

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11

ФЕВРАЛЬ, 1975

ВЫПУСК 1

## ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ В ГАЛАКТИКАХ

М. Г. АБРАМЯН, С. А. КАПЛАН

Поступила 25 июля 1974

Исследуются возможные фигуры равновесия твердотельно вращающегося слоя межзвездной среды, вложенного в сфероидальную звездную систему. В пренебрежении самогравитацией слоя межзвездной среды показано, что ее возможными фигурами равновесия являются сфероида, плоский диск и двулопастные гиперболоиды вращения. При этом переход от сфероидальных к двулопастно-гиперболоидальным фигурам равновесия происходит по мере постепенного увеличения угловой скорости вращения слоя межзвездной среды.

Вопрос об устойчивости полученных фигур равновесия рассмотрен в модели несжимаемой жидкости. Оказывается, что для гиперболоидальных фигур существует предельное значение эксцентриситета, зависящее от плотности и формы звездной системы, свыше которого гиперболоидальные фигуры равновесия динамически неустойчивы.

В работе [1] была поставлена и решена задача о равновесии и устойчивости сфероидальной подсистемы, вложенной в другую, большую по размерам сфероидальную систему. Результаты исследования такой задачи могут быть использованы при интерпретации зависимости сплюснутости звездных подсистем (населений) в галактике от их средних угловых скоростей вращения. Эти результаты могут быть использованы также и при анализе сплюснутости подсистемы межзвездной среды (с учетом влияния магнитного поля), если только она имеет сфероидальную форму.

Однако, общая форма распределения межзвездной среды как например, в нашей Галактике отнюдь не сфероидальна. Хорошо известно, что характерная толщина слоя межзвездной среды минимальна в центральных частях Галактики и увеличивается к ее периферии [2]. Иными словами, распределение межзвездной среды в Галактике может

быть описано фигурой двуполостного гиперboloида вращения, вложенной в сфероидальную звездную систему (см. рис. 1).

Известны и другие галактики с подобной морфологией, как например NGC 4594, 4565, 5128, 5718, 891...\*

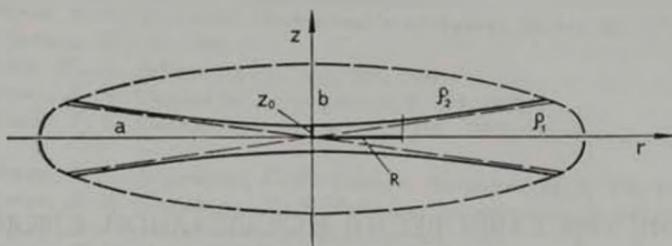


Рис. 1.

До настоящего времени нет более или менее удовлетворительного объяснения подобной структуры распределения межзвездной среды хотя и высказывались некоторые качественные соображения (см. [2]).

Очевидно, не последнюю роль в формировании структуры системы межзвездной среды играет гравитационное поле звездной системы галактики, имеющей сфероидальную форму. Поэтому возникает вопрос: не может ли только гравитация сфероидальной звездной системы привести к подобной структуре межзвездной среды, даже без учета всех остальных факторов (магнитных полей, турбулентных движений, самогравитации и т. п.). В связи с этим представляется целесообразным обобщить результаты работы [1], не задаваясь заранее предположением о том, что внутренняя фигура равновесия является сфероидом.

В настоящей работе рассматривается следующая задача. Предположим, что внутри сфероидальной системы с заданными значениями однородной плотности  $\rho_2$  и эксцентриситетом меридианного сечения  $e_2$  имеется твердотельно вращающийся слой межзвездной среды с угловой скоростью  $\Omega_1$  и средней плотностью распределения массы  $\rho_1$ . Требуется найти возможные фигуры равновесия этого слоя межзвездной среды.

В соответствии со сказанным выше мы в этой работе пренебрежем собственной гравитацией слоя межзвездной среды и влиянием магнитного поля. Учету этих факторов посвящена следующая работа [3].

