АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11 АВГУСТ, 1975 ВЫПУСК 3

БАЛЬМЕРОВСКИЙ ДЕКРЕМЕНТ В СРЕДЕ, ПРОСВЕТЛЕННОЙ МОЩНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

С. А. КАПЛАН, В. В. КУЛИНИЧ

Поступила 15 октября 1974

Рассматривается нелинейный перенос излучения в водородных линиях в среде просветленной мощным излучением. Получено аналитическое решение стационарной задачи для случая, когда просветление настолько велико, что оптическая толщина в линиях меньше единицы. Рассчитаны эмиссионные и абсорбционные декременты лаймановской, бальмеровской и других серий.

Предлагается алгоритм численного решения более общей нестационарной задачи.

Одной из старых и часто рассматриваемых задач астрофизики является вычисление бальмеровского декремента. Было рассмотрено много самых различных условий создания эмиссионного или абсорбционного спектра водородных линий и рассчитано много различных декрементов и инкрементов бальмеровской серии. Проводились и неоднократные сопоставления расчетов с наблюдательными данными.

Чаще всего рассматривались случаи, когда среда прозрачна в линиях бальмеровской серии или непрозрачна лишь в первой линии H_α. Во всех этих случаях бальмеровский декремент эмиссионных линий ведет себя более или менее одинаковым образом — спадение интенсивности с увеличением номера линии. При непрозрачности в линии H_α ее интенсивность может быть и большой.

Случай, когда среда непрозрачна для большого числа уровней бальмеровской серии, был рассмотрен, например, в работе [1]. Здесь предполагалось, что кванты в бальмеровских линиях выходят из среды благодаря эффекту Доплера из-за неоднородности расширения среды. Расчет показал, что в этом случае появляется бальмеровский инкремент — интенсивность линии растет с ее номером. Спектры с бальмеровским инкрементом действительно наблюдаются.

Открытие очень мощных космических источников излучения в непрерывном диапазоне спектра вплоть до рентгеновских частот приводит к рассмотрению еще одной модели излучения водородного спектра, которая и будет рассматриваться в настоящей работе.

Предположим, что мощный источник непрерывного спектра с максимумом спектральной интенсивности за пределами частот водородных линий (т. е. в утрафиолетовой или рентгеновской области) окружен водородной оболочкой. Размеры оболочки могут быть много больше размеров источника. В такой оболочке, во-первых, возникает эмиссионный водородный спектр, а, во-вторых, благодаря мощности источника, может быть заметен и абсорбционный спектр, возникающий в части оболочки, проектирующейся на источник. Особенностью спектра в данной задаче является необходимость учета нелинейности переноса излучения во всех водородных линиях.

Учет нелинейности переноса лучистой энергии вообще представляет собой важную и интересную задачу. Здесь имеет место эффект «просветления». Падающее на среду излучение в линиях при поглощении существенно уменьшает населенности нижних уровней и тем самым уменьшает и непрозрачность среды в линиях. Населенности как верхних, так и нижних уровней определяются полем излучения и в этом проявляется эффект нелинейности. В физике эффектам нелинейности переноса излучения и просветления среды уделяется большое внимание при исследовании распространения мощных лазерных лучей (см., например, [2]). Расчет нелинейного распространения излучения в среде представляет собой сложную задачу, для решения которой было предложено несколько методов: как аналитических (как, например, метод самосогласованных оптических глубин [3], [4]), так и численных (алгоритмы даны в [5], [6]). В настоящей работе эта задача решается другими методами.

1. Основная система уравнений. Система уравнений, описывающих перенос излучения в спектральных линиях, хорошо известна. Однако, прежде чем записать ее, мы сделаем одно замечание. Перенос излучения в линиях связан с перераспределением рассеянного излучения по частотам. Этот эффект всегда надо учитывать при рассмотрении переноса излучения в оптически плотной среде [7], [8]. В рассматриваемой здесь задаче предполагается, что падающее излучение настолько сильно просветляет среду, что оптическая толщина во всех линиях оказывается малой, поэтому перераспределение по частотам мы учитывать не будем.

