АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11 МАЙ, 1975 ВЫПУСК 2

О РАВНОВЕСИИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВУПОЛОСТНЫХ ГИПЕРБОЛОИДАЛЬНЫХ ФИГУР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ

М. Г. АБРАМЯН, С. А. КАПЛАН

Поступила 2 октября 1974

В работе исследуется вопрос равновесия и устойчивости двуполостных гиперболоидальных фигур (ДГВ) равновесия слоя межзвездной среды, вложенных в сфероидальные галактики с учетом собственной гравитации и магнитного поля.

Учет тороидального магнитного поля требует больших значений угловых скоростей вращения системы межзвездной среды для получения той же ДГВ-фигуры равновесия. В частности, невращающаяся замагниченная межзвездная среда также может принимать форму ДГВ.

Учет самогравитации слоя межзвездной среды уменьшает значение угловой скорости ее вращения. Для большинства случаев наблюдаемых галактик обратная величина эксцентриситета гиперболоидальной фигуры межзвездной среды мала: при этом учет самогравитации не имеет большого значения для определения параметров равновесных гиперболоидальных фигур, но ее учет весьма существенен для условий устойчивости.

Исследование вопроса устойчивости (несжимаемая модель) показывает, что ДГВ-фигуры, не вложенные в сфероидальные галактики, неустойчивы. Гравитация сфероидальной галактики оказывает стабилизирующее влияние на равновесные гиперболоидальные фигуры слоя межзвездной среды.

В работах [1] и [2] рассматривались задачи о равновесии и устойчивости сфероидальных и двуполостно-гиперболоидальных вращающихся фигур равновесия подсистем, вложенных в сфероидальные звездные системы. В частности, особый интерес представляет случай, когда внутри сфероидальной звездной системы находится слой межзвездной среды, имеющий вид двуполостного гиперболоида вращения (ДГВ). В самом деле, именно такой фигурой можно аппроксимировать распределение межзвездной среды в нашей Галактике и ряде других галактик.

В работе [2] для простейшего случая, когда можно пренебречь собственной гравитацией слоя межзвездной среды и магнитным полем, было показано, что фигура ДГВ оказывается необходимой и устойчивой, если скорость вращения слоя межзвездной среды достаточно велика.

В настоящей работе мы учтем собственную гравитацию слоя и предположим, что внутри слоя межзвездной среды есть тороидальное магнитное поле, типа рассмотренного в [1]. Как мы увидим ниже, учет этих факторов в ряде случаев оказывается существенным.

В этой же работе мы проведем сравнение теоретических соотношений с данными наблюдений галактик.

1. *ДГВ-фигуры равновесия слоя межзвездной среды.* Учитывая собственную гравитацию слоя межзвездной среды и влияние магнитных полей, запишем уравнение гидростатического равновесия слоя в виде:

$$\frac{1}{\rho_1}\operatorname{grad} p = \operatorname{grad}\left[V_1(r, z, \tau) + V_2(r, z) + \frac{1}{2}\Omega_1^2 r^2 - \frac{B^2(r)}{4\pi\rho_1}\right]. \quad (1)$$

Настоящее уравнение является обобщением формул (5) работы [1] и (1) — работы [2]. Здесь $V_1(r, z, \tau)$ — гравитационный потенциал внутри слоя межзвездной среды, $V_2(r, z)$ — внутренний гравитационный потенциал звездной системы, Ω_1 — угловая скорость вращения слоя межзвездной среды, $B(r)$ — магнитная индукция. Здесь предполагается, что магнитное поле является тороидальным, его силовые линии параллельны плоскости симметрии галактики и величина магнитной индукции пропорциональна расстоянию от оси вращения r. В этом случае выражение для магнитной силы сводится к градиенту [3]: $\nabla B^2(r)/4\pi\rho_1$, что и учтено в (1). Кроме того предполагается, что магнитное поле сосредоточено внутри слоя межзвездной среды. Заметим, что в рассматриваемой задаче движение частиц слоя в равновесном состоянии происходит только вдоль магнитных силовых линий.

Выражения для потенциала сфероидальной звездной системы во внутренней точке уже приводились в [1] и [2]:

$$V_2(r, z) = -\pi G\rho_2 [A(e_2)\, r^2 + B(e_2)\, z^2], \quad (2)$$

где

$$A(e_2) = \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3}\left[\arcsin e_2 - e_2\sqrt{1-e_2^2}\right],$$
$$B(e_2) = \frac{2}{e_2^3}\left[e_2 - \sqrt{1-e_2^2}\arcsin e_2\right], \quad (3)$$

e_2 — эксцентриситет сплющенного сфероида.