1. *Фигуры равновесия.* Равновесие межзвездной среды в поле гравитации сфероидальной галактики описывается уравнением

$$\frac{1}{\rho_1} \text{grad } p = \text{grad} \left[ V(r, z, e_2) + \frac{1}{2} \Omega_1^2 r^2 \right], \quad (1)$$

\* Данные об этих галактиках были сообщены нам Б. Е. Маркаряном.

где  $r^2 \equiv x^2 + y^2$ ,  $p$  — парциальное гидростатическое давление межзвездной среды,  $V(r, z, e_2)$  — внутренний гравитационный потенциал звездного сфероида однородной плотности

$$V(r, z, e_2) = -\pi G \rho_2 [A(e_2) r^2 + B(e_2) z^2], \quad (2)$$

где

$$A(e_2) = \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3} \left[ \arcsin e_2 - e_2 \sqrt{1-e_2^2} \right],$$

$$B(e_2) = \frac{2}{e_2^2} \left[ e_2 - \sqrt{1-e_2^2} \arcsin e_2 \right]. \quad (3)$$

Если галактика имеет вид вытянутого сфероида с эксцентриситетом  $l_2$ , то в формулах, содержащих  $e_2$ , следует вставить

$$e_2 = il_2 / \sqrt{1-l_2^2}.$$

Интегрируя (1) с учетом (2), получим

$$\frac{P}{\rho_1} = \text{const} - \pi G \rho_2 B(e_2) z^2 - \left[ \pi G \rho_2 A(e_2) - \frac{1}{2} \Omega_1^2 \right] r^2. \quad (4)$$

Геометрию фигуры равновесия межзвездной среды находим из условия равенства нулю парциального гидростатического давления на границах слоя. С этой целью перепишем (4) в виде

$$p = \pi G \rho_1 \rho_2 B(e_2) z_0^2 \left[ 1 - \frac{z^2}{z_0^2} - \frac{\left( A(e_2) - \frac{\Omega_1^2}{2\pi G \rho_2} \right) R^2}{z_0^2 B(e_2)} \frac{r^2}{R^2} \right], \quad (5)$$

где  $z_0$  и  $R$  — постоянные интегрирования, выбранные так, чтобы они имели размерность длины. В зависимости от выбора величин  $z_0$  и  $R$  можно получить фигуры равновесия разной геометрии.

а) *Сфероидальные фигуры.* Сфероидальные фигуры равновесия слоя межзвездной среды получаются, если выполнено условие

$$A(e_2) - \frac{\Omega_1^2}{2\pi G \rho_2} = \frac{z_0^2}{R^2} B(e_2) \equiv (1 - e_2^2) B(e_2) > 0, \quad (6)$$

поскольку при этом из (5) следует, что парциальное гидростатическое давление межзвездной среды обращается в нуль на поверхности,

$$\frac{z^2}{z_0^2} + \frac{r^2}{R^2} = 1,$$

которая представляет собой сфероид с полуосями  $z_0$  и  $R$  ( $e_1$  — эксцентриситет сфероида, если его считать сплюснутым). Следовательно, система межзвездной среды может принимать сфероидальную форму, если имеет место соотношение (6), которое и дает связь геометрии фигуры равновесия, т. е. величины  $e_1$  с формой звездной системы ( $e_2$ ) и угловой скоростью вращения межзвездной среды:

$$\Omega_1^2 = \pi G \rho_1 F_E(e_1, e_2), \quad (7)$$

где

$$F_E(e_1, e_2) = 2 \left[ 1 - \frac{3 - 2e_1^2}{e_2^3} (e_2 - \sqrt{1 - e_2^2} \arcsin e_2) \right]$$

есть введенная в [1] функция, описывающая влияние внешнего сфероида на внутренний. Это соотношение является частным случаем подробно рассмотренной в [1] задачи о геометрии фигур равновесия вложенных сфероидов. Напомним, что в [1] было показано, что гравитационное поле внешнего сфероида стабилизирует дискообразные фигуры равновесия межзвездной среды.

