8.102	0.968	6.93	5.19	0.107	1.63	0.753
	0.4	8.053	0.950	6.67	4.97	0.173	1.53	0.811
	0.5	8.001	0.924	6.40	4.74	0.243	1.42	0.878
$M = 3M_\odot$	3	11.117	0.582	456.0	211	107.0	111.2	0.051
	5	9.487	0.626	120.0	56.2	25.9	39.1	0.575
	7	8.693	0.610	61.9	27.1	14.6	23.5	1.912
	9	8.231	0.573	45.0	17.5	11.2	16.5	3.860
	11	7.933	0.530	35.2	13.4	9.75	12.1	6.070

Исследование эволюционного пути дифференциально вращающейся звезды, вообще-то говоря, является временной задачей. Однако можно получить ценную информацию, если рассматривать последовательность квазистационарных конфигураций. Так, как уже было отмечено, в энергетическом балансе мера дифференциации определяется значением интеграла I_r (см. выражение 10). Значение этого интеграла в случае твердотельного вращения, к которому (если это возможно) должна придти звезда в конце своей эволюции, равно $I_r = 0.926$. Поэтому если для фиксированного полного числа нуклонов (массы покоя звезды) и момента вращения изменять I_r от больших разумных значений до значения при твердотельном вращении и при этом в зависимости от этого интеграла вычислять все остальные параметры звезды, то тем самым мы можем проследить за изменениями, происходящими со звездой в ходе эволюции.

Результаты такого исследования приведены в табл. 3 для двух конфигураций. Одна из них ($M = 1M_\odot$, $K_{50} = 0.25$) имеет массу, меньшую предельной массы твердотельно вращающихся белых карликов [8] (точка Чандрасекара). Поэтому область изменения I_r выбрана от 1.18 до значения 0.926, что соответствует твердотельному вращению. Для таких конфи-

гураций изменение основных характеристик в зависимости от I_r имеет монотонный характер. Гравитационная энергия в ходе эволюции увеличивается весьма незначительно, в то время, как энергия вращения убывает. Это соответствует картине эволюции звезды, состоящей из «несжимаемого» вязкого вещества. Так, для конфигурации с $1M_\odot$ за счет энергии вращения в ходе эволюции освобождается энергия, равная $1.7\cdot10^{48}$ *эрг*, а полное изменение энергии звезды $2.3\cdot10^{48}$ *эрг*, что приблизительно на два порядка выше запасов тепловой энергии такой звезды при центральной температуре $T\sim10^7$ °K, которая равна $4.3\cdot10^{46}$ *эрг*. Приведенные данные показывают, насколько важным в эволюции белого карлика может оказаться выделение тепловой энергии за счет сглаживания распределения угловой скорости.

Таблица 3

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИНТЕГРАЛА I_r

	I_r	$\lg\rho_c$ ($г\,см^{-3}$)	λ	$-E_G\cdot10^{-50}$ (*эрг*)	$E_c\cdot10^{-50}$ (*эрг*)	$E_r\cdot10^{-50}$ (*эрг*)	$-E\cdot10^{-50}$ (*эрг*)	$I_0\cdot10^{-50}$ ($г\,см^2$)
$M=1M_\odot$, $K_{3n}=2.25$	1.18	7.829	0.976	7.02	5.27	0.083	1.672	0.735
	1.10	7.832	0.977	7.04	5.29	0.078	1.680	0.728
	1.02	7.835	0.979	7.06	5.31	0.072	1.687	0.725
	0.94	7.839	0.980	7.08	5.33	0.067	1.694	0.720
	0.926	7.840	0.981	7.09	5.33	0.066	1.696	0.720
$M=2.5M_\odot$, $K_{3n}=5$	1.28	8.409	0.639	38.9	17.3	7.96	13.7	2.22
	1.20	8.464	0.644	40.6	18.2	8.18	14.3	2.04
	1.12	8.525	0.650	42.6	19.3	8.44	15.0	1.86
	1.04	8.592	0.654	44.9	20.5	8.75	15.7	1.68
	1.00	8.628	0.656	46.2	21.3	8.94	16.2	1.59

Примечание: В таблицах приведены параметры только устойчивых конфигураций.

