АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11 МАЙ, 1975 ВЫПУСК 2

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ С СИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Е. В. СУВОРОВ, Ю. В. ЧУГУНОВ

Поступила 8 июля 1974

Исследуются дисперсионные характеристики электромагнитных волн в релятивистской плазме с одномерной функцией распределения, устанавливающейся в результате радиационных потерь в сильном магнитном поле. Показано, что продольные волны в такой плазме существуют в некотором интервале частот, вблизи плазменной частоты, распространяются под малыми углами к внешнему магнитному полю, а их фазовые скорости превышают скорость света, вследствие чего продольные волны не обладают какими преимуществами в смысле генерации перед другими типами волн (невозможна их „черенковская" генерация). Дисперсионные свойства электромагнитных волн в низкочастотных интервалах $\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{He}$ и $\omega \ll \omega_{Hi}$ в „квазивакуумном" приближении ($|n^2-1| \ll 1$) аналогичны свойствам нормальных волн в холодной плазме в соответствующих частотных интервалах. Отличительной чертой релятивистской плазмы является затухание волн, обусловленное наличием в ней непрерывного спектра гирочастот и сильной пространственной дисперсией. Для квазипродольного распространения найдены инкременты неустойчивостей альвеновской и быстрой магнитозвуковой волн, связанных с одномерностью функции распределения.

Проблема генерации и распространения электромагнитных волн в релятивистской плазме в последнее время приобретает все большее значение в связи с интерпретацией излучения пульсаров. По современным представлениям вблизи пульсаров — нейтронных звезд возможно существование сильных магнитных полей (до 10^{12} э) и ультрарелятивистских частиц; холодная плазма при этом может отсутствовать. Дисперсионные свойства электромагнитных волн и условия их генерации в такой среде могут существенно отличаться от достаточно полно исследованных свойств электромагнитных волн в холодной плазме. Исследование волн в релятивистской плазме осложняется тем обстоятельством, что их свойства существенно зависят от функции распределения релятинистской плазмы, которая неизвестна. Капланом и Цытовичем [1] (см. также [2]) было замечено, что из-за радиационных потерь в сильном магнитном поле функция распределения релятивистских частиц становится одномерной. Однако конкретный вид одномерного распределения, предложенный ими:

$$f_1 = \frac{(\gamma - 1)\, n_0\, \varepsilon_*^{\gamma - 1}}{(\varepsilon + \varepsilon_*)^{\gamma}} \tag{1}$$

(f_1 — энергетический спектр релятинистских частиц, n_0 — их концентрация, γ — показатель энергетического спектра при $\varepsilon \to \infty$, ε_* — некая характерная энергия в спектре, значительно превышающая энергию покоя — $\varepsilon_* \gg m_0c^2$) не совсем удачен. Дело в том, что радиационные потери в магнитном поле уменьшают энергию релятивистской частицы до значения порядка $m_0c^2/\sin\theta_0$ (где θ_0 — начальный питч-угол частицы). Поэтому трудно ожидать, что в установившемся одномерном распределении почти все частицы будут ультрарелятивистскими (как для распределения (1)), если только оно с самого начала не было уже одномерным. Кроме того, производная по импульсам df_1/dp, характеризующая „равновесность" функции распределения, в случае распределения (1) положительна вплоть до энергий $\varepsilon \sim m_0c^2 (\varepsilon_*/m_0c^2)^{1/\gamma}$.

Анализ процесса одномеризации функции распределения релятивистских частиц, проведенный в [3], показывает, что в результате радиационных потерь в магнитном поле устанавливается одномерное распределение

$$f(p_\parallel, p_\perp) = f_1(p_\parallel)\frac{\delta(p_\perp)}{2\pi p_\perp}, \qquad f_1(p_\parallel) = \frac{n_0}{2m_0c}\left[\frac{m_0}{m(p)}\right]^3 \tag{2}$$

со средней энергией, близкой к энергии покоя m_0c^2. Распределение (2) формируется из любого изотропного распределения с ультрарелятивистской энергией за времена порядка $t_0 \sim 3m_0c^5/2e^4H_0^2$ (где e и m_0 — заряд и масса покоя частиц, H_0 — напряженность магнитного поля, c — скорость света).