б) *Плоский диск*. Если в (5) принимать

$$\Omega_1^2 = 2\pi G \rho_2 A(e_2),$$

то парциальное гидростатическое давление обращается в нуль на плоскостях  $z = \pm z_0$ . В данном случае фигура равновесия межзвездной среды есть вращающийся диск толщины  $2z_0$ , расположенный симметрично относительно экваториальной плоскости звездной системы. Угловая скорость  $\Omega_1$  этого диска есть

$$\Omega_1^2 = 2\pi G \rho_2 \frac{\sqrt{1 - e_2^2}}{e_2^3} (\arcsin e_2 - e_2 \sqrt{1 - e_2^2}). \quad (8)$$

Важно отметить, что угловая скорость вращения диска зависит только от плотности и эксцентриситета звездной системы. Угловая скорость диска заключена в пределах  $0 < \Omega_1^2 < 4\pi G \rho_2 / 3$ , если звездная система сплюснута.

В частности, если звездная система сильно сплюснута ( $1 - e_2 \ll 1$ ), то угловая скорость вращения диска межзвездной среды есть

$$\Omega_1 \approx \pi \sqrt{G \rho_2 (1 - e_2^2)^{1/4}}. \quad (9)$$

Напомним, что угловая скорость вращения самой сфероидальной звездной системы  $\Omega_2$  в рассматриваемом приближении (т. е. без учета гравитации диска) также однозначно определяется величинами  $e_2$  и  $\rho_2$  согласно известному соотношению Маклорена:

$$\Omega_2^2 = 2\pi G \rho_2 \frac{1 - e_2^2}{e_2^3} \left[ (3 - 2e_2^2) \operatorname{arcsin} e_2 - 3e_2 \sqrt{1 - e_2^2} \right]. \quad (10)$$

Величины  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  в общем случае не совпадают, т. е. угловые скорости вращения сфероидальной звездной системы и плоского диска межзвездной среды различны. Однако их асимптотика при  $e_2 \rightarrow 1$  одинакова, т. е. диск, вложенный в очень сплюснутый сфероид вращается почти с той же скоростью, что и сам сфероид.

Различие между  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  увеличивается по мере уменьшения сплюснутости звездной системы. В частности, диск межзвездной среды внутри сферической галактики ( $e_2 = 0$ ) вращается с угловой скоростью  $\Omega_1 = \sqrt{4\pi G \rho_2 / 3}$ , в то время как сама сферическая галактика вообще не вращается ( $\Omega_2 = 0$ ).

Подобные же соотношения можно получить и для случая, когда основная звездная система представляет собой вытянутый сфероид. Заметим, что действительно наблюдаются галактики, как например NGC 2685, имеющие веретенообразную форму. Вблизи экваториальной плоскости этих галактик наблюдается слой межзвездной среды.

В рассматриваемом случае соотношение (8) превращается в

$$\Omega_1^2 = 2\pi G \rho_2 \left| \frac{1}{l_2^2} - \frac{1 - l_2^2}{2l_2^3} \ln \frac{1 + l_2}{1 - l_2} \right|, \quad (11)$$

которое указывает, что с увеличением вытянутости ( $l_2$ ) звездной системы, соответствующая дискообразной фигуре угловая скорость межзвездной среды  $\Omega_1$  увеличивается:

$$\frac{4}{3} \pi G \rho_2 < \Omega_1^2 < 2\pi G \rho_2.$$

Отметим, что внутри данной геометрии звездной системы дискообразным фигурам межзвездной среды соответствует большее значение угловой скорости, чем сфероидальным.

