АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11 МАЙ, 1975 ВЫПУСК 2

О ДВИЖЕНИЯХ ЗВЕЗД В НЕСТАЦИОНАРНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ГАЛАКТИКИ

В. А. АНТОНОВ, Л. П. ОСИПКОВ, А. Д. ЧЕРНИН

Поступила 16 июля 1974

Изучаются движения звезд первого поколения в гравитационном поле сжимающейся галовой протогалактики, причем сжатие следует закону свободного падения. Предполагается, что протогалактика — однородный шар нулевой полной энергии. Найдено и исследовано общее решение уравнений чисто радиального движения пробной звезды. Получено условие ее вылета за пределы системы. Показано, что перераспределение энергии между вылетевшими звездами и остальной системой приводит к более быстрому сжатию последней. Качественно обсуждается влияние иной симметрии системы, неоднородности распределения вещества и положительности ее энергии.

1. *Введение.* Предполагая, что звездные системы образовались в уплотнениях метагалактической среды, рассмотрим некоторые особенности движения звезд первого поколения, возникающих в нестационарном состоянии формирующейся галактики. Анализ этих движений может, по-видимому, послужить основой для понимания роли коллективных процессов на начальной стадии эволюции звездных систем.

Исследование этих процессов предполагает объединение двух аспектов: *динамики* звезды в нестационарном поле и *стохастичности*, обусловленной сложными временными и пространственными изменениями гравитационного поля. Общие качественные представления о бесстолкновительной релаксации в нестационарной звездной системе выдвинуты Линден-Беллом [1, 2] и обсуждались затем рядом авторов [3—14]. Некоторые численные эксперименты как будто подтверждают эффективность этих процессов [15—19], но последовательной аналитической теории их до сих пор не существует.

В поисках подхода к построению такой теории в качестве первого шага рассмотрим динамический аспект проблемы. Будем задаваться некоторыми простыми моделями общего сжатия системы под действием ее собственного гравитационного поля и рассмотрим на этом фоне движение отдельной звезды, родившейся в начале сжатия.

Газовое и лучистое давление не могут быть, по-видимому, существенными для сжатия протогалактики как целого; магнитным давлением, которое в принципе могло бы играть роль, мы пренебрегаем, поэтому будем считать, что система сжимается в режиме свободного падения, как это и предполагается в [1—3]. Что же касается отдельной звезды, то также будем пренебрегать влиянием на ее движение всех сил, кроме гравитационных, а саму звезду рассматривать как пробную.

Мы начинаем с исследования одной специальной модели, допускающей точное аналитическое решение, и качественно обсуждаем более близкие к реалистическим возможности.

2. *Движение пробной звезды в однородном сжимающемся шаре.* Примем в качестве простейшей модели протогалактики однородный невращающийся шар, сжимающийся в режиме свободного падения к центру. Радиус шара $R(t)$ и плотность $\rho(t)$ изменяются со временем согласно уравнениям

$$\frac{1}{2}\dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = E = \text{const}, \tag{1}$$

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}, \tag{2}$$

где M — масса шара, E — его механическая энергия, в расчете на единицу массы.

Интегрирование (1) приводит к соотношениям, известным по ньютоновскому аналогу [20] космологической модели Фридмана. В наиболее простом случае параболического движения ($E = 0$) имеем

$$R(t) = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} (2GM)^{1/3} \ (t_0 - t)^{2/3}, \tag{3}$$

$$\rho(t) = \frac{1}{6\pi G(t_0 - t)^2}. \tag{4}$$

Здесь $t_0 = \text{const}$ — момент сжатия вещества шара в точку, т. е. обращения плотности в бесконечность. Вблизи этого момента решение (3), (4) описывает также и асимптотику двух других режимов сжатия — эллиптического ($E < 0$) и гиперболического ($E > 0$).

Образовавшаяся звезда* имеет, вообще говоря, ненулевую пекулярную скорость как в радиальном, так и в трансверсальном направлениях. Сначала рассмотрим более простой случай отсутствия трансверсальной скорости. В каждой точке шара ускорение направлено к центру и равно $(4/3)\pi G\rho r$ (r — расстояние от точки до центра). Уравнение движения любой звезды вдоль радиуса имеет внутри шара вид

$$\ddot{r}+\frac{2r}{9(t_0-t)^2}=0. \tag{5}$$

Одно его решение, относящееся к движению частиц самого фона, известно: это функция (3). Общее решение строится без труда:

$$r(t)=A\varphi(t)+B\psi(t), \tag{6}$$

где

$$\varphi(t)=(t_0-t)^{2/3},\ \psi(t)=(t_0-t)^{1/3}.$$

Константы интегрирования A и B легко связать с начальным расстоянием r_0 звезды от центра и ее начальной скоростью относительно фона. Из (3) следует

$$\frac{\dot{R}}{R}=-\frac{2}{3(t_0-t)},$$

а так как сжатие автомодельно, то это соотношение верно и для лагранжевой координаты любой частицы фона. Таким образом, скорость фона v_c, начальная пекулярная скорость звезды v_0 и ее начальное расстояние от центра r_0 суть

$$v_c=-\frac{2r}{3(t_0-t)},$$

$$v_0=\dot{r}(0)+\frac{2}{3t_0}r(0)=\frac{1}{3}Bt_0^{-2/3},$$

$$r_0=r(0)=At_0^{2/3}+Bt_0^{1/3}.$$

Обратно имеем:

$$A=r_0t_0^{-2/3}-3v_0t_0^{1/3},\ \ B=3v_0t_0^{2/3}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (6), обращаем внимание на то, что первый член (содержащий r_0) описывает регулярную, а второй — пекулярную части движения.

* Далее под „звездой" мы понимаем также и кратную систему или скопление, рассматриваемые как целое.

Если только пекулярная скорость не равна нулю, звезда выходит за пределы гравитирующей сферы прежде, чем последняя достигнет сингулярности. Момент T выхода звезды на границу определится из уравнения

$$r(T) = \pm R(T),$$

или, ввиду (3),

$$r(T) = C(t_0 - T)^{2/3}, \tag{8}$$

где мы для краткости обозначили

$$C = \pm\left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} (2GM)^{1/3}.$$

Знаки ($\pm$) мы ввели потому, что звезда может покинуть систему как на своей, так и на противоположной половине диаметра. Тогда

$$t_0 - T = \left(\frac{B}{C - A}\right)^3. \tag{9}$$

В этот момент, согласно (6) и (8),

$$r(T) = -\frac{B^2 C}{(C-A)^2},$$

$$\dot{r}(T) = -\frac{(C-A)(C+A)}{3B},$$

и легко определяется энергия в момент выхода

$$H = \frac{1}{2}\dot{r}(T)^2 - \frac{GM}{r(T)} = \frac{(3C+A)(A-C)^3}{18B^2}. \tag{10}$$

Что касается определения знака у C, то при $v_0 > 0$ из (7) и (9) получаем $B > 0$ и $A < C$, так что $C > 0$. Напротив, при $v_0 < 0$ соответственно $B < 0$, $A > 0$. Так как $t_0 - T$ по своему смыслу положительно, то в данном случае из (9) следует $C < 0$. Естественно получается, что звезда выходит через тот конец диаметра, к которому обращена ее относительная скорость.

После выхода звезда движется в неизменном во времени ньютоновском центральном поле. При этом поведение качественно определяется знаком энергии в момент выхода (10) и решается следующим образом.

а) $v_0 > 0$, $C > 0$. Критерием ухода на бесконечность является неравенство $3C + A < 0$. Раскрывая его, получаем

$$v_0 > \frac{r_0 + 3R_0}{3t_0}, \tag{11a}$$

где $R_0 = R(0) = |C| t_0^{2/3}$ — первоначальный радиус шара.

b) $v_0 < 0$, $C < 0$. Условием ухода является противоположное неравенство $3C + A > 0$, или

$$|v_0| > \frac{3R_0 - r_0}{3t_0}. \tag{11b}$$

Условия (11a) и (11b) являются весьма жесткими: для ухода на бесконечность требуются пекулярные скорости, немалые по сравнению со скоростью регулярного сжатия. При реалистических значениях v_0, представляющих собой лишь малые возмущения, звезда заведомо остается гравитационно связанной с системой.

Если при значениях v_0, малых в сравнении с начальной скоростью границы,

$$|v_r(0)| = \frac{2}{3}\frac{R_0}{t_0}$$

звезда и не выбрасывается в бесконечность, она все же может оказаться на орбите с довольно большим апоцентрическим расстоянием h. Введем относительную величину начального возмущения скорости $x = v_0/v_r(0)$ и относительную величину начального радиального расстояния $y = r_0/R_0$. Находим, что

$$\frac{h}{R_0} = \frac{8x^2}{(3+y-2x)(2x+y-1)^3}. \tag{12}$$

При заданном достаточно малом x величина h тем больше, чем больше y, т. е. чем ближе звезда в начальный момент находится к поверхности системы.