В настоящей работе мы рассмотрим дисперсионные свойства электромагнитных волн в плазме с одномерным распределением (2). Там, где это возможно, будет произведено сопоставление с результатами работы [1], в которой исследованы волны в плазме с одномерным распределением (1).

1. Тензор диэлектрической проницаемости для $e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}}$ волн в плазме с одномерной функцией распределения равен (см. также [1]):

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 - \frac{4\pi e^2}{\omega^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{m} f_1(p_z) \frac{(\omega - k_z v_z)^2}{(\omega - k_z v_z)^2 - \tilde{\omega}_H^2};$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{4\pi e^2}{\omega} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dp_z \left\{ \frac{v_z}{\omega - k_z v_z} \frac{df_1}{dp_z} - \frac{f_1(p_z)}{m} \frac{1}{\omega} \frac{k_x^2 v_z^2}{(\omega - k_z v_z)^2 - \tilde{\omega}_H^2} \right\};$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i \frac{4\pi e^2}{\omega^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{m} f_1(p_z) \frac{(\omega - k_z v_z)\tilde{\omega}_H}{(\omega - k_z v_z)^2 - \tilde{\omega}_H^2}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -\frac{4\pi e^2}{\omega^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{m} f_1(p_z) \frac{k_x v_z (\omega - k_z v_z)}{(\omega - k_z v_z)^2 - \tilde{\omega}_H^2};$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} = -i \frac{4\pi e^2}{\omega^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{m} f_1(p_z) \frac{k_x v_z \tilde{\omega}_H}{(\omega - k_z v_z)^2 - \tilde{\omega}_H^2};$$

где $f_1(p_z)$ — функция распределения частиц по продольным импульсам; $\vec{v}$, m — скорость и релятивистская масса частиц, $\tilde{\omega}_H = \omega_H m_0/m$ — релятивистская гирочастота. Выражение (3) приведено для тензора диэлектрической проницаемости в системе координат с осью z вдоль внешнего магнитного поля $\vec{H}_0$ и осью x в плоскости $\vec{k}\vec{H}_0$. При наличии положительной мнимой добавки в частоте интегрирование в (3) проводится по действительной оси; при $\operatorname{Im}\omega < 0$ контур интегрирования деформируется так, чтобы компоненты тензора ε_{ij} были аналитическими функциями частоты.

С учетом выражения (2) для $f_1(p_z)$ можно в ряде случаев получить компоненты ε_{ij} в аналитическом виде. Так, при поперечном распространении ($k_z = 0$)

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \frac{\pi}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_H^2} \left[1 - 1/\sqrt{1 - \omega_H^2/\omega^2} \right];$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\pi}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \left\{ -\frac{3}{8} + \frac{c^2k^2}{\omega_H^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\omega^2}{\omega_H^2} \right) + \frac{c^2k^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega}{\omega_H} \right)^4 \sqrt{1 - \omega_H^2/\omega^2} \right\}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i \frac{\omega_0^2}{\omega\omega_H} \left\{ -1 + \frac{\omega}{\omega_H} \frac{1}{\sqrt{1 - \omega_H^2/\omega^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\omega^2/\omega_H^2 - 1}} \right\};$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0$$

где $\omega_0^2 = \dfrac{4\pi e^2 N_0}{m_0}$, $\omega_H = \dfrac{eH_0}{m_0 c}$.

Выражения (4) приведены для частот $\omega > \omega_H$. При $\omega < \omega_H$ в тензоре диэлектрической проницаемости появляется антиэрмитова часть, связанная с циклотронным резонансом на релятивистской гирочастоте. В этом случае в компонентах $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ следует вместо $\sqrt{1-\omega_H^2/\omega^2}$ подставить $i\sqrt{\omega_H^2/\omega^2-1}$, а в компонентах $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}$ $1/\sqrt{1-\omega_H^2/\omega^2}\,\mathrm{arctg}\cdot 1/\sqrt{\omega^2/\omega_H^2-1}$ заменить на

$$\left\{\frac{1}{2\sqrt{\omega_H^2/\omega^2-1}}\ln\frac{1-\sqrt{1-\omega^2/\omega_H^2}}{1+\sqrt{1-\omega^2/\omega_H^2}} - i\frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{\omega_H^2/\omega^2-1}}\right\}.$$