в) *Двуполостные гиперboloиды вращения (ДГВ) как фигуры равновесия межзвездной среды.* Рассмотрим теперь случай, когда параметры слоя межзвездной среды оказались такими, что выполняется условие

$$A(e_2) - \frac{\Omega_1^2}{2\pi G \rho_2} = -\frac{z_0^3}{R^2} B(e_2) < 0. \quad (12)$$

Из (5) теперь следует, что фигура равновесия межзвездной среды является ДГВ, поскольку гидростатическое давление обращается в нуль на поверхности

$$\frac{z^2}{z_0^2} - \frac{r^2}{R^2} = 1. \quad (13)$$

Здесь  $z_0$  — действительная полуось,  $R$  — мнимая полуось ДГВ, которые связаны с обратной величиной эксцентриситета  $\tau \leq 1$  следующими соотношениями (см. рис. 1)

$$z_0^2 = k^2 \tau^2; \quad R^2 = k^2 (1 - \tau^2); \quad \tau^2 = \frac{z_0^2}{R^2 + z_0^2}, \quad (14)$$

где  $k$  — половина фокусного расстояния гиперболоида.

Итак, ДГВ также являются возможными фигурами равновесия рассматриваемого слоя межзвездной среды. Связь между параметрами слоя межзвездной среды и параметрами звездной системы выражается формулой

$$\Omega_1^2 = \pi G \rho_2 F_S(\tau, e_2), \quad (15)$$

где

$$F_S(\tau, e_2) = 2 \left| 1 - \frac{1 - 3\tau^2}{1 - \tau^2} \left( \frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1 - e_2^2}}{e_2^3} \arcsin e_2 \right) \right|, \quad (16)$$

которое легко получается из (12) с учетом (3) и (14).

В случае, когда звездная система представляет собой вытянутый сфероид, вместо (15) и (16) получим:

$$\Omega_1^2 = \pi G \rho_2 F_P(\tau, l_2), \quad (17)$$

где

$$F_P(\tau, l_2) = 2 \left| 1 - \frac{1 - 3\tau^2}{1 - \tau^2} \frac{1 - l_2^2}{2l_2^3} \left( \ln \frac{1 + l_2}{1 - l_2} - 2l_2 \right) \right|. \quad (18)$$

На рис. 2 приведены несколько кривых, представляющих зависимость  $F_S$  и  $F_P$  от  $\tau$ , для разных  $e_2$  (рис. 2а) и  $l_2$  (рис. 2б). Как видно из графика, большим значениям угловой скорости вращения межзвездной среды соответствует большее значение параметра  $\tau$ . Важно отметить, что внутри данной звездной системы ДГВ фигурам межзвездной среды соответствует большее значение угловой скорости вращения, чем сфероидальным и дискообразным.

С увеличением сплюснутости звездной системы угловая скорость, соответствующая данной геометрии ДГВ фигуры межзвездной среды, уменьшается при  $\tau < 1/\sqrt{3}$  (см. рис. 2а). При этом для сильно сплюснутых галактик имеем асимптотически

$$F_S(\tau, e_2) \simeq \frac{1}{1 - \tau^2} \left[ 2\tau^2 + \pi \sqrt{\frac{1 - e_2^2}{2}} (1 - 3\tau^2) \right]. \quad (19)$$

Внутри вытянутой звездной системы  $F_p^* > 4/3$  и с увеличением вытянутости ( $l_2$ ) угловая скорость растет при  $\tau < 1/\sqrt{3}$  (рис. 26).

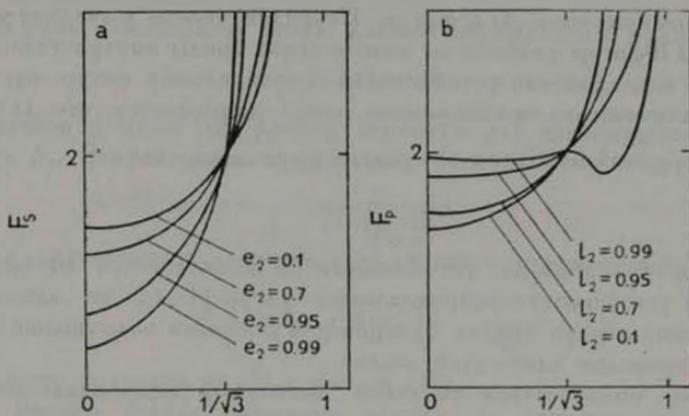


Рис. 2.