Эти результаты качественно сохраняются и в случае наличия у звезд первоначальной трансверсальной скорости v_t и соответствующего момента относительно центра системы. Для описания такого движения удобно выбрать систему отсчета, связанную с какой-либо частицей фона, лежащей на траектории звезды. Очевидно, что в силу симметрии задачи движение в этой системе отсчета будет происходить по прямой. Уравнение траектории будет поэтому иметь вид, аналогичный (6). Отличие от предыдущего случая будет в том, что звезда выходит из системы не на конце диаметра, а на конце хорды.

Кроме того, как показывают несколько громоздкие вычисления, которые мы здесь не будем приводить, при том же значении пекулярной кинетической энергии (вычисленной относительно центра системы) звезда, имеющая момент, выходит из системы на орбиту с меньшим апоцентрическим расстоянием.

3. *Перераспределение энергии между звездой и системой.* Известно, что энергия частицы (в нашем случае — звезды или комплекса звезд, рассматриваемого как целое) при движении в нестационарном поле не сохраняется:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} \tag{13}$$

($U(r, t)$ — потенциал). В частности, при регулярном сжатии всей системы $\partial U/\partial t < 0$, так что энергия частицы уменьшается в полном согласии с решением (6)—(10). На фазе сжатия система стремится удерживать возникающие в ней звезды.

Хотя решение (6)—(10) не является самосогласованным из-за того, что звезда рассматривалась как пробная, тем не менее, на его основе можно сделать некоторые качественные заключения о вероятном характере перераспределения энергии между звездами, уходящими наружу, и системой в целом.

Если перейти от гидродинамического описания системы, которым мы пользовались в разделе 2, к N-частичному, то полная энергия всей системы, включая и звезды, запишется в виде

$$E = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} - G \sum_{1 < i < j < N} \sum \frac{m_i m_j}{d_{ij}},$$

где d_{ij} — расстояние между частицами с номерами i, j. Пусть начальное регулярное сжатие газовой системы было параболическим, тогда для всех t энергия $E = 0$. После образования первых звезд положения и скорости оставшихся частиц испытывают дополнительные изменения, но полная энергия всей системы остается равной нулю.

Звездам, которые способны уйти за пределы газового шара, припишем номера $i = 1, 2, \dots, \nu$. После их выхода можно подвести баланс энергии:

$$\begin{aligned} &- G \sum_{1 < i < j < \nu} \sum \frac{m_i m_j}{d_{ij}} + \sum_{i=1}^{\nu} m_i H_i + \\ &+ \left[\sum_{i=\nu+1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} - G \sum_{\nu < i < j < N} \sum \frac{m_i m_j}{d_{ij}} \right] = 0, \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$H_i = \frac{v_i^2}{2} - G \sum_{j=n+1}^{N} \frac{m_j}{d_{ij}}$$

— механическая энергия каждой вылетевшей звезды в поле тяготения оставшейся части системы. Первый член в (14) — взаимная потенциальная энергия вылетевших звезд, а выражение в квадратных скобках естественно считать энергией остатка, рассматриваемого как автономная система.

Ранее мы вычисляли H_i в приближении пробной звезды (10). В более точном самосогласованном решении значения величин H_i мало изменятся, если масса звезд составляет лишь незначительную долю полной массы системы. Поэтому мы по-прежнему можем считать, что в типичных случаях $H_i < 0$. Тогда из (14) следует, что энергия остатка оказывается положительной, так что составляющие его частицы в среднем переходят на гиперболический режим сжатия.

Гиперболический характер сжатия остатка означает более быстрое изменение его гравитационного потенциала. Но тогда, согласно (13), темп перераспределения энергии внутри системы возрастает, и процесс, таким образом, приобретает характер некоторой неустойчивости.

Эта неустойчивость ведет к тому, что условия вылета звезд облегчаются, причем звезды, вылетевшие позже, имеют, вообще говоря, больший дефицит энергии. Ввиду того, что звезды легче покидают систему, если находятся близко к ее границе, учет обратного влияния потери части звезд должен, по-видимому, вести также к облегчению условий выхода более глубинных звезд.

4. *Обсуждение*. Рассмотренная в разделе 2 модель обладает высокой степенью симметрии, распределение плотности в ней однородно, а кинематика — параболическая. Обсудим теперь, как иная симметрия системы, неоднородность распределения в ней вещества и отрицательность ее полной механической энергии могли бы повлиять на поведение звезды. Выше мы не учитывали вращения системы; эффекты вращения требуют специального рассмотрения.

Начнем с вопроса о симметрии и представим себе начальное существенно несферическое распределение плотности в системе с резко анизотропным полем скоростей сжатия. Тогда, как следует из общих качественных соображений [21—23], сжатие все время будет происходить главным образом вдоль направления наибольшей из скоростей сжатия. При этом система будет становиться все более уплощенной, и в пределе изменение плотности будет определяться сжатием только в одном направлении.