При $\vec{k} \parallel \vec{H}_0$ простое аналитическое выражение получается для продольной компоненты тензора диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{c^2k^2}\left\{-1 + 2\frac{\omega^2}{c^2k^2}\left[1-\begin{pmatrix}\sqrt{1-c^2k^2/\omega^2} & c^2k^2/\omega^2 > 1\\ i\sqrt{c^2k^2/\omega^2-1} & c^2k^2/\omega^2 > 1\end{pmatrix}\right]\right\}. \tag{5}$$

Мнимая часть ε_{zz} здесь связана с затуханием Ландау при $(c^2k^2/\omega^2) > 1$.

В случае сильного магнитного поля $(\omega_H \gg \omega_0, \omega)$ тензор диэлектрической проницаемости имеет вид:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \frac{\pi}{2}\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{1}{2}c^2k_z^2/\omega^2\right);$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\frac{c^2k_x^2}{\omega^2} - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{c^2k_z^2}\left\{-1 + 2\frac{\omega^2}{c^2k_z^2}\left[1 - \begin{pmatrix}\sqrt{1-c^2k_z^2/\omega^2} & \text{при} & c^2k_z^2<\omega^2\\ i\sqrt{c^2k_z^2/\omega^2-1} & \text{при} & c^2k_z^2>\omega^2\end{pmatrix}\right]\right\}; \tag{6}$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = -i\frac{\omega_0^2}{\omega\omega_H}; \qquad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -\frac{\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\frac{c^2k_xk_z}{\omega^2};$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} \simeq 0.$$

В выражениях (6) опущены антиэрмитовые части, связанные с поглощением в областях нормального и аномального эффекта Доплера. Они имеют более высокий порядок малости по ω/ω_H и не влияют на показатели преломления и поляризацию нормальных волн. Антиэрмитова часть тензора ε будет учтена при исследовании затухания и усиления низкочастотных волн. Компоненты ε_{yz} и ε_{zy} имеют порядок $\omega_0^2\omega/\omega_H^3 \ln \omega_H/\omega$; мы будем считать их равными нулю, ограничившись учетом членов порядка ω^2/ω_H^2 и ниже.

2. В плазме с одномерным распределением электронов (2) поперек магнитного поля распространяются две высокочастотные ($\omega \gg \omega_H$) нормальные волны. Показатель преломления необыкновенной волны равен

$$n_1^2 = \varepsilon_{xx} + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}}, \tag{7}$$

где компоненты тензора ε определяются выражениями (4). Вектор электрического поля в этой волне лежит в плоскости, перпендикулярной $\vec{H}_0$ и имеет составляющую, параллельную волновому вектору $\vec{k}$. На частоте

$$\omega = \omega_H \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + 2\omega_H^2/\pi\omega_0^2)^2}},$$

где $\varepsilon_{xx} = 0$, показатель преломления необыкновенной волны обращается в бесконечность. Это соответствует плазменному резонансу, поскольку поляризация волны становится чисто продольной. Для некторых частот $n_1^2 < 0$, т. е. имеется интервал непрозрачности. На частотах $\omega < \omega_H$ существуют затухающие волны.

Показатель преломления обыкновенной волны находится из дисперсионного соотношения $n^2 = \varepsilon_{zz}(n^2)$, где ε_{zz} определяется (4) и равен

$$n_2^2 = \frac{1 - \dfrac{3\pi}{16}\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2}}{1 - \dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\left[1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_H^2} - \dfrac{\omega^2}{\omega_H^2}\begin{pmatrix} \sqrt{1 - \omega_H^2/\omega^2}, & \omega > \omega_H \\ i\sqrt{\omega_H^2/\omega^2 - 1}, & \omega < \omega_H \end{pmatrix}\right]}. \tag{8}$$

Эта волна является поперечной с вектором электрического поля, параллельным внешнему магнитному полю. Ее показатель преломления конечен на всех частотах, однако для некоторых одномерных распределений возможен резонанс на обыкновенной волне. При этом магнитное поле волны бесконечно велико по сравнению с электрическим.