Как следует из (16) и (18), а также рис. 2, случай  $\tau = 1/\sqrt{3}$ , т. е.  $R = \sqrt{2} \cdot z_0$  является вырожденным. В этом случае угловая скорость вращения слоя межзвездной среды не зависит от степени сплюснутости или вытянутости звездной системы и определяется только ее плотностью:  $\Omega_1 = \sqrt{2\pi G \rho_2}$ . При  $\tau > 1/\sqrt{3}$  зависимость угловой скорости межзвездной среды от эксцентриситета звездной системы обратная по отношению к случаю  $\tau < 1/\sqrt{3}$ . Впрочем, в реальных условиях галактики случай больших  $\tau$  не осуществляется, так как эти системы оказываются неустойчивыми. Как будет показано ниже, в предельном случае внутри сферической звездной системы устойчивыми оказываются только те ДГВ-фигуры межзвездной среды, у которых  $\tau < 1/\sqrt{2}$ , и этот предел еще меньше для сплюснутых звездных систем.

Из (5) сразу видно, что переход от сфероидальной к ДГВ-фигурам равновесия межзвездной среды происходит, когда угловая скорость вращения переходит значение  $\Omega_1^2 = 2G\rho_2 A(e_2)$ , соответствующее фигуре плоского диска. Существенно, что  $\Omega_1$  зависит от геометрии и плотности звездной системы и поэтому переход от сфероидальных к ДГВ-фигурам межзвездной среды у разных галактик происходит при разных значениях угловой скорости. Чем больше сплюснутость звездной системы, тем меньшее значение угловой скорости требуется для перехода к ДГВ-фигурам.

Итак, ДГВ являются вероятными фигурами равновесия системы межзвездной среды, если ее угловая скорость превышает некоторое значение (зависящее от параметров звездной системы).

2. *Устойчивость ДГВ-фигур.* Перейдем теперь к анализу устойчивости ДГВ-фигур равновесия межзвездной среды внутри галактики. Как и при исследовании устойчивости сфероидальных фигур, нам придется ограничиваться приближением, когда принимается, что для скорости возмущений межзвездной среды  $\vec{u}$  выполнено условие

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0. \quad (20)$$

Метод исследования устойчивости ДГВ аналогичен методу исследования устойчивости сфероидальных фигур [4–6], но здесь приходится использовать другие функции для описания возмущений и поэтому мы приведем здесь этот анализ.

Удобно пользоваться системой вытянутых сфероидальных координат  $(\zeta, \mu, \varphi)$ .

$$\begin{aligned} x &= k\zeta(1 - \mu^2)^{1/2} \cos \varphi, \\ y &= k\zeta(1 - \mu^2)^{1/2} \sin \varphi, \\ z &= k(1 + \zeta^2)^{1/2}\mu, \end{aligned} \quad (21)$$

которой соответствуют следующие коэффициенты Ламе

$$\begin{aligned} h_\zeta^2 &= k^2 \frac{1 + \zeta^2 - \mu^2}{1 + \zeta^2}, \\ h_\mu^2 &= k^2 \frac{1 + \zeta^2 - \mu^2}{1 - \mu^2}, \\ h_\varphi^2 &= k^2 \zeta^2 (1 - \mu^2). \end{aligned} \quad (22)$$

Легко видеть, что поверхность (13) в системе координат (21) примет следующий простой вид:

$$\mu = \tau. \quad (23)$$

Кроме условия (20) скорость возмущений  $\vec{u}$  должна удовлетворять уравнению движения