В табл. 3 приводятся также результаты аналогичного исследования для звезды с $M=2.5M_\odot$ и $K_{3n}=5$. Такая конфигурация в случае твердотельного вращения не может находиться в стабильном состоянии, поэтому распределение угловой скорости для нее не может выравниться до своего твердотельного значения. Здесь мы ограничимся для I_r значениями 1.001, что соответствует распределению момента (2). Эволюция этой звезды сильно отличается от вышерассмотренной. Так, с выравниванием угловой ско-

рости, у этой звезды энергия вращения растет. Причина этого в том, что данная конфигурация при эволюции чувствительно сжимается и здесь главным являются эффекты, связанные с этим сжатием, которое в свою очередь обусловлено выравниванием дифференциального вращения. Здесь суммарная освобождаемая энергия оказывается порядка $2.4 \cdot 10^{49}$ эрг, что на три порядка выше тепловой энергии при центральной температуре $T \sim 10^7$ °K.

Конечно, весьма интересно вычисление времени установления твердотельного вращения. Этим вопросам были посвящены исследования [6, 7].

Отметим, что вышеприведенные результаты могут иметь важное значение для звезд, находящихся на поздней стадии эволюции, у которых могут образоваться массивные вырожденные ядра, совершающие дифференциальное вращение, возникающие из-за неоднородного сжатия твердотельно вращающейся центральной области, что, в свою очередь, сильно изменит дальнейший ход такой звезды.

Резюмируя полученные результаты, отметим как наиболее важные следующие:

1. Применен энергетический метод для рассмотрения быстровращающихся и сильно сплюснутых массивных белых карликов. Этим методом прослежены квазистационарные изменения, происходящие со звездой в ходе сглаживания угловой скорости.

2. Проведено исследование равновесия и устойчивости таких конфигураций с одновременным учетом эффектов вращения, ОТО и нейтронизации. Показано, что в отличие от твердотельного вращения, эффекты быстрого вращения подавляют эффекты β-захвата и ОТО и поэтому не исключена возможность существования быстровращающихся белых карликов с центральными плотностями на два порядка выше (вплоть до возникновения вырожденного нейтронного газа), чем в случае статических и твердотельно вращающихся звезд.

3. Для быстровращающихся белых карликов вычислены кривые $M_4(\gamma_*)$ и показано, что для больших моментов точка Чандрасекара исчезает — кривые монотонны. Этот результат может быть весьма важен при рассмотрении эволюционных путей горячих массивных быстровращающихся звезд.

Ереванский государственный
университет

RAPID ROTATING MASSIVE WHITE DWARFS

G. S. HAJIAN, JU. L. VARTANIAN

The dependence of mass and other parameters of differential rotating white dwarfs on central density have been studied by the energetic method. The effects of the general relativity and reverse β-decay are taken into account. It has been shown, that rapid rotation depresses these effects and makes possible the existence of stable white dwarfs with masses up to three solar masses and with central densities two orders higher than that of static configurations.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. P. Ostriker, P. Bodenheimer, D. Lynden-Bell*, Phys. Rev. lett., 17, 816, 1966.
2. *J. P. Ostriker, J. Mark*, Ap. J., 151, 1075, 1968.
3. *J. P. Ostriker, P. Bodenheimer*, Ap. J., 151, 1089, 1968.
4. *J. P. Ostriker, J. L. Tassoul*, Ap. J., 155, 987, 1969.
5. *Д. А. Киржниц*, ЖЭТФ, 38, 503, 1960.
6. *R. H. Durisen*, Ap. J., 183, 305, 1973.
7. *R. H. Durisen*, Ap. J., 183, 215, 1973.
8. *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян*, Астрофизика, 6, 4, 1970.
9. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Релятивистская астрофизика, Физматгиз, М., 1967.
10. *М. М. Баско, В. С. Имшенник*, Астрофизика, 8, 3, 1973.
11. *С. Чандрасекар*, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
12. *Г. С. Бисноватый-Коган, С. И. Блинников*, Препринт № 72, ИПМ АН СССР, 1973.
13. *Г. С. Бисноватый-Коган, А. А. Рузмайкин*, Препринт № 43, ИПМ АН СССР, 1972.
14. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, М., 1967.
15. *Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян, Г. С. Аджян*, Астрон. ж., 50, 989, 1973.