Вдоль магнитного поля отделяется дисперсионное уравнение для продольных волн $\varepsilon_{zz} = 0$, где ε_{zz} определяется выражением (5). Это уравнение имеет точное решение, существующее при $k < \omega/c$:

$$\omega = \pm\frac{ck}{2}\left(\frac{\bar{\omega}_0}{ck} + \frac{ck}{\bar{\omega}_0}\right); \qquad \bar{\omega}_0^2 = \frac{3\pi}{4}\omega_0^2. \tag{9}$$

из которого следует, что частоты плазменных волн лежат в интервале от $\bar{\omega}_0/2$ до $\bar{\omega}$; фазовая скорость этих волн превышает скорость света, в связи с чем затухание Ландау отсутствует. По этой же причине невозможна „черенковская" генерация продольных волн пучками электронов по крайней мере в рамках метода возмущений, когда дисперсионные свойства плазменных волн определяются соотношением (9).

Для плазменных волн, распространяющихся под углом к сильному магнитному полю ($\omega_0 \ll \omega_H$), сохраняется соотношение (9) с заменой k на k_z. Однако условия продольности волн, при которых справедливо дисперсионное уравнение $\varepsilon_{zz} = 0$, выполнены лишь для углов $\theta \ll 1$ (более подробно об условиях применимости дисперсионного уравнения $\varepsilon_{zz} = 0$ см [4]). Это означает, что продольные волны существуют лишь в узком интервале углов вблизи направления сильного магнитного поля.

Аналогичная ситуация имеет место и в случае ультрарелятивистского одномерного распределения (1) см. [1]. Продольные волны здесь тоже существуют в широком интервале частот, превышающих плазменную частоту, распространяются под малыми углами к магнитному полю*, а их фазовые скорости превышают скорость света**. Отличие лишь в том, что плазменная частота при ультрарелятивистском распределении (1) значительно ниже из-за большой средней массы частиц

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi(\gamma - 1)\, e^2 N_0 c^2}{\varepsilon_*} \ll \omega_0^2.$$

При исследовании плазменной турбулентности часто считается заданным высокий уровень энергии продольных колебаний, которые по существу являются источником турбулентности [2]. Такая постановка задачи оправдана для „холодной" плазмы, где практически любой пучок заряженных частиц является причиной неустойчивости на продольных волнах.

В релятивистской плазме, где нет продольных волн с фазовой скоростью меньше скорости света, продольные волны не обладают явными преимуществами в смысле генерации перед другими типами волн.

---

* В [1] в качестве критерия существования продольных волн при ультрарелятивистском распределении (1) приведено неравенство $\theta \ll m_0c^2/\varepsilon_* \ll 1$. По-видимому, это требование является слишком жестким; достаточно удовлетворить условию $\theta \ll 1$.

** Последнее обстоятельство было упущено в [1]. В связи с этим лишены физического смысла выражения для декрементов затухания Ландау на продольных волнах, найденные в [1], а также неверно сделанное там допущение о возможности „черенковской" генерации продольных волн.

Это относится к изотропной ультрарелятивистской плазме без магнитного поля (см. [5]). Аналогичная ситуация для продольных волн в плазме с сильным магнитным полем имеет место как в случае рассмотренного выше одномерного распределения (2), так и для ультрарелятивистского одномерного распределения (1), исследованного в [1] (см. примечание ** на стр. 192).

3. Из-за сильной пространственной дисперсии в случае одномерного распределения (2) дисперсионное уравнение для электромагнитных волн не решается в аналитическом виде даже для низких частот. Поэтому мы воспользуемся так называемым „квазивакуумным" приближением [6], при котором в нулевом приближении показатели преломления считаются равными единице, а в следующем приближении находятся малые поправки к единице (полагая в компонентах ε_{ij}, зависящих от ω и $\vec{k}$, величину c^2k^2/ω^2 равной единице).

Квазивакуумное приближение применимо в том случае, когда концентрация частиц в каком-то смысле мала (нулевое приближение — вакуум). Конкретные ограничения на концентрацию получаются из условия, что показатели преломления, найденные в квазивакуумном приближении, мало отличаются от единицы.