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + 2\vec{\Omega} \times \vec{u} = -\operatorname{grad} \Pi, \quad (24)$$

где

$$\Pi = \frac{p}{\rho_1} - \frac{1}{2} \Omega_1^2 r^2 + V(r, z, e_2). \quad (25)$$

На возмущенной свободной поверхности  $S$  гидростатическое давление слоя межзвездной среды должно обращаться в нуль:

$$[p]_S = 0. \quad (26)$$

Граничное условие (26) удобно написать для невозмущенной поверхности  $S_e$ . С этой целью представим

$$p = p_e + \delta p, \quad (27)$$

где  $p_e$  — равновесное давление газа, которое выражается формулой

$$p_e = \pi G \rho_1 \rho_2 z_0^2 B(e_2) \left( 1 - \frac{z^2}{z_0^2} + \frac{r^2}{R^2} \right), \quad (28)$$

что легко получить из (5) с учетом (12).

Введем вектор смещения частиц от равновесного положения:

$$\vec{\xi}(x, t)$$

$$\vec{u} \simeq \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} = i \omega \vec{\xi}(x, t), \quad (29)$$

где предполагалось, что  $\vec{\xi}(x, t) = \vec{\xi}(x) e^{i\omega t}$ . Тогда граничное условие (26) можно преобразовать к виду [4—7]

$$[\vec{\xi} \text{ grad } p_e + \rho_1 \vec{u}]_{S_e} = 0. \quad (30)$$

Поверхностные возмущения гиперболоидальной фигуры будем представлять гармониками  $P_n^m(q) e^{im\varphi}$ , где  $q = \sqrt{1 + z^2}$ ,  $P_n^m(q)$  присоединенные функции Лежандра первого рода комплексного аргумента [8]

$$P_n^m(q) = (q^2 - 1)^{m/2} \frac{d^m P_n}{dq^m}.$$

Следовательно

$$[\xi_r]_{S_e} = \frac{K_{n,m}}{h_n} P_n^m(q) e^{im\varphi}, \quad (31)$$

где  $K_{n,m}$  подлежащие определению неизвестные коэффициенты. С помощью (28) находим

$$\text{grad } p_e = -2\pi G \rho_1 \rho_2 B(e_2) \cdot h_n \hat{e}_n,$$

где  $\hat{e}_\mu$  — единичный вектор в направлении увеличения  $\mu$ . Так что с учетом (31) получим:

$$[\vec{\tau} \text{ grad } p_e]_{x_e} = -2G_{\nu_1 \nu_2} \tau B(e_2) K_{n, m} P_n^m(q) e^{i m \tau}. \quad (32)$$

С помощью уравнений (20) и (24) получаем дифференциальное уравнение Пуанкаре для определения функции  $\Pi$ :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left( 1 - \frac{4\Omega_1^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Pi = 0.$$

Оказывается, что в теории аксиально симметричных фигур равновесия несжимаемой материи вполне удовлетворяющие результаты получаются с помощью полиномиальных решений уравнения Пуанкаре [4]. Здесь мы будем пользоваться решением типа [4—7].

$$\Pi = h(x + iy)^2, \quad h = \text{const}. \quad (33)$$

Тогда с помощью (24) находим, что

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{2hi(x + iy)}{\omega - 2\Omega_1}, \\ u_y &= -\frac{2h(x + iy)}{\omega - 2\Omega_1}, \\ u_z &= 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Далее, с учетом того, что [9]

$$P_2^2(q) = 3(q^2 - 1) = 3\tau^2,$$

легко показать, что

$$[\Pi]_{x_e} = \frac{1}{3} k^2 h P_2^2(q) e^{2i\tau}, \quad (35)$$

$$[h_{\mu \nu}]_{x_e} = -\frac{2hk^2}{3\omega(\omega - 2\Omega_1)} \frac{\tau}{1 - \tau^2} \delta_{m1} \delta_{n2}. \quad (36)$$