Аналогичным образом для внутреннего гравитационного потенциала ДГВ-фигур имеем

$$V_1(r, z, \tau) = \pi G\rho_1 [C(\tau) r^2 - D(\tau) z^2], \tag{4}$$

$$C(\tau) = \tau^2 + \frac{\tau(1-\tau^2)}{2} \ln\frac{1+\tau}{1-\tau},$$
$$D(\tau) = 2(1-\tau^2) - \tau(1-\tau^2) \ln\frac{1+\tau}{1-\tau}. \tag{5}$$

Здесь τ — обратная величина эксцентриситета ДГВ (см. [2])

$$\frac{z^2}{z_0^2} - \frac{r^2}{R^2} = 1, \tag{6}$$

т. е.

$$\tau = \frac{z_0}{\sqrt{R^2 + z_0^2}}. \tag{7}$$

Вывод формул (4) и (5) дан в приложении.

Подставляя (2) и (4) в уравнение (1) и интегрируя, получим

$$\frac{p}{\rho_1} = \text{const} + \pi G\rho_1 \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} A(e_2) - C(\tau) + \frac{\Omega_1^2}{2\pi G\rho_1} - \frac{B^2(R)}{4\pi^2 G\rho_1^2 R^2}\right] r^2 -$$
$$- \pi G\rho_1 \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} B(e_2) + D(\tau)\right] z^2,$$

откуда видно, что гидростатическое давление слоя межзвездной среды обращается в нуль на поверхности ДГВ (6), т. е.

$$p = \pi G\rho_1^2 z_0^2 \left[D(\tau) + \frac{\rho_2}{\rho_1} B(e_2)\right]\left(1 + \frac{r^2}{R^2} - \frac{z^2}{z_0^2}\right), \tag{8}$$

если выполняется условие

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} A(e_2) - C(\tau) + \frac{\Omega_1^2}{2\pi G\rho_1} - \frac{B^2(R)}{4\pi^2 G\rho_1^2 R^2} = \frac{z_0^2}{R^2}\left[\frac{\rho_2}{\rho_1} B(e_2) + D(\tau)\right], \tag{9}$$

которое с учетом (3), (5) и (7) дает искомую связь между физическими параметрами системы межзвездной среды с параметрами звездной системы:

$$\Omega_1^2 - \frac{B^2(R)}{2\pi\rho_1 R^2} = \pi G\rho_1 F_I(\tau) + \pi G\rho_2 F_S(\tau, e_2). \tag{10}$$

Здесь $F_I(\tau)$ — функция, учитывающая самогравитацию слоя межзвездной среды

$$F_{I}(\tau) = 2\tau^2 - \tau(1+\tau^2)\ln\frac{1+\tau}{1-\tau}, \tag{11}$$

а $F_S(\tau, e_2)$ есть введенная в [2] функция

$$F_S(\tau, e_2) = 2\left|1 - \frac{1-3\tau^2}{1-\tau^2}\left(\frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3}\arcsin e_2\right)\right|, \tag{12}$$

учитывающая влияние сфероидальной звездной системы на ДГВ-фигуры, $B(R)$ — магнитная индукция на расстоянии R от оси вращения.

Если звездная система имеет форму вытянутого сфероида с эксцентриситетом l_2, то во всех формулах следует заменить

$$e_2 \to i l_2/\sqrt{1-l_2^2}.$$

В этом случае получим

$$\Omega_1^2 - \frac{B^2(R)}{2\pi\rho_1 R^2} = \pi G\rho_1 F_I(\tau) + \pi G\rho_2 F_P(\tau, l_2), \tag{13}$$

где $F_P(\tau, l_2)$ — введенная в [2] функция

$$F_P(\tau, l_2) = 2\left|1 - \frac{1-3\tau^2}{1-\tau^2}\frac{1-l_2^2}{2l_2^3}\left(\ln\frac{1+l_2}{1-l_2} - 2l_2\right)\right|. \tag{14}$$

Если магнитного поля нет и плотность слоя межзвездной среды мала ($\rho_1 \ll \rho_2$), то из формул (10) и (13) следуют результаты работы [2].