Исследуя дисперсионные свойства электромагнитных волн, удобно низкочастотный интервал разделить на два:

$$\text{а) } \omega_{Hi} \ll \omega < \omega_{He}, \tag{10а}$$

в котором можно пренебречь влиянием ионов на свойства распространяющихся волн. Этот частотный интервал расширяется, если ионы являются ультрарелятивистскими* ;

$$\text{б) } \omega \ll \omega_{Hi}, \tag{10б}$$

где необходим учет движения ионов.

В квазивакуумном приближении в первом частотном интервале (10а) решение дисперсионного уравнения с тензором диэлектрической проницаемости (6) имеет вид

$$n_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left[1 + 2a\sin^2\theta - b\frac{\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2}\right]^{-1}\left\{2 - b\frac{1+\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2} + \right.$$
$$\left. + 6a + a\sin^2\theta - ab\,(2 + 3\cos^2\theta + \cos^4\theta)\,(1+\sin\theta)^2 \pm \sqrt{G}\right\} \tag{11}$$

* Ионы могут иметь ультрарелятивистское квазиизотропное распределение, так как время „одномеризации" функции распределения ионов значительно больше, чем для электронов.

$$G = \sin^4\theta \left| \frac{b}{(1+\sin\theta)^2} + a - ab\,\frac{2+\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2} \right|^2 +$$

$$+ 4c^2\cos^2\theta \left| 1 - \frac{b}{(1+\sin\theta)^2} \right|^2,$$

где

$$a = \frac{\pi}{4}\,\omega_0^2/\omega_H^2, \qquad b = \frac{3\pi}{4}\,\omega_0^2/\omega^2, \qquad c = \omega_0^2/\omega\omega_H.$$

В случае продольного распространения нормальные волны циркулярно поляризованы и имеют показатели преломления такие же, как в холодной плазме в соответствующем интервале частот

$$n_{1,2}^2 = 1 \pm \omega_0^2/\omega\omega_H, \tag{12}$$

что связано с независимостью показателей преломления от массы частиц.

При поперечном распространении волны линейно поляризованы, а их показатели преломления равны

$$n_1^2 = 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right), \tag{13а}$$

$$n_2^2 = 1 - \frac{3\pi}{16}\,\omega_0^2/\omega^2. \tag{13б}$$

Выражение (13б) свободно от ограничения $|1 - n_2^2| \ll 1$ и может быть получено из точного выражения (8) в пределе $\omega_H \gg \omega_0,\ \omega$.

При произвольном угле θ между волновым вектором $\vec{k}$ и $\vec{H}_0$ в рассматриваемой области частот практически для всех $\theta \neq 0$ $(\theta \gg \sqrt{\omega/\omega_H})$ работают формулы квазипоперечного распространения

$$n_1^2 \simeq 1 + \frac{\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}(2+\cos^2\theta) + \frac{1}{1 - \dfrac{3\pi}{4}\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2}\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} \times$$

$$\times \frac{4}{3\pi}\frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\left\{(1+\sin\theta)^2\operatorname{ctg}^2\theta \left| 1 - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{1}{(1+\sin\theta)^2} \right|^2 - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\sin^2\theta\right\};$$

$$n_2^2 \simeq 1 - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{\sin^2\theta}{(1+\sin\theta)^2}. \tag{14}$$

Поляризация волн в плоскости, перпендикулярной волновому вектору $\vec{k}$, линейная, причем необыкновенная волна является поперечной $\vec{E} \parallel [\vec{k}\vec{H}]$, а обыкновенная имеет проекцию вектора E на $\vec{k}$.

При $\theta \ll \sqrt{\omega/\omega_H}$ работают формулы квазипродольного распространения и, следовательно, показатели преломления (12) по-прежнему определяют распространение двух поперечных циркулярно поляризованных волн.

На частотах ниже ионной гирочастоты необходимо учитывать вклад ионов в дисперсионные характеристики. В силу того, что времена релаксации функции распределения к одномерной для ионов и электронов различны (отношение времени релаксации ионов к времени релаксации электронов $\sim (m_i/m_e)^3$, где m_i — масса иона, m_e — масса электрона), представляет интерес рассмотреть два типа ионных распределений: одномерное распределение (2) и изотропное моноэнергетическое с ультрарелятивистской энергией.