Асимптотически при больших уплощениях движениями по другим направлениям можно пренебречь. При этом движение вдоль выделенного направления z выходит на инерциальный режим [24]:

$$\rho \sim \frac{1}{t_0 - t}, \qquad z \sim t_0 - t, \qquad t \to t_0.$$

Если в такой системе рождается звезда, то при малом значении начальной пекулярной скорости ее гравитационное взаимодействие с системой (пока она находится внутри последней) должно быть сильно ослаблено по сравнению со сферическим случаем. По существу, при больших сжатиях гравитацией можно пренебречь, и она вновь станонится существенной лишь когда звезда покидает систему. Но тогда звезда оказывается в стационарном поле, и ее энергия не меняется, будучи близкой к значению начальной кинетической энергии.

Звезда всегда остается связанной с системой (таково общее свойство плоской симметрии), а высота ее подъема над средним уровнем не превосходит значения

$$h_{max} \simeq H/(2\pi G\sigma),$$

где σ — поверхностная плотность системы, всегда конечная.

Таким образом, сильная несферичность (уплощенность) уменьшает эффективность гравитационного воздействия на звезду. Можно сказать, что в рассмотренной выше сферической модели это воздействие в известном смысле максимально и вместе с указанным случаем сильной уплощенности определяет возможные границы поведения звезды в реальных в смысле симметрии ситуациях.

Что же касается неоднородных конфигураций, то, имея в виду максимальный характер гравитационного воздействия системы на звезду при сферической симметрии, обсудим роль неоднородности в рамках той же симметрии. Представим себе следующую модель сильно неоднородного состояния системы: пусть значительная часть ее массы сосредоточена в малой области вблизи центра, тогда как другая часть массы образует разреженную сферическую оболочку приблизительно однородной плотности, находящуюся на большом удалении от центральной конденсации. Мы не будем учитывать эффектов давления; анализ их см. в [25].

Звезда, рождающаяся в этой области, испытывает влияние нестационарного гравитационного поля только тогда, когда находится в ней. Время пребывания в области нестационарного поля при тех же массе и размере системы гораздо меньше, чем при однородном распределении и, значит, в том же отношении должен быть ослаблен и эффект нестационарности гравитационного поля. Можно заключить, что рассмотроенная в разделе 2 модель является мажорирующей для реальных систем также и в этом отношении.

Скорее всего, сжатие протогалактики предполагало в действительности отрицательность ее полной энергии. На начальной фазе скорость сжатия была при этом меньше параболической, а затем сжатие должно было выходить на параболический режим, как это следует из уравнения (1). Поэтому эллиптическая кинематика способна проявляться в двух отношениях: во-первых, в финитности движений частиц с самого начала; во-вторых, в уменьшении нестационарности поля на начальной стадии сжатия.

Выше мы видели, что даже при параболическом сжатии звезда (имеющая не слишком большую начальную пекулярную скорость) покидает систему с отрицательной механической энергией. Естественно, что в эллиптическом случае начальная связанность звезды с системой по аналогичной причине еще более усилится. Это означает, в частности, что апоцентры звезд вне системы будут, вообще говоря, располагаться ниже ее поверхности в начальном состоянии.

Более того, как оказывается, могут быть доказаны следующие строгие теоремы.

Пусть h_1 и h — апоцентрические расстояния звезды соответственно в начальном („замороженном") состоянии и после коллапса. Тогда:

1) если $h_1 < R_{max}$, то $h < R_{max}$,

2) если $h_1 > R_{max}$, то $h < h_1$.

Имея в виду эти особенности эллиптического движения, можно заключить, что модель с параболической кинематикой оказывается более благоприятной для действия эффектов нестационарности и в этом, третьем отношении.

5. *Заключение.* До сих пор мы рассматривали системы на фазе сжатия. В принципе можно представить себе и последующую фазу расширения, на которой упомянутые выше динамические эффекты меняют знак. Такое обращение естественно, когда система уже в основном звездная. Описание этих эффектов в некотором приближении получается из нашего решения (6) обращением знака времени.

Из-за быстрого затухания сколько-нибудь значительные пульсации всей системы мало характерны для газовых шаров. Однако имеет смысл рассматривать аналогичные колебания для состояния, когда большая часть вещества протогалактики уже перешла в звезды.

Точные модели бесстолкновительных звездных скоплений с подобными пульсациями [26, 27] могли бы послужить для описания нестационарного фона, на котором развиваются процессы взаимодействия пекулярных движений звезд с упомянутыми пульсациями.