Если функция $F_S(\tau, e_2)$ всегда положительна, то функция $F_I(\tau)$ — всегда отрицательна. Это означает, что учет самогравитации слоя межзвездной среды уменьшает угловую скорость его вращения. Если не учитывать магнитных полей, то из (10) и (13) следует, что возможные вложенные ДГВ-фигуры равновесия имеют ограниченные сверху значения τ, зависящие от эксцентриситета звездной системы (e_2; l_2) и отношения плотностей ρ_2/ρ_1.

Магнитное поле делает возможным существование ДГВ-фигур равновесия и при отрицательных значениях правых частей (10) и (13). Более того, с учетом магнитного поля можно получить ДГВ-фигуры и без внешнего сфероида, т. е. при $\rho_2 = 0$.

На рис. 1 приведены несколько кривых, представляющих зависимость функций $F_I + (\rho_2/\rho_1)F_S$ и $F_I + (\rho_2/\rho_1)F_P$ от τ. В качестве параметров выбраны различные значения эксцентриситетов звездных сфероидов. Разные графики соответствуют различным отношениям плотностей ρ_2 и ρ_1.

Как без учета, так и с учетом самогравитации слоя межзвездной среды, соответствующая ДГВ-фигуре с $\tau = 1/\sqrt{3}$ величина $\Omega_1^2/(B^2(R)/2\pi\rho_1 R^2)$ не зависит от меры сплюснутости или вытянутости сфероидальной звездной системы, а зависит лишь от отношения плотностей ρ_2/ρ_1. Таким образом самогравитация не снимает вырож-

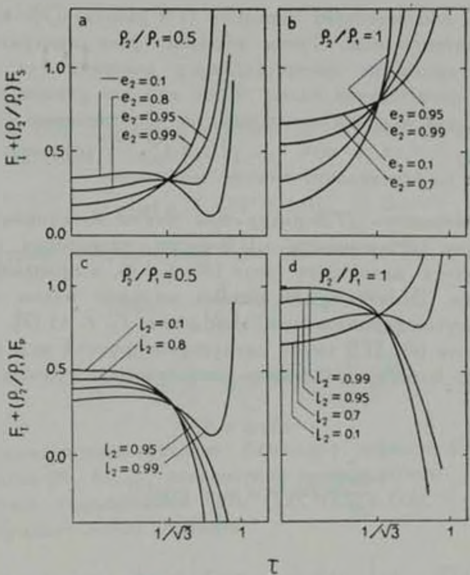

Рис. 1.

дения в точке $\tau = 1/\sqrt{3}$. Следует только отметить, что учет самогравитации слоя межзвездной среды уменьшает значения угловых скоростей для фигур с тем же эксцентриситетом по сравнению со случаем, когда самогравитацией пренебрегается. Наряду с этим учет магнитного поля требует больших величин угловых скоростей вращения системы межзвездной среды для получения той же ДГВ-фигуры равновесия. В частности, невращающаяся замагниченная межзвездная среда также может принимать форму фигуры ДГВ.

Существенно отметить, что функция $F_I(\tau)$, учитывающая самогравитацию межзвездной среды, величина порядка τ^{-1} при малых значениях $\tau \approx z/R$. Следовательно, при малых τ самогравитацией межзвездной среды можно пренебречь. Поэтому внутри сильно сплющенной звездной системы ($1 - e_2 \ll 1$) соотношение (10) с учетом выражений (11) и (12) для малых значений τ примет вид

$$\Omega_1^2 - \frac{B^2(R)}{2\pi\rho_1 R^2} \approx \gamma G \rho_1 \left[\frac{2z_0^2}{R^2} + \pi\tau\sqrt{1-e_2^2}\right]. \tag{15}$$

Эта формула соответствует формуле (19) работы [2], но учитывает влияние магнитного поля. Таким образом, учет самогравитации слоя межзвездной среды не имеет большого значения для определения формы этого слоя (случай малых τ), но, как мы увидим ниже, весьма существенен для условий устойчивости. Соотношение (15) справедливо пока $\rho_2/\rho_1 \gg \tau^4$, т. е. при $z_0 \ll R(\rho_2/\rho_1)^{1/4}$. В реальных галактиках, где часто $\rho_1 \simeq \rho_2$, это условие обычно выполнено.