Рассмотрим сначала дисперсионные характеристики для одномерной функции распределения ионов по импульсам вида (2).

В этом случае вместо тензора (6) имеем

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \frac{\pi}{2}\frac{\omega_{0i}^2}{\omega_{Hi}^2}\left(1 + \frac{1}{2}c^2k_z^2/\omega^2\right);$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\pi}{4}\frac{\omega_{0i}^2}{\omega_{Hi}^2}\frac{c^2k_x^2}{\omega^2} - \frac{3\pi}{4}\frac{\omega_0^2}{c^2k_z^2}\left\{-1 + 2\frac{\omega^2}{c^2k_z^2}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{c^2k_z^2}{\omega^2}}\right]\right\}; \tag{15}$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = -\frac{\pi}{4}\frac{\omega_{0i}^2}{\omega_{Hi}^2}\frac{c^2k_xk_z}{\omega^2}; \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz} = 0,$$

где ω_{0i} и ω_{Hi} — соответственно плазменная частота и гирочастота ионов.

При квазипродольном распространении, которое теперь справедливо в интервале углов $\theta \ll \omega_{0i}/\omega_{Hi}\sqrt{\omega/\omega_{Hi}\ln\omega_{Hi}/\omega}$, могут распространяться две циркулярно поляризованные волны: альвеновская и быстрая магнитозвуковая с одинаковыми (с точностью до членов более высокого порядка по ω/ω_{Hi}) показателями преломления

$$n_{1,2}^2 \simeq 1 + \frac{3\pi}{4}\omega_{0i}^2/\omega_{Hi}^2. \tag{16}$$

При квазипоперечном распространении, когда $\theta \gg (\omega_{0i}/\omega_{Hi})\sqrt{\omega/\omega_{Hi}\ln\omega_{Hi}/\omega}$, альвеновская волна переходит в обыкновенную с показателем преломления

$$n_2^2 \simeq 1 - \frac{3\pi}{4} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 + \sin \theta)^2}, \tag{17}$$

а показатель преломления необыкновенной волны в квазивакуумном приближении при этом равен

$$n_1^2 \simeq 1 + \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{0i}^2}{\omega_{Hi}^2} (2 + \cos^2 \theta). \tag{18}$$

Если ионы имеют изотропное моноэнергетическое распределение с ультрарелятивистской энергией, а электроны—одномерное распределение (2), то на частотах $\omega \ll \tilde{\omega}_{Hi}$, где $\tilde{\omega}_{Hi} = \omega_{Hi} m_i c^2/\varepsilon_i$ — релятивистская гирочастота ионов, дисперсионные свойства электромагнитных волн аналогичны рассмотренным выше, с заменой ионной ленгмюровской и гирочастоты на их релятивистские обобщения. Так, например, при квазипродольном распространении $n_{1,2}^2 \simeq 1 + (4/3)(\tilde{\omega}_{0i}^2/\tilde{\omega}_{Hi}^2)$ (где $\tilde{\omega}_{0i}^2 = \omega_{0i}^2(m_{0i}/m_i)$, $\tilde{\omega}_{Hi} = \omega_{Hi}(m_{0i}/m_i)$). Это же выражение определяет показатель преломления необыкновенной волны при квазипоперечном распространении для частот, скажем, выше электронной ленгмюровской.

4. Как показывает проведенное выше рассмотрение, показатели преломления и поляризационные характеристики нормальных волн в релятивистской плазме аналогичны дисперсионным характеристикам волн в холодной магнитоактивной плазме на частотах $\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_H$ и $\omega \ll \omega_{Hi}$ при условии, что $\omega_0^2 \ll \omega_{Hi}^2$ и $\omega_{0i}^2 \ll \omega_{Hi}^2$. Однако, в отличие от холодной плазмы, в релятивистской плазме, где частицы имеют непрерывный спектр гирочастот, возможно резонансное взаимодействие отдельных частиц с излучением, приводящее к бесстолкновительному затуханию или усилению нормальных волн.