Пусть n_i есть число атомов водорода в i-состоянии в единице объема и I_{ij} есть спектральная интенсивность рассеянного излучения (на единичный интервал частот) в линии, у которой i есть нижний уровень, а j — верхний уровень. Будем считать контур линии прямоугольным и коэффициент поглощения в линии k_{ij} не зависящим от частоты. Это ограничение несущественно при условии малой оптической толщины просветленной оболочки. Ограничимся также случаем плоскопараллельной среды. Тогда уравнение переноса в линии:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_{ij}}{\partial t} + \mu\frac{\partial I_{ij}}{\partial z} = k_{ij}\left[-\left(n_i - \frac{g_i}{g_j}n_j\right)I_{ij} + \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2}\frac{g_i}{g_j}n_j\right]. \qquad (1)$$

Здесь ν_{ij} — частота линии, g_i — статистический вес, $\mu = \cos\theta$, где θ — угол между направлением луча и нормалью к слоям.

Населенности уровней определяются уравнениями баланса или стационарности, если населенности не меняются со временем. Запишем эти уравнения в следующем виде:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \sum_{k=i+1}^{c} G(n_k, n_i) - \sum_{k=1}^{i-1} G(n_i, n_k), \qquad (2)$$

где суммирование проводится по всем состояниям, включая и переходы в непрерывный спектр (индекс «c»). Функции $G(n_k, n_i)$ записываются в виде:

$$G(n_k, n_i) = A_{ki}\left[n_k + \left(n_k - \frac{g_k}{g_i}n_i\right)\frac{c^2}{2h\nu_{ki}^3}J_{ki}\right] + (c_{ki}n_k - c_{ik}n_i)\,n_e. \qquad (3)$$

Здесь A_{ki} — вероятность спонтанного перехода $k \to i$, J_{ki} — усредненная по направлениям полная интенсивность излучения в линии $k \to i$; c_{ki} и c_{ik} — вероятность переходов в линии под действием электронных ударов первого и второго родов. Выражения для входящих в (3) коэффициентов для переходов в непрерывный спектр даны, например, в [8]. Аналогично записывается функция $G(n_i, n_k)$.

Для величины J_{ki} имеем, учитывая симметрию относительно нормали к слоям:

$$J_{ij} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}(I_{ij} + I_{\nu_{ij}})\,d\mu, \qquad (4)$$

где I_ν — интенсивность прямого излучения в частоте ν, идущего от источника. Определим эту величину.

Будем считать, что максимум излучения мощного источника находится за пределом всех рассматриваемых линий. Тогда интенсивность излучения в непрерывном спектре на поверхности источника есть

$$I_\nu^{(0)} = \frac{2\nu^3}{c^2}\,\varepsilon(\nu), \qquad (5)$$

где $\varepsilon(\nu)$ — энергия частиц в источнике, излучающих на частоте ν. Если излучение источника имеет тепловой характер, то $\varepsilon(\nu) = kT$ и (5) сводится к обычной формуле Релея—Джинса. Для непрозрачного источника синхротронного излучения $\varepsilon(\nu) \sim m_e c^2 (\nu/\nu_{He})^{1/2}$, где ν_{He} есть гирочастота и из (5) следует известная зависимость $I_\nu \sim \nu^{5/2}$. Наконец, в том случае, когда излучает релятивистская плазма в очень сильном магнитном поле [9], имеем:

$$\varepsilon(\nu) \propto m_e c^2 \nu / \nu_{He}$$

и, следовательно, $I_\nu \sim \nu^3$.

Если оболочка находится далеко от источника, то при вычислении I_ν следует учесть фактор дилюции $W = R^2/4r^2$, где R — размер источника и r — расстояние от источника до рассматриваемого слоя.

Окончательно получаем:

$$I_{\nu_{ij}} = \frac{2\nu_{ij}^2}{c^2} \varepsilon(\nu) W \exp\left[-k_{ij}\left(n_i - \frac{g_i}{g_j} n_j \right) z \right], \tag{6}$$

где z — глубина слоя, отсчитываемая от внутренней границы. Интенсивность (6) направлена вдоль нормали, т. е. здесь $\mu = 1$.

В дальнейшем удобнее вместо интенсивности рассеянного излучения I_{ij} ввести число этих квантов в единице фазового объема по соотношению:

$$I_{ij} = \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2} N_{ij}. \tag{7}$$

Подставляя (6) и (7) в (4), получаем:

$$J_{ij} = \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2} \left\{ \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} N_{ij} d\mu + \frac{1}{2\xi} \exp\left[-k_{ij}\left(n_i - \frac{g_i}{g_j} n_j \right) z \right] \right\}, \tag{8}$$