2. *Устойчивость ДГВ-фигур при учете самогравитации.* Исследуем вопрос устойчивости ДГВ-фигур равновесия межзвездной среды без учета магнитного поля ($B(r) = 0$), в приближении несжимаемой модели. Задача будет решена методом малых колебаний в системе вытянуто-сфероидальных координат (ζ, μ, φ) [2], где уравнение поверхности (6) ДГВ имеет следующий простой вид: $\mu = \tau$.

Скорость возмущений должна удовлетворять уравнениям

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + 2\vec{\Omega}_1 \times \vec{u} = -\operatorname{grad} \Pi, \tag{17}$$

где

$$\Pi = \frac{p}{\rho_1} - \frac{1}{2}\Omega_1^2 r^2 + V_1(r, z, \tau) + V_2(r, z). \tag{18}$$

На свободной возмущенной поверхности S парциальное гидростатическое давление межзвездной среды должно обращаться в нуль

$$[p]_S = 0. \tag{19}$$

Представим

$$p = p_e + \delta p; \quad V_1(r, z, \tau) = V_e(r, z, \tau) + \delta V, \tag{20}$$

где индекс „e" указывает на значения параметров системы до возмущений. При этом (18) примет вид

$$\Pi = \frac{p_e}{\rho_1} - \frac{1}{2}\Omega_1^2 r^2 + V_e(r, z, \tau) + V_2(r, z) + \frac{\delta p}{\rho_1} + \delta V =$$
$$= \mathrm{const} + \frac{\delta p}{\rho_1} + \delta V. \tag{21}$$

Введя также вектор смещения частиц слоя межзвездной среды $\vec{\xi}(\vec{x}, t) = \vec{\xi}(\vec{x})\, e^{i\omega t}$,

$$\vec{u} \simeq \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} = i\omega\vec{\xi}, \tag{22}$$

с учетом (20), (21) граничное условие (19) на невозмущенной поверхности $\mu = \tau$ запишем в виде [4—7]

$$[\vec{\xi}\,\mathrm{grad}\, p_e + \rho_1 \delta V + \rho_1 \Pi]_{\mu=\tau} = 0. \tag{23}$$

Рассмотрим поверхностные возмущения типа [2]

$$[\xi_\mu]_{\mu=\tau} = \frac{K_{n,m}}{[h_\mu]_{\mu=\tau}} P_n^m(q)\, e^{im\varphi}, \tag{24}$$

где

$$q^2 = 1 + \zeta^2, \quad h_\mu^2 = k^2 \frac{1 + \zeta^2 - \mu^2}{1 - \mu^2}, \tag{25}$$

$P_n^m(q)$ — присоединенные функции Лежандра первого рода комплексного аргумента [8], $K_{n,m}$ — неизвестные коэффициенты.

Пользуясь выражениями (10), (11), (12) и (24), в сфероидальной системе координат легко получить

$$[\vec{\xi}\,\mathrm{grad}\, p_e]_{\mu=\tau} = -2\pi G \rho_1^2 \left[D(\tau) + \frac{\rho_2}{\rho_1} B(e_2) \right] \tau K_{n,m} P_n^m(q)\, e^{im\varphi}. \tag{26}$$

Гравитационный эффект этих отклонений можно представить как увеличение на $\rho_1 [\xi_\mu]_{\mu=\tau}$ плотности поверхностного распределения массы к $\mu = \tau$ поверхности. Изменение гравитационного потенциала, обусловленного этим эффектом, является общим решением уравнения Лапласа и, следовательно, имеет вид

$$\delta V = \begin{cases} c_{n,m} \dfrac{Q_n^m(\mu)}{Q_n^m(\tau)} P_n^m(q)\, e^{im\varphi}, & \mu \geq \tau \\[2ex] c_{n,m} \dfrac{P_n^m(\mu)}{P_n^m(\tau)} P_n^m(q)\, e^{im\varphi}, & \mu \leq \tau, \end{cases} \tag{27}$$

где $P_n^m(\mu)$ и $Q_n^m(\mu)$ — присоединенные функции Лежандра действительного аргумента первого и второго родов соответственно. Вронскиан этих функций, который нам пригодится для вычислений коэффициентов $c_{n,m}$, имеет следующий вид [8]:

$$P_n^m(\mu)\,\frac{dQ_n^m}{d\mu}-Q_n^m(\mu)\,\frac{dP_n^m}{d\mu}=\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\,\frac{1}{1-\mu^2}. \tag{28}$$