Не останавливаясь подробно на вычислении антиэрмитовой части тензора диэлектрической проницаемости, приведем декременты нормальных волн в случае квазипоперечного распространения для одномерного распределения (2). В интервале частот $\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_H$ резонансными являются электроны в области нормального эффекта Доплера. Декременты при этом равны

$$\operatorname{Im} \omega_1 = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_H^3} (1 + 3\cos^2 \theta)$$

$$\operatorname{Im} \omega_2 = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_H^3} \left[1 + 3\cos^2 \theta + \frac{3\pi \sin \theta \cos \theta\, \omega_0^2}{4 (1 + \sin \theta)^2 \omega^2 - 3\pi \omega_0^2 \cos^2 \theta} + \right.$$

$$
+ \frac{3\pi \sin^2\theta \cos^2\theta \, \omega_0^2}{(1+\sin\theta)^2 \omega^2 - \dfrac{3\pi}{4}\omega_0^2} \Bigg\}. \tag{19}
$$

На частотах $\omega \ll \omega_{Hi}$, если электроны и ионы имеют одномерное распределение по импульсам (2), то при квазипоперечном распространении декременты определяются ионами, излучающими в области нормального эффекта Доплера

$$
\operatorname{Im} \omega_{1,2} = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{0i}^2 \omega^2}{\omega_{Hi}^3} (1 + 3\cos^2\theta). \tag{20}
$$

Если же ионы обладают изотропным моноэнергетическим распределением, то для частот $\omega \ll \omega_{Hi}$ нет ионов, находящихся в резонансе с волной. В этом случае поглощение снова определяется электронами; при этом в выражении для декрементов (20) надо заменить ионную ленгмюровскую и гирочастоты на электронные.

Более интересным является случай квазипродольного распространения, поскольку здесь возможно резонансное взаимодействие волн с частицами в области аномального эффекта Доплера. В работе [1] было обращено внимание, что антиэрмитова часть тензора диэлектрической проницаемости, связанная с аномальным эффектом Доплера, отрицательна при любом одномерном распределении. При этом для одномерного распределения (1) были вычислены инкременты неустойчивости на альвеновских волнах. Однако следует более подробно остановиться на условиях реализации подобной неустойчивости, поскольку ионы с одномерным распределением могут подавить неустойчивость на альвеновской волне и принести к усилению быстрой магнитозвуковой волны с существенно большим инкрементом.

За исходное мы возьмем одномерное распределение (2) для электронов. Так как в области аномального эффекта Доплера $n\cos\theta > 1$, мы ограничимся рассмотрением случая продольного распространения (результаты будут верны также для $\theta \ll \sqrt{n^2 - 1}$).

В интервале частот $\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_H$ необыкновенная волна (в которой направление вращения вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением вращения электрона во внешнем магнитном поле) затухает на электронах в области нормального эффекта Доплера с декрементом

$$
\operatorname{Im} \omega_1 = 2\pi \frac{\omega_0^2 \omega_1}{\omega_H^2}. \tag{21}
$$

Обыкновенная волна с электронами не взаимодействует в силу своих поляризационных свойств*.

На частотах ниже ионной гирочастоты, $n_{1,2}^2 > 1$. Поэтому ионы и электроны могут быть в синхронизме с волнами обеих циркулярных поляризаций.

Рассмотрим сначала случай, когда электроны и ионы имеют одномерное распределение (2). Тогда в декремент альвеновской волны дают вклад электроны в области аномального, а ионы в области нормального эффекта Доплера

$$\mathrm{Im}\,\omega_2 = \gamma_{e2} + \gamma_{i2} = \frac{\pi}{4}\,\frac{\omega_0^2\omega^2}{\omega_H^3}\,(n_2 - 1)^3 - 2\pi\,\frac{\omega_{0i}^2\omega^2}{\omega_{Hi}^3}. \qquad (22)$$

Из (22) следует, что вклад электронов в инкремент значительно меньше вклада ионов, который отвечает затуханию.