где параметр

$$\xi = \frac{h\nu_{ij}}{\varepsilon(\nu_{ij})} \cdot \frac{1}{W}. \tag{9}$$

Как мы увидим ниже, случаю существенного просветления среды соответствует условие $\xi \ll 1$. В общем случае величина ξ различна для разных линий. Но мы здесь предположим, что ξ одинакова для всех рассматриваемых линий. Это условие будет точно выполнено, если излучение мощного источника обязано циклотронному механизму в релятивистской плазме, где $\varepsilon(\nu) \sim \nu$. Но даже в случае синхротронного источника, где $\varepsilon(\nu) \sim \nu^{1/2}$, это ограничение не приведет к большой ошибке, поскольку, например, бальмеровские линии занимают небольшой интервал частот.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к решению системы уравнений (1), (2), (3), (8). В общем случае это можно сделать только численными методами. Алгоритм для такого решения дается в разделе 3. Но можно получить и простое полуаналитическое решение в предельном случае очень сильного просветления, когда $\xi \ll 1$ и оптическая толщина среды во всех линиях много меньше единицы.

Чтобы найти это решение, учтем следующие особенности. Во-первых, полное просветление среды соответствует перераспределению атомов по состояниям в соответствии со статическими весами, т. е. здесь

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{n_j}{g_j} = \text{const}. \tag{10}$$

Поскольку мы рассматриваем не полное просветление, то предположим, что отклонения от распределения (10) малы. Примем

$$\frac{n_i}{g_i} = a\,(1 - \xi x_i), \tag{11}$$

где a — некоторая константа, а ξx_i — есть отклонение от распределения (10). Параметр a определен условием нормировки величины x_i. Если нормировать x_i так, чтобы среднее отклонение от распределения (10) было равно нулю, т. е.

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i = 0, \tag{12}$$

то a определено полной концентрацией атомов водорода. Можно использовать и другую нормировку.

$$x_1 = 0; \tag{13}$$

тогда $a = n_1/g_1$ определяется населенностью первого уровня. Очевидно, бальмеровский декремент не должен зависеть от условий нормировки (12) или (13), и это может служить контролем правильности вычислений. Условие (12) кажется более предпочтительным, поскольку заданным является именно полная концентрация атомов, а не населенность первого уровня. Но условие (12) сильнее зависит от ограничения, связанного с необходимостью учета лишь конечного числа уровней при конкретном расчете, что мы и увидим ниже.

Во-вторых, предположим, что электронная температура газа много выше энергии рассматриваемых переходов, т. е. примем $kTe \gg h\nu_{ij}$. Тогда имеем:

$$c_{ki} n_k - c_{ik} n_i = c_{ki}\left(n_k - \frac{g_k}{g_i} n_i \right). \tag{14}$$

Теперь подставим (14), (11), (8) и (7) в уравнения (1)—(3) и разложим их в ряды по малой величине ξ. Получим систему:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial N_{ij}}{\partial t} + \mu \frac{\partial N_{ij}}{\partial z} = ak_{ij} g_i [1 - \xi x_i - \xi (x_j - x_i) N_{ij}]; \tag{15}$$

$$\xi g_i \frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=i+1}^{c} G(x_k,\ x_i) - \sum_{k=1}^{i-1} G(x_i,\ x_k); \tag{16}$$

$$G(x_k,\ x_i) = A_{ki} g_k \left\{ 1 - \frac{1}{2}(x_k - x_i) - \right.$$

$$\left. - \xi \left[x_k - (x_k - x_i)\left(\overline{N}_{ki} - \frac{1}{2} a g_i k_{ik} z\right)\right] + \ldots \right\} - \xi c_{ki} g_i (x_k - x_i) + \ldots \tag{17}$$

где среднее по направлениям число квантов в единице фазового объема:

$$\overline{N}_{ik} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} N_{ik} d\mu. \tag{18}$$

Систему (15)—(18) можно решать методом последовательных приближений, используя для решения (15) метод Эддингтона. Интегрируя (15) по $d\mu$ и $\mu d\mu$, получаем систему:

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial \overline{N}_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial z} = ak_{ij} g_i [1 - \xi x_i - \xi (x_j - x_i)\overline{N}_{ij}]; \tag{19}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial F_{ij}}{\partial t} + \frac{1}{3}\frac{\partial \overline{N}_{ij}}{\partial z} = \xi a k_{ij} g_i (x_i - x_j) F_{ij},$$

при граничных условиях:

$$\begin{aligned} \overline{N}_{ij} &= -2F_{ij} \quad \text{при } z = 0 \\ \overline{N}_{ij} &= 2F_{ij} \quad \text{при } z = z_c, \end{aligned} \tag{20}$$

где z — толщина слоя, а F_{ij} есть поток:

$$F_{ij} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \mu \overline{N}_{ij} d\mu. \tag{21}$$

Решение этой системы в первом приближении рассматривается в следующем разделе.