Применяя теорему Гаусса к массе, распределенной в элементарном объеме поверхности $\mu=\tau$, получим

$$\left|\frac{1}{h_\mu}\frac{\partial}{\partial\mu}\delta V\right|_{\mu=\tau+0}-\left|\frac{1}{h_\mu}\frac{\partial}{\partial\mu}\delta V\right|_{\mu=\tau-0}=-4\pi G\rho_1[\xi_n]_{\mu=\tau}. \tag{29}$$

Подставляя сюда выражения (24) и (27), соответственно для величин $[\xi_n]_{\mu=\tau}$ и δV и используя соотношение (28), для $c_{n,m}$ находим:

$$c_{n,m}=-4\pi G\rho_1(1-\tau^2)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\tau)\,Q_n^m(\tau)\,K_{n,m}.$$

Так что

$$[\rho_1\delta V]_{\mu=\tau}=-4\pi G\rho_1(1-\tau^2)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\tau)\,Q_n^m(\tau)\,K_{n,m}P_n^m(q)\,e^{im\varphi}. \tag{30}$$

Для величины Π пользуемся частным решением уравнения Пуанкаре [1, 2, 4–7]

$$\Pi=h(x+iy)^2;\quad h=\mathrm{const},$$

значение которого на поверхности ДГВ выражается следующим образом [2]:

$$[\Pi]_{\mu=0}=\frac{1}{3}\,k^2hP_2^2(q)\,e^{i2\varphi}, \tag{31}$$

а для коэффициентов $K_{n,m}$ находим [2]

$$K_{n,m}=-\frac{2k^2h}{3\omega(\omega-2\Omega_1)}\,\frac{\tau}{1-\tau^2}\,\delta_{2n}\delta_{2m}, \tag{32}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

Подставляя (26), (30), (31) в граничное условие (23) с учетом (3), (5), (32) и тем, что [8]

$$P_2^2(\tau)=3(1-\tau^2),$$

$$Q_2^2(\tau)=\frac{3}{2}(1-\tau^2)\ln\frac{1+\tau}{1-\tau}+\tau\,\frac{5-3\tau^2}{1-\tau^2},$$

получим уравнение для определения частоты ω возмущений

$$\omega(2\Omega_1 - \omega) = Q,$$

где

$$Q = \pi G\rho_1\tau^2\left[13 - 3\tau^2 + \frac{3 - 14\tau^2 + 3\tau^4}{2\tau}\ln\frac{1+\tau}{1-\tau}\right] + \pi G\rho_2\frac{4\tau^2}{1-\tau^2}\left[\frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3}\arcsin e_2\right]. \tag{33}$$

Так, что

$$\omega_{1,2} = \Omega_1 \pm \sqrt{\Omega_1^2 - Q}\,. \tag{34}$$

Для устойчивости необходимо, чтобы подкоренное выражение в (34) было положительным, т. е.

$$\frac{\Omega_1^2}{2\pi\rho_1 G} > \frac{\tau^2}{2}(13 - 3\tau^2) + \frac{\tau}{4}(3 - 14\tau^2 + 3\tau^4)\ln\frac{1+\tau}{1-\tau} + \frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{2\tau^2}{1-\tau^2}\left[\frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3}\arcsin e_2\right]. \tag{35}$$

Далее, пользуясь соотношением (10) с учетом (11) и (12) при $B(r) = 0$, из (35) для устойчивости ДГВ-фигур слоя межзвездной среды получим условие

$$\Sigma = \rho_1 f_I(\tau) + \rho_2 f_S(\tau, e_2) > 0, \tag{36}$$

где

$$f_I(\tau) = -11\tau^2 + 3\tau^4 - \frac{\tau}{2}(5 - 12\tau^2 + 3\tau^4)\ln\frac{1+\tau}{1-\tau} \tag{37}$$

функция, учитывающая влияние самогравитации межзвездной среды на устойчивость ДГВ-фигур, а

$$f_S(\tau, e_2) = 1 - \frac{1+\tau^2}{1-\tau^2}\left(\frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3}\arcsin e_2\right) \tag{38}$$

есть введенная в работе [2] функция, определяющая устойчивость ДГВ-фигур межзвездной среды внутри сфероидальной звездной системы (напомним, что в работе [2] собственная гравитация межзвездной среды не учитывалась).