В случае же холодных ионов, которые не дают вклада в затухание, альвеновская волна будет неустойчивой с инкрементом, определяемым электронами

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{32}\,\frac{\omega_0^2\omega^2}{\omega_H^3}\,(n_2^2 - 1)^3. \qquad (23)$$

Таким образом, неустойчивость на альвеновской волне, найденная в [1], отвечает случаю холодных ионов и одномерно распределенных электронов. Если ионы имеют одномерное достаточно широкое распределение по импульсам, то их влияние может оказаться решающим в том смысле, что альвеновская волна вместо усиления затухает.

В декремент необыкновенной (быстрой магнитозвуковой) волны дают вклад электроны в области нормального и ионы в области аномального эффекта Доплера

$$\mathrm{Im}\,\omega_1 = \gamma_{e1} + \gamma_{i1} = -2\pi\,\frac{\omega_0^2\omega^2}{\omega_H^3} + \frac{\pi}{4}\,\frac{\omega_{0i}^2\omega^2}{\omega_{Hi}^3}\,(n_1 - 1)^3. \qquad (24)$$

Теперь вклад ионов соответствует усилению волны, а вклад электронов — затуханию. С учетом выражения (16) для n_1^2 легко убедиться, что при соотношении параметров $1 \gg \omega_{0i}^2/\omega_{Hi}^2 > 16/3\pi\,(m_e/m_i)^{2/3}$ необыкновенная волна неустойчива с инкрементом

* Учет одномерно распределенных ионов приводит к малым по сравнению с (21) поправкам к декрементам. Эта поправка определяет затухание обыкновенной волны. Для необыкновенной волны знак поправки отвечает усилению, однако она мала по сравнению с декрементом (21), определяемым электронами.

$$\gamma_1 \simeq \frac{\pi}{4}\left(\frac{3\pi}{8}\right)^3 \frac{\omega_{0i}^4 \omega^2}{\omega_{Hi}^5}, \tag{25}$$

который по порядку величины в $(m_i/m_e)^2$ раз превышает инкремент альвеновской волны (23).

Наконец, при изотропном моноэнергетическом распределении ионов в частотном интервале $\omega \ll \omega_{Hi}$ нет ионов, находящихся в синхронизме с волнами. Поэтому альвеновская волна неустойчива, ее инкремент определяется электронами и равен

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_H^3}\left(\frac{2}{3} \frac{\omega_{0i}^2}{\omega_{Hi}^2}\right)^3. \tag{26}$$

В заключение заметим, что в условиях пульсаров, по-видимому, можно считать выполненными условия $\omega_0^2 \ll \omega_H^2$ и $\omega_{0i}^2 \ll \omega_{Hi}^2$, при которых заведомо применимо квазивакуумное приближение, использованное выше. В более плотной плазме с функцией распределения (2) нельзя разделить излучение по типам волн, аналогичным волнам в „холодной" плазме, — здесь возможно появление новых ветвей в решении дисперсионного уравнения.

НИРФИ
г. Горький

THE ELECTROMAGNETIC WAVES IN A RELATIVISTIC PLASMA WITH A STRONG MAGNETIC FIELD

E. V. SUVOROV, Yu V. CHUGUNOV

The properties of the electromagnetic modes are investigated for relativistic plasma with the one-dimensional distribution function which sets through radiative losses in a strong magnetic field. The longitudinal modes are shown to exist in a frequency band near plasma frequency, they are propagated at small angles with respect to the external magnetic field their phase velocities being more than light velocity in value. Thus longitudinal wave generation is not favoured compared with other modes (Cherencov type generation is impossible). The electromagnetic modes in a small density relativistic plasma within the frequency bands $\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{H}$, and $\omega \ll \omega_{Hi}$ are found to be analogous to those in a cold magnetoplasma. Their damping and instability rates are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. А. Каплан, В. Н. Цытович*, Астрофизика, 8, 441, 1972.
2. *С. А. Каплан, В. Н. Цытович*, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1967.
3. *Е. В. Суворов, Ю. В. Чугунов*, Astrophys. Space Sci., 23, 189, 1973.
4. *Т. А. Горева, Е. В. Суворов*, ЖЭТФ, 62, 2147, 1972.
5. *В. П. Силин, А. А. Рухадзе*, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Атомиздат, М., 1961.
6. *Ю. А. Кравцов*, ДАН СССР, 183, 74, 1969.