2. Стационарный источник. Первое приближение аналитического решения. Рассмотрим случай, когда водородная оболочка освещается стационарным источником очень большой мощности. Тогда в уравнениях (16), (17), (19) и (20) можно опустить производные по времени. В первом приближении в этих уравнениях можно также сохранить лишь члены, не зависящие от параметра ξ. Тогда решения систем (16)—(17) и (19)—(20) оказываются не зависящими друг от друга.

Из (16)—(17) следует уравнение для нахождения отклонений от равнораспределения по статистическим весам:

$$\sum_{k=i+1}^{s} A_{ki} g_k \left[1 - \frac{1}{2}(x_k - x_i)\right] = \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} g_i \left[1 - \frac{1}{2}(x_i - x_k)\right], \quad (22)$$

которое легко решается численно при условии нормировки (12) или (13). Естественно, что при численном решении приходится ограничиваться конечным числом уравнений. Для того, чтобы быть уверенным в том, что ограничение числа уровней не вносит большой ошибки, мы вычисляем значения x_i, последовательно увеличивая число уровней и проверяя сходимость полученных решений. Значения коэффициентов Эйнштейна A_{ik} были взяты из работы [10].

Результаты вычислений (случай нормировки (13)) приведены в табл. 1 для различного числа учитываемых уровней. Данные этой таблицы показывают независимость величин x_i на первых уровнях от учета полного числа уровней, что и естественно, поскольку при больших индексах коэффициенты A_{ik} малы.

Вычисления, проведенные в случае нормировки (12) (табл. 2), не позволяют сделать какие-либо выводы относительно учета конечности числа уровней, но здесь следует отметить, что разности значений $x_i - x_1$ не зависят от способа нормировки и мало изменяются при рассмотрении систем с различным числом уровней. Приведенные в последнем столбце табл. 2 значения разности $x_i - x_1$ оказываются в хорошем согласии с последним столбцом табл. 1, что и указывает на независимость решения (22) при достаточно большом числе уровней от условий нормировки.

При рассмотрении уравнений стационарности в первом приближении из них выпали члены, учитывающие роль столкновений. Это связано с тем, что здесь рассчитывается предельный случай $\xi \ll 1$, т. е. предполагается, что источник возбуждения настолько мощный, что радиационные процессы оказываются существеннее столкновительных.

Существенно также, что в первом приближении значение отклонений от равнораспределения по статическим весам не зависят от поля излучения N_{ij} и от оптической глубины. Поэтому полученные здесь значения x_i

являются универсальными величинами, характеризующими предельные отклонения от равнораспределения по статистическим весам для широкого класса задач.

Таблица 1

ОТКЛОНЕНИЯ ОТ РАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО УРОВНЯМ x_i

i \ p	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	+1.54	+1.49	+1.46	+1.44	+1.43	+1.42	+1.42	+1.41	+1.41	+1.41	+1.41
3	+2.79	+2.61	+2.52	+2.46	+2.42	+2.40	+2.39	+2.39	+2.37	+2.36	+2.35
4	+4.18	+3.66	+3.43	+3.30	+3.23	+3.17	+3.14	+3.11	+3.09	+3.07	+3.06
5		+4.91	+4.35	+4.09	+3.95	+3.85	+3.79	+3.74	+3.70	+3.67	+3.66
6			+5.51	+4.93	+4.66	+4.48	+4.38	+4.31	+4.25	+4.21	+4.18
7				+6.01	+5.43	+5.14	+4.96	+4.84	+4.75	+4.69	+4.64
8					+6.45	+5.86	+5.57	+5.38	+5.25	+5.16	+5.08
9						+6.85	+6.25	+5.95	+5.75	+5.62	+5.52
10							+7.12	+6.60	+6.29	+6.09	+5.95
11								+7.51	+6.92	+6.61	+6.40
12									+7.79	+7.21	+6.89
13										+8.06	+7.48
14											+8.30

i — номер уровня, p — полное число уровней.

Во втором приближении появятся зависимости x_i от конкретных условий.

Система (19)—(20) в стационарном случае при предельном переходе $\xi \to 0$ решается элементарно. Учитывая граничные условия (21), находим:

$$\overline{N}_{ij} = ak_{ij} g_i z_0 = \frac{g_i}{g_1} k_{ij} n_1 z_0; \tag{23}$$

$$F_{ij} = \frac{g_i}{g_1} k_{ij} n_1 \left(z - \frac{z_0}{2} \right). \tag{24}$$

Таким образом, в случае сильного просветления плотность рассеянного излучения в первом приближении также не зависит от оптической глубины. Напомним, что мы рассматриваем случай, когда из-за нелинейности рассеяния среда стала прозрачной во всех водородных линиях.