В случае, когда галактика имеет вид вытянутого сфероида, условие (36) примет вид

$$\Delta \equiv \rho_1 f_l(\tau) + \rho_2 f_p(\tau, l_2), \tag{39}$$

где $f_p(\tau, l_2)$ — введенная функция в работе [2]:

$$f_p(\tau, l_2) = 1 - \frac{1+\tau^2}{1+\tau^2}\frac{1-l_2^2}{2l_2^3}\left(\ln\frac{1+l_2}{1-l_2} - 2l_2\right). \tag{40}$$

На рис. 2 приведены графики функций $\Sigma(\tau)/\rho_1$ и $\Delta(\tau)/\rho_1$, где в качестве параметров взяты e_2; ρ_2/ρ_1 (рис. 2a, 2b) и l_2; ρ_2/ρ_1 (рис. 2c, 2d).

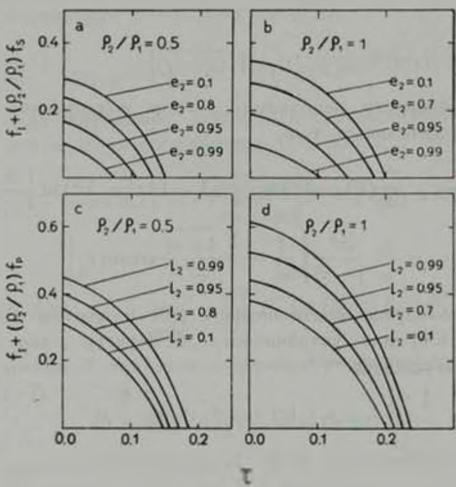

Рис. 2.

Если $\rho_2 = 0$ (гравитация галактики не учитывается), то $\Sigma(\tau)$ и $\Delta(\tau)$ отрицательны, т. е. ДГВ-фигуры равновесия, не вложенные в сфероидальные звездные системы (т. е. $\rho_2 = 0$), всегда неустойчивы, хотя условия гидростатического равновесия при наличии магнитных полей могут быть и выполнены. Правда, в настоящем исследовании устойчивости магнитное поле не учитывалось, но, как показывает аналогичный анализ сфероидальных фигур с такими же параметрами [5—7], магнитное поле не меняет условия устойчивости, меняя лишь частоты колебаний. Как видно из рис. 2, гравитация сфероидальной галактики оказывает стабилизирующее влияние на равновесные фигуры ДГВ-системы межзвездной среды. При этом с увеличением ρ_2/ρ_1 область устойчивости, т. е. предельное значение τ устойчивых фигур ДГВ слоя увеличивается (см. 2a, b, 2c, d). Следует отметить, что самогравитация межзвездной среды уменьшает эту область. Так например, без учета самогравитации, внутри сфероидальной звездной системы с эксцентриситетом $e_2 = 0.99$ устойчивыми являются те вложенные ДГВ-фигуры межзвездной среды, у которых $\varepsilon < 0.3$ [2]. Учет самогравитации приводит к тому, что область устойчивых ДГВ-фигур, вложенных в ту же звездную систему ($e_2 \simeq 0.99$), уменьшается: например, при $\rho_1 = \rho_2$, $\varepsilon < 0.1$; при $\rho_1 = 2\rho_2$, $\varepsilon < 0.075$ и т. д. (см. рис. 2a, b). Аналогичные результаты получаются и для ДГВ-фигур межзвездной среды, вложенных в вытянуто-сфероидальную звездную систему, с тем только отличием, что у этих фигур равновесия область устойчивости всегда больше, чем у фигур ДГВ, вложенных в сплюснуто-сфероидальные галактики.

Устойчивость вложенных ДГВ-фигур межзвездной среды, как видно из (36), (39) (а также см. рис. 2), сильно зависит и от геометрии звездной системы (e_2; l_2). Как видно из рис. 3, по мере увеличения сплющенности галактики область устойчивых ДГВ-фигур межзвездной среды уменьшается.

3. *Сопоставление с данными наблюдений*. Напомним основные результаты проведенного исследования. В сфероидальных звездных системах — галактиках образуются равновесные ДГВ-фигуры распределения межзвездной среды, формы которых (точнее, обратная величина эксцентриситета $\varepsilon = z_0/\sqrt{R^2 + z_0^2} \approx z_0/R$) однозначно определяется сплюснутостью (e_2; l_2) и плотностью (ρ_2) галактики, угловой скоростью вращения (Ω_1) и плотностью (ρ_1) межзвездной среды, а также магнитным полем. В реальных условиях галактик величина ε обычно мала и поэтому самогравитацией межзвездной среды, при определении равновесных параметров (в случае сильно сплющенных галактик), можно пренебречь. Здесь можно воспользоваться соотношением (15). Однако учет самогравитации необходим при определении области устойчивости ДГВ-фигур межзвездной среды.