Если кроме регулярного сжатия в системе имеются сравнительно коротковолновые пульсации скорости и плотности, как это, по-видимому, может иметь место в сильно турбулизованном начальном состоянии протогалактики, то указанные выше динамические эффекты могут проявляться локально. Существенно, что при этом допустимы оба знака изменения энергии звезды при ее движении через такие пульсирующие участки среды. Применительно к общей качественной картине [14], где рассматривались такие пульсации в уплощенной протогалактике, сделанные выше выводы означают, что наиболее эффективны квазисферические пульсирующие неоднородности с размерами порядка толщины системы.

Рассматривая отдельную звезду на пульсирующем фоне, легко представить себе, что потеря энергии на фазах сжатия и набор ее при расширении могут компенсировать друг друга лишь при очень специальном выборе начальных условий. В общем случае, по-видимому, следует ожидать в среднем увеличения энергии в соответствии с известной из статистики тенденцией к распределению энергии. Этот процесс имеет стохастический характер, что естественно приводит нас ко второму из указанных в начале статьи аспектов общей проблемы коллективных явлений в нестационарной формирующейся галактике.

Анализ намеченной возможности мы надеемся развить в отдельной статье.

Ленинградский государственный
университет
Физико-технический институт
имени А. Ф. Иоффе АН СССР

ON STAR MOTIONS IN THE NON-STEADY GRAVITATIONAL FIELD OF PRIMORDIAL PROTOGALAXY

V. A. ANTONOV, L. P. OSSIPKOV, A. D. CHERNIN

Motions of stars of the first generation in the gravitational field of collapsing gaseous protogalaxy is studied, the collapse is supposed to be a free falling. The protogalaxy is modelled by uniform sphere with zero total energy. The general solution for the case of purely radial motions of test stars is found and analysed. Conditions of its flighting out are obtained. It is shown that the energy exchange between escaping stars and the remainder leads to the more rapid collapse.

The role of other symmetry and non-uniformity of the system and positivity of its energy are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *D. Lynden-Bell*, M. N., 124, 279, 1962.
2. *D. Lynden-Bell*, M. N., 136, 101, 1967.
3. *O. J. Eggen, D. Lynden-Bell, A. R. Sandage*, Ap. J., 186, 748, 1962
4. *P. A. Sweet*, M. N., 125, 285, 1963.
5. *A. Toomre*, Ap. J., 139, 1217, 1964.
6. *Л. С. Марочник*, Астрон. ж., 41, 264, 1964; 47, 46, 1970.
7. *W. H. Julian, A. Toomre*, Ap. J., 146, 810, 1966.
8. *W. H. Julian*, Ap. J., 148, 175, 1967.
9. *Л. С. Марочник*, Астрон. ж., 45, 1264, 1968.
10. *С. Г. Помигаев*, Астрон. ж., 46, 810, 1969.
11. *W. C. Saslaw*, M. N., 143, 437, 1969.
12. *А. П. Осипков*, Астрофизика, 8, 139, 1972; Астрон. ж., 52, № 4, 1975.
13. *В. А. Антонов, С. Н. Нуритдинов, А. П. Осипков*, Сб. „Динамика галактик и звездных скоплений", Изд. АН Каз.ССР, Алма-Ата, 1973, стр. 55.
14. *А. Д. Чернин*, (в печати).
15. *F. Hohl, M. R. Feix*, Ap. J., 148, 1164, 1967.
16. *F. Hohl, J. Cambell*, A. J., 73, 611, 1968.
17. *M. Hénon*, Bull. Astron. (Paris), 3, 241, 1968.
18. J. R. Gott III, Ap. J., 186, 481, 1974.
19. *S. Goldstein, S. Cuperman, M. Lecar*, M. N., 143, 209, 1969.
20. *W. McCrea, E. Milne*, Quart. J. Math., 5, 73, 1934.
21. *D. Lynden-Bell*, Ap. J., 139, 1195, 1964.
22. *C. C. Lin, L. Mestel, F. H. Shu*, Ap. J., 142, 1431, 1965.
23. *Я. Б. Зельдович*, Астрофизика, 6, 319, 1970.
24. *Я. Б. Зельдович*, Астрон. ж., 41, 873, 1964.
25. *Я. Б. Зельдович, Я. М. Каждан*, Астрофизика, 6, 109, 1970.
26. *В. А. Антонов*, Труды АО ЛГУ, 28, 64, 1971.
27. *A. J. Kalnajs*, Ap. J., 175, 63, 1972.