Для расчета следующего приближения следует подставить в (19)—(20) значения x_i, полученные при решении (22), а в (17) — величину N_{ij} из (23) и т. д. Последовательными приближениями можно рассчитать случай и не очень малых ξ.

Таким методом решается задача расчета населенностей уровней и интенсивности рассеянного излучения в линиях водородных серий в среде, просветленной мощным источником непрерывного спектра.

Таблица 2

ОТКЛОНЕНИЯ ОТ РАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО УРОВНЯМ x_i

i \ p	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$x_i - x_1$
1	−2.13	−2.53	−2.88	−3.18	−3.45	−3.69	−3.91	−4.11	−4.30	−4.48	−4.64	0
2	−0.58	−1.04	−1.41	−1.73	−2.01	−2.26	−2.49	−2.70	−2.89	−3.07	−3.23	1.41
3	+0.66	+0.08	−0.36	−0.72	−1.02	−1.29	−1.59	−1.74	−1.94	−2.12	−2.29	2.35
4	+2.05	+1.12	+0.55	+0.23	−0.22	−0.51	−0.77	−1.00	−1.21	−1.40	−1.58	3.01
5		+2.37	+1.47	+0.92	+0.50	+0.16	−0.12	−0.37	−0.59	−0.79	−0.98	3.66
6			+2.63	+1.75	+1.21	+0.81	+0.48	+1.68	+0.05	−0.26	−0.45	4.18
7				+2.83	+2.98	+1.45	+1.05	+0.73	+0.46	+0.22	+0.006	4.64
8					+3.01	+2.19	+1.66	+1.27	+0.95	+0.68	+0.45	5.08
9						+3.16	+2.35	+1.84	+1.46	+1.14	+0.88	5.52
10							+3.28	+2.49	+1.99	+1.62	+1.31	5.95
11								+3.40	+2.62	+2.13	+1.76	6.40
12									+3.49	+2.74	+2.25	6.89
13										+3.58	+2.84	7.48
14											+3.66	8.30

i — номер уровня, p — полное число уровней.

Для сравнения с наблюдательными данными необходимо вычисление декрементов различных серий, т. к. расширение наблюдаемого в астрономии диапазона электромагнитного излучения позволяет наблюдать не только бальмеровский декремент. Сама водородная оболочка дает эмиссионный спектр и отношение полных мощностей излучения в сериях определяется очевидной формулой:

$$\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{i,i+2}} = \frac{a k_{ij} g_i z_0 \nu_{ij}}{a k_{i,i+2} g_i z_0 \nu_{i,i+2}} = \frac{A_{ij}}{A_{i,i+2}} \left(\frac{\nu_{i,i+2}}{\nu_{ij}}\right)^2, \tag{25}$$

где ε_{ij} — полная мощность в i-серии, а j — номер линии. В табл. 3 приведены значения декрементов эмиссии для разных серий: лаймановской (L), бальмеровской (H), пашеновской (P), брекетовской (B). Значения этих декрементов оказываются очень крутыми и крутизна незначительно уменьшается с увеличением номера серии.

Часть оболочки, которая проектируется на источник, дает абсорбционный спектр. Легко убедиться, что в рассматриваемом нами случае остаточная интенсивность в линии есть

$$\delta_{ij} = \frac{I_{\nu_{ij}}(z_0) - I_{ij}}{I_{\nu_{ij}}(0)} = \xi\left[a g_i k_{ij}(x_j - x_i) - \overline{N}_{ij}\right] =$$

$$= \xi a g_i k_{ij} z_0 \left[(x_j - x_i) - 1\right]. \tag{26}$$

Определяем здесь декременты как отношение эквивалентных ширин линий, т. е. $\int \delta_{ij} d\nu$, получаем:

$$\frac{W_{ij}}{W_{i,i+2}} = \frac{\delta_{ij}\nu_{ij}}{\delta_{i,i+2}\nu_{i,i+2}} = \frac{(x_i - x_j) - 1}{(x_i - x_{i+2}) - 1}\,\frac{A_{ij}}{A_{i,i+2}}\left(\frac{\nu_{i,i+2}}{\nu_{ij}}\right)^2. \tag{27}$$

В табл. 4 приведены значения декрементов для разных серий. Данные этой таблицы показывают сильную крутизну декрементов и уменьшение крутизны с номером серии. В первых линиях бальмеровской, пашеновской и брекетовской серий наблюдается эмиссия. В реальных условиях эмиссионные линии всей водородной оболочки и возникающие в ней абсорбционные линии могут быть разделены из-за различных доплеровских смещений и расширений линий. Естественно, что наблюдаемый спектр зависит также от геометрии конкретных объектов.