Ниже мы приведем примеры галактик, где удалось по данным наблюдений (на доброкачественных фотоснимках [9, 10]) определить параметры как самой галактики, так и слоя межзвездной среды. Сопоставление с наблюдениями может заключаться в проверке устойчивости системы и определении ее ненаблюдаемых параметров.

NGC 4594 (спиральная галактика типа Sa/Sb). Форма этой галактики соответствует эксцентриситету $e_2 \simeq 0.9$. По фотографиям видно, что межзвездная среда (пылевая материя) распределена в форме ДГВ-фигуры с параметром $\tau \approx 0.1$. Используя эти значения, находим из условия устойчивости (36), что здесь должно быть

$$\frac{\rho\ (\text{звездной системы})}{\rho\ (\text{межзвездной среды})} \gtrsim 0.46.$$

Известна угловая скорость вращения этой галактики: $\Omega_1 \approx 5.10^{-15} сек^{-1}$. Если магнитное поле слабое, то из соотношения (15) находим для средней плотности звездной системы $\rho_0 \sim 10^{-23}\ г\cdot см^{-3}$.

NGC 4565 (спиральная галактика типа Sb). Эта галактика сильно сплюснута: $e_1 \approx 0.994$. Для наблюдаемого слоя межзвездной среды $\tau \simeq 0.15$. Слой межзвездной среды устойчив в форме ДГВ-фигуры, если

$$\frac{\rho\ (\text{звездной системы})}{\rho\ (\text{межзвездной среды})} \gtrsim 4.4$$

(если известно ρ_0, то можно оценить Ω_1 и наоборот).

NGC 5128. Почти сферическая галактика ($e_1 \approx 0$), на фоне которой наблюдается мощный слой поглощающего вещества ($\tau \approx 0.24$). Для этой галактики находим:

$$\frac{\rho\ (\text{звездной системы})}{\rho\ (\text{межзвездной среды})} \gtrsim 1.36.$$

Выражаем искреннюю благодарность Б. Е. Маркаряну за предоставление наблюдательных материалов и полезное обсуждение работы.

Приложение

Вычислим гравитационный потенциал однородно распределенной массы двуполостно-гиперболоидальной формы

$$\frac{z^2}{z_0^2} - \frac{u^2 + v^2}{R^2} = 1 \qquad (\text{П.1})$$

во внутренней точке (x, y, z)

$$\frac{z^2}{z_0^2} - \frac{x^2 + y^2}{R^2} < 1. \qquad (\text{П.2})$$

Компоненты силы притяжения в рассматриваемой точке задаются в виде [11]

$$F_x = \rho G \int \frac{u - x}{r^3} d\vec{x},$$

$$F_y = \rho G \int \frac{v - y}{r^3} d\vec{x}, \tag{П.3}$$

$$F_z = \rho G \int \frac{\eta - z}{r^3} d\vec{x},$$

где $d\vec{x} = dxdydz$, $r^2 = (u - x)^2 + (v - y)^2 + (\eta - z)^2$ интегралы берутся по объему ограниченной поверхностью (П.1).

Примем точку (x, y, z) за начало полярной системы координат, так что

$$u = x + r\sin\vartheta\cos\varphi,$$

$$v = y + r\sin\vartheta\sin\varphi, \tag{П.4}$$

$$\eta = z + r\cos\vartheta.$$

При этом

$$d\vec{x} = r^2 dr \sin\vartheta d\vartheta d\varphi. \tag{П.5}$$

С учетом (П.4) и (П.5) компоненты сил притяжения представятся в виде

$$F_x = \rho G \int\limits_0^\pi \sin^2\vartheta d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} \cos\varphi d\varphi \int\limits_0^{r_1} dr,$$

$$F_y = \rho G \int\limits_0^\pi \sin^2\vartheta d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi \int\limits_0^{r_1} dr, \tag{П.6}$$

$$F_z = \rho G \int\limits_0^\pi \sin\vartheta\cos\vartheta d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{r_1} dr,$$