Сравнивая (31) с (36) находим

$$K_{n, m} = -\frac{2hk^2}{3\omega(\omega - 2\Omega_1)} \frac{\tau}{1 - \tau^2} \delta_{m1} \delta_{n2}. \quad (37)$$

где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Подставляя выражения (32), (35) в граничное условие (30), с учетом (37) получим уравнение для определения частоты возмущений  $\omega$ :

$$\omega(\omega - 2\Omega_1) = -4\pi G\rho_2 B(e_2) \frac{\tau^2}{1-\tau^2},$$

откуда

$$\omega_{1,2} = \Omega_1 \pm \sqrt{\Omega_1^2 - 4\pi G\rho_2 B(e_2) \frac{\tau^2}{1-\tau^2}}. \quad (38)$$

Устойчивость ДГВ-фигур определяется знаком подкоренного выражения формулы (38). С учетом (3) находим, что для устойчивости необходимо

$$\Omega_1^2 > 8\pi G\rho_2 \frac{\tau^2}{1-\tau^2} \left( \frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3} \arcsin e_2 \right).$$

Учитывая также соотношение (15), получим, что устойчивость определяется знаком функции

$$f_S(\tau, e_2) = 1 - \frac{1+\tau^2}{1-\tau^2} \left( \frac{1}{e_2^2} - \frac{\sqrt{1-e_2^2}}{e_2^3} \arcsin e_2 \right) \geq 0. \quad (39)$$

Устойчивость же ДГВ-фигур внутри вытянуто-сфероидальной звездной системы определяется знаком функции

$$f_P(\tau, l_2) = 1 - \frac{1+\tau^2}{1-\tau^2} \frac{1-l_2^2}{2l_2^2} \left( \ln \frac{1+l_2}{1-l_2} - 2l_2 \right) \geq 0. \quad (40)$$

На рис. 3 приведены для иллюстрации графики функций  $f_S(\tau)$  и  $f_P(\tau)$  для некоторых значений  $e_2$  (рис. 3а) и  $l_2$  (рис. 3б).

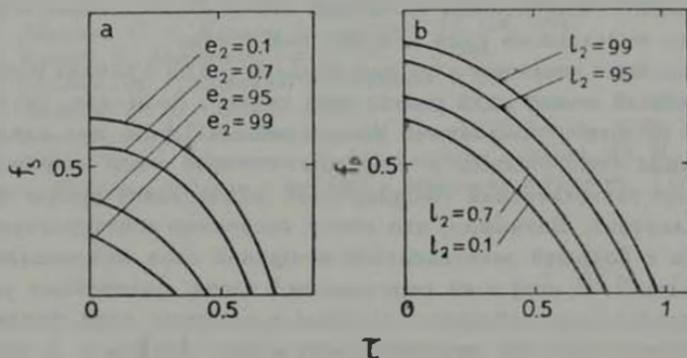


Рис. 3.

Решая неравенство (39) находим, что у устойчивых гиперболических фигур равновесия имеется верхний предел по  $\tau$ :

$$\frac{z_0^2}{R^2 + z_0^2} = \tau^2 \leq \tau_{\text{пр}}^2 = \frac{\sqrt{1-e_2^2} \arcsin e_2 - e_2 \sqrt{1-e_2^2}}{e_2(1+e_2^2) - \sqrt{1-e_2^2} \arcsin e_2}. \quad (41)$$

Максимальное значение  $\tau$  достигается у сферических звездных систем, где  $\tau_{\text{пр}} = 1/\sqrt{2}$ . С увеличением сплюснутости звездной системы  $\tau_{\text{пр}}$  падает и при  $1 - e_2 \ll 1$ :

$$\tau \ll \tau_{\text{пр}} = 0.79(1 - e_2)^{1/4}. \quad (42)$$

Условие (41) и (42) также можно сопоставить с данными наблюдений. Это будет сделано в другой работе.