Таблица 3

ДЕКРЕМЕНТЫ ЭМИССИОННЫХ ВОДОРОДНЫХ СЕРИЙ

	L	H	P	B
α	1184	955	873	832
β	100	100	100	100
γ	20.6	24.0	25.7	26.8
δ	6.34	8.23	9.37	10.1
ε	2.47	3.48	4.15	4.64
ζ	1.11	1.68	2.08	2.40
η	0.56	0.89	1.15	1.35
θ	0.31	0.51	0.68	0.82
ι	0.18	0.31	0.42	0.52
κ	0.11	0.20	0.27	0.34

Таблица 4

ДЕКРЕМЕНТЫ АБСОРБЦИОННЫХ ВОДОРОДНЫХ ЛИНИЙ

	L	H	P	B
α	357	−86.9	−789	−2946
β	109	100	100	100
γ	31.6	45.6	68.7	135
δ	12.5	22.1	39.9	90.6
ε	5.84	11.8	23.2	56.8
ζ	3.03	6.85	14.5	39.4
η	1.72	4.25	9.69	25.6
θ	1.04	2.78	6.72	20.2
ι	0.67	1.90	4.87	15.4
κ	0.42	1.36	3.71	12.7

L — лаймановский декремент, H — бальмеровский декремент, P — пашеновский декремент, B — брекетовский декремент.

До сих пор мы не учитывали вырождение уровней по азимутальным квантовым числам, т. е. здесь предполагалось, что атомы внутри одного состояния i распределены по подуровням в соответствии со статистическими весами. В действительности и здесь имеются отклонения, которые теперь могут быть записаны в виде

$$\frac{n_{i,l}}{g_{i,l}} = a(1 - \xi x_{i,l}), \tag{28}$$

где $g_{i,l} = 2j + 1$ (j — есть квантовое число полного момента), а $x_{i,l}$ учитывают отклонения от равновесного распределения каждого из подуровней.

Система уравнений, учитывающая азимутальное вырождение, аналогична такой же системе без учета этого эффекта. В первом приближении, вместо (22) теперь получим:

$$\sum_{k=i+1}^{\infty} A_{kli,l\pm1}\, g_l \left[1 - \frac{1}{2}(x_{k,l} - x_{i,l\pm1})\right] =$$

$$= \sum_{k=1}^{i-1} A_{kli,l\pm1}\, g_l \left[1 - \frac{1}{2}(x_{kl} - x_{il\pm1})\right]. \tag{29}$$

Здесь учтено, что отличны от нуля лишь вероятности переходов, при которых азимутальное число меняется на $\pm$ 1.

Система (29) решалась для случая 6 уровней с использованием значений вероятностей переходов из [13]. Соответствующие значения x_{il} приведены в табл. 5. Здесь также даны средние значения этих отклонений, вычисленных по формуле

$$g_i x_i = \sum_l g_{il} x_{il}. \tag{30}$$

Полученные здесь значения x_i отличаются от приведенных в табл. 1 на 10—20%. Следует отметить, что в пределах одного уровня отклонения от равнораспределенного по подуровням также значительно меняются. Наименьшие отклонения у p-состояния.

Эти особенности учета азимутального вырождения аналогичны расчету обычного бальмеровского декремента, где также заметны значительные отклонения от равнораспределенного по подуровням [14].

Впрочем, на вычисление бальмеровского и других декрементов эти изменения существенного влияния не оказывают и все полученные выше результаты остаются в силе.

3. Случай мгновенного включения источника. Численное решение. Предположим, что расположенный внутри водородной оболочки источник резко увеличил свою яркость (в момент времени $t=0$) и затем остался.