где r_1 — радиус-вектор той точки поверхности гиперболоида, которая лежит в направлении (ϑ, φ) от точки (x, y, z). Эта величина определяется уравнением

$$\alpha r_1^2 + 2\beta r_1 + \gamma = 0,$$

где

$$\tau = \frac{z^2}{z_0^2} - \frac{x^2 + y^2}{R^2} - 1 < 0,$$

$$\beta = \frac{z}{z_0^2}\cos\vartheta - \frac{x\cos\varphi + y\sin\varphi}{R^2}\sin\vartheta, \qquad (\Pi.7)$$

$$\alpha = \frac{R^2 + z_0^2}{R^2 z_0^2}\cos^2\vartheta - \frac{1}{R^2}.$$

Итак

$$r_1 = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\sqrt{\beta^2 - \alpha\tau}}{\alpha}. \qquad (\Pi.8)$$

Вычислим F_z. Легко проверить, что [11]

$$\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\sqrt{\beta^2 - \alpha\tau}}{\alpha}\sin\vartheta\cos\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi = 0,$$

так что

$$F_z = -\rho G\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}\sin\vartheta\cos\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi = -2\pi G\rho\frac{z}{z_0^2}\int\limits_0^{\pi}\frac{\sin\vartheta\cos\vartheta}{\alpha}\, d\vartheta,$$

где мы пользовались выражением β из (П.7).

Следовательно

$$F_z = -2D(\tau)\, z, \qquad (\Pi.9)$$

где

$$D(\tau) = \pi G\rho\frac{R^2}{R^2 + z_0^2}\int\limits_{-1}^{1}\frac{\mu^2 d\mu}{\mu^2 - \dfrac{z_0^2}{R^2 + z_0^2}},$$

интегрирование которого дает результат, использованный нами в статье (см. (8)).

Аналогичным образом вычисляются F_x и F_y:

$$F_x = 2C(\tau)\, x, \quad F_y = 2C(\tau)\, y, \qquad (\Pi.10)$$

где $C(\tau)$ — некоторый определенный интеграл, интегрирование которого дает результ (8).

Имея компоненты сил притяжения, легко получить потенциал во внутренней точке двуполостного гиперболоида вращения. Он получается в виде (7) с точностью постоянной слагаемой, которая в этой статье нас не интересует.

Ереванский государственный
университет
НИРФИ, г. Горький

ON THE EQUILIBRIUM AND STABILITY OF TWO SHEET HYPERBOLOIDAL FIGURES OF ROTATING INTERSTELLAR MEDIUM

M. G. ABRAHAMIAN, S. A KAPLAN

The problem of equilibrium and stability of hyperboloids of two sheet revolutions (HTSR) of the stratum shape of interstellar medium placed in the spheroidal galaxies is investigated, taking into account self-gravitation and magnetic field.

The accounting of a toroidal magnetic field claims great values of rotation angular velocity of the interstellar medium system to obtain the same HTSR equilibrium figures. In particular a non-rotating magnetized interstellar medium can also take HTSR forms.

The accounting of the self-gravitation of the interstellar medium reduces the value of the angular velocity of its rotation. For most cases of the observed galaxies the reverse magnitude of the excentricity of a hyperboloidal figure is small. The accounting of the self-gravitation is of little importance to define the parametres of the equilibrium HTSR figures but this accounting is rather essential for the condition of stability.

The study of the stability problem (incompressible model) shows that the HTSR figures themselves are unstable. The gravitation of spheroidal galaxy has a great stabilizing effect on the equilibrium hyperboloidal figures of a interstellar medium layer.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 10, 565, 1974.
2. *М. Г. Абрамян, С. А. Каплан*, Астрофизика, 11, 121, 1975.
3. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Астрон. ж., 50, 996, 1973.
4. *P. H. Roberts, K. Stewartson*, Ap. J., 137, 777, 1963.
5. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Астрофизика, 8, 599, 1972.
6. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Изв. АН Арм.ССР, Физика, 7, 449, 1972.

7. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 8, 63, 1973.
8. *Е. В. Гобсон*, Теория сферических и сфероидальных функций, ИЛ, М., 1952.
9. *A. R. Sandage*, Hubble Atlas of Galactic Forms, Washington, 1961.
10. *H. K. Arp*, Atlas of Peculiar Galaxies, California Institute of Technology, Pasadena, 1966.
11. *М. Ф. Субботин*, Курс небесной механики, т. III, Гостехиздат, М., 1949.