У вытянутых звездных систем величина  $\tau$  также ограничена сверху, но величина верхнего предела  $\tau_{\text{пр}}$  здесь больше (см. рис. 3б).

Применение полученных соотношений к анализу формы слоя межзвездной среды в реальных галактиках будет дано в следующей работе [3], где также учитывается влияние самогравитации межзвездной среды и ее магнитное поле.

В заключение работы сделаем несколько общих замечаний. Как следует из полученных результатов, переход от вложенных сфероидальных фигур равновесия к гиперболоидальным фигурам происходит по мере постепенного увеличения угловой скорости вращения этой подсистемы. Следовательно, можно предполагать, что в длительном процессе образования звездных подсистем галактики с последовательным увеличением угловой скорости и сплюснутости подсистемы (известно, что у более молодых звездных подсистем больше  $e$ , и  $\Omega$ ) наступает момент, когда более вероятным станет фигура равновесия в виде двуполостного гиперболоида вращения, что и соответствует образованию четко выделенного слоя межзвездной среды.

Дальнейшая эволюция слоя межзвездной среды в рамках рассматриваемой модели может идти различными путями. Возможно, что угловая скорость вращения продолжает увеличиваться. Тогда, как следует из (19), должна увеличиваться и величина  $\tau \approx z_0/R$  — это соответствует увеличению эквивалентной толщины слоя межзвездной среды на периферии галактики. Возможно, что этому состоянию соответствует наша Галактика с большей эквивалентной толщиной слоя межзвездной среды (порядка 2—3 *кпс*) в ее периферийной части. Дальнейшее увеличение  $\tau$  приведет к неустойчивости системы и разбросу слоя межзвездной среды. Может быть эту неустойчивость можно связать и с причиной возникновения спиральной структуры галактик. Однако не исключена возможность, что в процессе дальнейшей эволюции слоя межзвездной среды угловая скорость не меняется и даже немного уменьшается. Тогда со временем параметр  $\tau \approx z_0/R$  или уменьшается, или же слой

межзвездной среды будет представлять собой стабильную, четко выраженную фигуру равновесия в виде двуполостного гиперболоида вращения.

Ереванский государственный  
университет  
НИРФИ, г. Горький

## THE EQUILIBRIUM FIGURES OF INTERSTELLAR MEDIUM IN SPHEROIDAL GALAXIES

M. G. ABRAHAMIAN, S. A. KAPLAN

The problem of calculation of possible figures of equilibrium of interstellar medium with solid-body rotation imbedded inside the spheroidal galaxies is considered.

It is shown that with the increase of angular velocity the forms of equilibrium figures change from the spheroidal, through a flat disc to the hyperboloidal figures with two cavities. The problem of stability of such figures is considered in the model of incompressible fluids. It has been shown that the limits of eccentricity exist depending on the density and shape of galaxy, beyond which the hyperboloidal figures are dynamically unstable.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. Г. Абрамян, С. А. Каплан, *Астрофизика*, 10, 565, 1974.
2. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, *Межзвездная среда*, Физматгиз, М., 1963.
3. М. Г. Абрамян, С. А. Каплан, *Астрофизика*, 10, 564, 1974.
4. P. H. Roberts, K. Stewartson, *Ap. J.*, 137, 777, 1963.
5. Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян, *Астрофизика*, 8, 599, 1972.
6. Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян, *Изв. АН Арм. ССР, Физика*, 7, 449, 1972.
7. Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян, *Изв. АН Арм. ССР, Физика*, 8, 63, 1973.
8. Е. В. Гобсон, *Теория сферических и сферомидальных функций*, ИЛ, М., 1952.
9. Е. Янке, Ф. Эмде, *Таблицы и функции с формулами и кривыми*, ТТЛ, М., 1949.