Таблица 5

ОТКЛОНЕНИЯ ОТ РАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ С УЧЕТОМ АЗИМУТАЛЬНЫХ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ

Состояние	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g	6s	6p	6d	6f	6g	6h
x_{il}	0	1.80	1.54	1.78	2.12	3.51	3.27	2.26	3.23	5.49	3.65	2.39	3.73	5.52	7.48	4.14	2.56	3.85	5.60	7.50	9.48
x_i	0	1.22		1.84			2.46				3.17					3.82					

постоянным по мощности излучения. Тогда решение системы, сформулированной в разделе 1, можно получить численным методом. Кроме того, откажемся здесь от требования $\xi \ll 1$. Разумеется, задача сразу усложняется, и для численного решения ее требуется использование мощных ЭВМ. В настоящей работе мы предлагаем использовать численный алгоритм решения этой задачи и иллюстрируем его на примере трехуровенного водородного атома (т. е. рассмотрим лишь перенос энергии в линиях L_α, L_β и H_α).

Для построения численного алгоритма решения уравнения (1) заметим, что его характеристиками является однопараметрическое семейство прямых:

$$z = \frac{\mu}{c} + \text{const}. \tag{31}$$

Поэтому уравнение (1) в двух частных производных $\partial/\partial t$ и $\partial/\partial z$ можно преобразовать в уравнение вдоль характеристик с одной производной d/dt. Этот метод для решения уравнения переноса уже применялся в работах [11], [12], но там считались заданными населенности уровней. Построенный здесь алгоритм включает в себя и уравнение стационарности.

При интегрировании пространство (z, μ) было разделено на сетку и характеристики проводились из всех узлов сетки на $l+1$ шаге до сетки на предыдущем шаге. В общем случае, характеристики, проведенные из одного узла сетки, не попадают в другой узел, поэтому приходится использовать интерполяцию. При вычислении необходимо запоминать I_{ij} и n_i в каждом слое для того, чтобы продвинуться на один шаг по времени. Поэтому подобный алгоритм, обеспечивая хорошую точность, требует большой памяти ЭВМ.

Этот метод можно обобщить и для перераспределения по частотам. Тогда следует ввести сетку в трехмерном пространстве z, μ и ν. Требования к объему памяти резко возрастают. Учет перераспределения по частотам важен, как уже отмечалось, при слабом просветлении.

К сожалению, в нашем распоряжении не было ЭВМ с достаточно большим объемом памяти. Поэтому в конкретном расчете пришлось пренебречь перераспределением по частотам и ограничиться лишь тремя первыми уровнями. Однако даже в этом простом случае можно изучить все основные особенности процесса. Для большей наглядности решения статистические веса всех трех уровней были приняты одинаковыми и использовано условие для нормировки населенностей:

$$n_1 + n_2 + n_3 = 1. \tag{32}$$

Вероятности атомных переходов взяты соответствующие линиям L_α, L_β и H_α. Кроме того, считалось, что среда освещается лишь излучением в частотах линии L_β. Все эти ограничения мало существенны и не влияют на иллюстративный характер расчета.

На рис. 1—3 приведены изменение значений населенностей второго и третьего уровней с оптической глубиной $\tau \sim z$ и временем t, а на рис. 4—6 даны изменения средних интенсивностей (т. е. проинтегрированных по узлам) линий I_{ij} рассеянного излучения для разных значений ξ (на рисунках обозначено $\alpha = 1/\xi$).

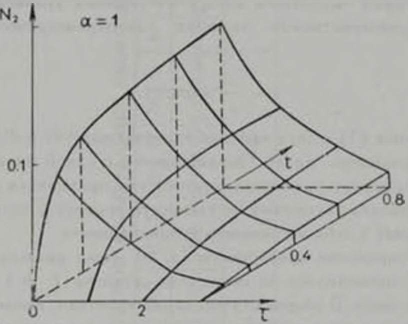

Рис. 1.

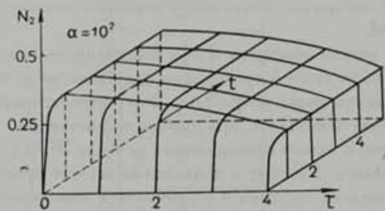

Рис. 2.

Из рис. 1—3 следует, что действительно при малых ξ населенности очень быстро достигают равнораспределения (в данном случае $n_i \to 1/3$), одинакового по всей оптической толщине. Однако при не слишком малых ξ на больших оптических глубинах населенности n_2 и n_3 оказываются заметно меньшими. Это и понятно, поскольку в силу условия (29) нет существенного просветления. При $\xi = 1$ состояние равнораспределения не достигается вообще.

Средние интенсивности линий I_{12}, I_{13} и I_{23} при очень малых ξ также оказываются почти постоянными по оптической глубине, в полном согласии с (23). Как и следовало ожидать, при не слишком малых ξ и, в частности, при $\xi = 1$, поведение средних интенсивностей сложное. Здесь образуется как бы фронт максимума интенсивности,

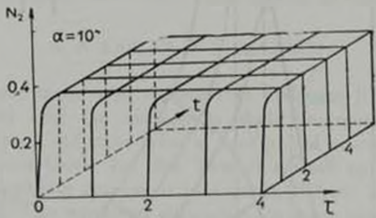

Рис. 3.

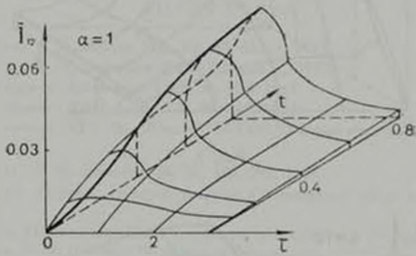

Рис. 4.

перемещающийся в глубь среды с течением времени. Положение этого фронта обозначено жирной линией на рис. 4. При $\xi \ll 1$ интенсивность излучения в линиях почти линейно растет со временем. Этот результат также легко получить из (19). Ограничиваясь здесь членами первого порядка, т. е. опуская также и $F \sim \xi$, получим:

$$\overline{N}_{ij} = ak_{ij}g_i t \tag{33}$$

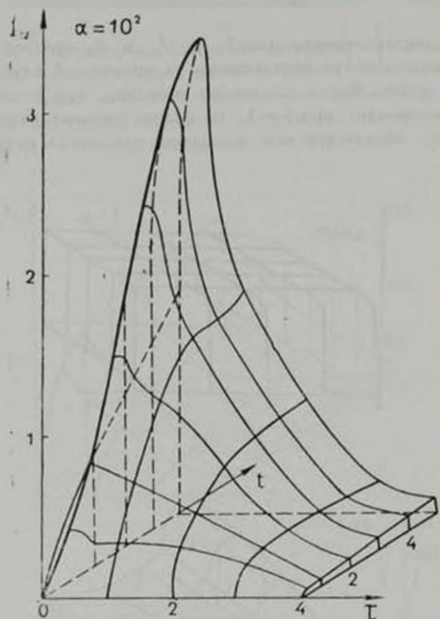

Рис. 5.

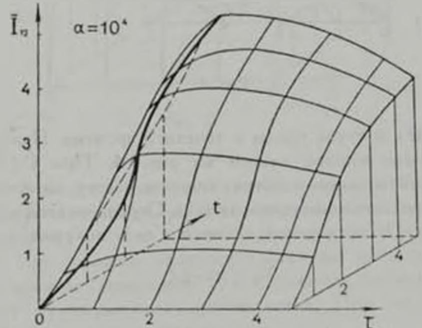

Рис. 6.

Насыщение требует времени, в первом приближении пропорциональног, $1/\epsilon$.

Мы надеемся в дальнейшем рассмотреть более полные модели.

НИРФИ, г. Горький

BALMER DECREMENT IN A MEDIUM WHICH IS MADE TRANPARENT BY VERY POWERFUL RADIATION

S. A. KAPLAN, V. V. KULINICH

The nonlinear transfer of radiation in hydrogen lines are considered. It is assumed that the medium is made transparent in the same lines by very strong radiation from a background source. The analytic solutions have been found for the case of a small optical depth. The emission and absorbtion decrement of Lajman, Balmer and other series have been found. The numerical algorythm for more general nonsteady problem has been given.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Е. Гершберг, С. А. Каплан*, Изв. КрАО, 44, 11, 1972.
2. *В. Н. Луговой, А. М. Прохоров*, УФН III, вып. 2, 1973.
3. *В. А. Амбарцумян*, ДАН Арм. ССР, 36, 225, 1964.
4. *В. А. Амбарцумян*, ДАН Арм. ССР, 39, 159, 1964.
5. *Т. А. Гермогенова, Э. П. Зеге*, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 3, 165, 1967.
6. *E. H. Avrett, D. G. Hummer*, M. N., 130, 295, 1965.
7. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
8. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
9. *С. А. Каплан, В. Н. Цитович*, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1969.
10. *D. H. Menzel, C. L. Pekeris*, M. N., 96, 77, 1935.
11. *С. А. Каплан, С. Ф. Морозов, Л. В. Пискунова*, Астрофизика, 4, 485, 1968.
12. *С. А. Каплан, В. В. Кулинич, С. Ф. Морозов*, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 8, 557, 1972.
13. *Г. Бете, Э. Солпитер*, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, Физматгиз, М., 1960.
14. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, 1963.