

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 11

ФЕВРАЛЬ, 1975

ВЫПУСК 1

О СВОЙСТВАХ ХОЛОДНОГО ПЛОТНОГО ВЕЩЕСТВА С ВМОРОЖЕННЫМ СВЕРХСИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Г. А. ШУЛЬМАН

Поступила 3 января 1974

Пересмотрена 17 июля 1974

Показано, что замороженное сверхсильное магнитное поле может заметно влиять на свойства холодного плотного вещества. Для значения напряженности замороженного магнитного поля $3 \cdot 10^{14}$ эс на поверхности холодной плотной звезды оценен порог появления свободных нейтронов.

1. *Введение.* Известно, что с повышением плотности вещества параметры атомных ядер A и Z являются функциями граничной энергии электронов. Сначала происходит нейтронизация вещества, затем, наряду с существованием атомных ядер и электронов, в нем возникают свободные стабильные нейтроны. Дальнейшее увеличение плотности вещества ведет к образованию сплошной ядерной материи, состоящей из протонов, нейтронов и электронов [1].

При рассмотрении процессов, происходящих в холодном плотном веществе, обычно не учитывается влияние магнитного поля [1].

Однако в открытых недавно пульсарах величина магнитного поля, по-видимому, может быть такова, что его влиянием на характер процессов, происходящих в холодном плотном веществе, нельзя пренебречь.

Относительно пульсаров твердо установленным является то, что эти объекты являются вращающимися холодными магнитными звездами, напряженность магнитного поля которых вблизи поверхности достигает величины в 10^{10} — 10^{12} эс. Если бы магнитные поля пульсаров были бы слабее 10^{10} эс, то обнаружить испускаемое ими импульсное излучение было бы невозможно [2]. В то же время, как показано в [3], из анализа замедления вращения пульсаров вследствие незнания

величины их массы, можно оценить значение напряженности магнитного поля вблизи поверхности лишь с точностью до 3–4 порядков.

В работе [4] показано, что если рассматривать протонную жидкость пульсара как сверхпроводящую, а электронную как нормальную, то возникающий магнитный момент приводит к тому, что напряженность магнитного поля на поверхности пульсара может достигнуть величины в 10^{14} гс.

Таким образом, магнитные поля в 10^{14} гс на поверхности пульсара вполне допустимы.

Очевидно, что магнитное поле заморожено в достаточно хорошо проводящее вещество пульсара. Если исходить при этом из соображений сохранения магнитного потока, то магнитное поле внутри пульсара будет изменяться по закону [5]

$$H(r) = H_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3}, \quad (1)$$

где ρ_0 и H_0 — соответственно плотность и напряженность магнитного поля на поверхности пульсара, а $\rho(r)$ и $H(r)$ — те же величины на расстоянии r от его центра.

Ниже мы покажем, что при $H_0 \approx 3 \cdot 10^{14}$ гаусс свойства вещества внутри пульсара будут заметно зависеть от величины магнитного поля.

Чтобы оценить необходимость учета магнитного поля для исследования свойств плотного вещества в присутствии сверхсильных магнитных полей, рассмотрим движение релятивистского электрона в однородном магнитном поле, направленном по оси OZ .

Уровни энергии релятивистского электрона в квантующем магнитном поле определяются выражением [6]:

$$\varepsilon(\nu_z, H) = \{m^2 c^4 + c^2 \nu_z^2 + 2mc^2 [\mu_B H (2n + 1) \pm \mu_B H]\}^{1/2}, \quad (2)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\mu_B = eh/2mc$ — магнитный момент электрона, m и e — масса и заряд электрона, c — скорость света, h — постоянная Планка.

Квантующее действие однородного магнитного поля на релятивистский электрон будет иметь место в том случае, если справедливо соотношение

$$c^2 \nu_z^2 \leq 2mc^2 \mu_B H. \quad (3)$$

Из (3), с учетом того, что квадрат уровня Ферми $\varepsilon_F^2 \approx 3c^2 \rho_F^2$, имеем [7]

$$H_0 > \frac{1}{3} \left(\frac{\rho_F}{mc} \right)^2 H_{cr}, \quad H_{cr} = \frac{m^2 c^2}{e \mu_B} \approx 4.414 \cdot 10^{13} \text{ гс} \quad (4)$$

Здесь $H_{кр}$ есть так называемое критическое магнитное поле, а H_c — то значение напряженности магнитного поля, выше которого свойства электронного газа будут зависеть от его величины.

В табл. 1 приведены величины H_c для некоторых значений плотности вещества.

Для пульсара PSR 0527, например, напряженность магнитного поля на поверхности ($\rho \approx 10^6$ г/см³) равна $4 \cdot 10^{12}$ гс [2], что весьма близко к соответствующему этой плотности значению $H_c \approx 4.12 \cdot 10^{12}$ гс.

Таким образом, в случае магнитных полей, значения напряженности которых на поверхности пульсара на один или два порядка превышают величину в 10^{12} гс, свойства вещества в его недрах должны заметно зависеть от магнитного поля.

В настоящей статье сделана попытка определить зависимость порога образования свободных нейтронов в плотном веществе от величины напряженности магнитного поля.

Исходим из предположения, что напряженность магнитного поля на поверхности пульсара равна $3 \cdot 10^{14}$ гс, магнитное поле является замороженным в вещество и изменяется по закону (1).

2. *Средняя энергия ультрарелятивистского электронного газа в присутствии квантующего магнитного поля.* Для определения средней энергии релятивистского электронного газа из N частиц в присутствии квантующего магнитного поля нам необходимо выражение для Ω -потенциала, которое было вычислено в [8] по методу, предложенному Ю. Б. Румером [9]:

$$\begin{aligned}
 -\Omega(\mu, H, 0) = & \frac{3}{2} N \mu_B H \frac{mc^2}{(\mu_0^2 - m^2c^4)^{3/2}} \times \\
 & \times \left[\mu \sqrt{\mu^2 - m^2c^4} - \frac{m^2c^4}{2} \ln \frac{|\mu + \sqrt{\mu^2 - m^2c^4}|}{|\mu - \sqrt{\mu^2 - m^2c^4}|} + \right. \\
 & + 2 \sum_{n=1}^l (\mu \sqrt{\mu^2 - m^2c^4} - 4mc^2 \mu_B H \cdot n - \\
 & \left. - \frac{m^2c^4 + 4mc^2 \mu_B H \cdot n}{2} \ln \frac{|\mu + \sqrt{\mu^2 - m^2c^4 - 4mc^2 \mu_B H \cdot n}|}{|\mu - \sqrt{\mu^2 - m^2c^4 - 4mc^2 \mu_B H \cdot n}|} \right) \Big|,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где μ и μ_0 , соответственно, химические потенциалы релятивистского электронного газа в зависимости от магнитного поля и при отсутствии внешних воздействий, причем

$$\mu_0^2 = m^2c^4 + (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 c^2 n_e^{2/3}, \quad n_e = \frac{N}{V}. \tag{6}$$

В формуле (5) l пробегает целые значения от 1 до l .

Число заряженных частиц связано с Ω -потенциалом соотношением

$$N = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_H = \frac{3}{2} \hat{N} \mu_B H \frac{mc^2}{(\mu_0^2 - m^2 c^4)^{3/2}} \times \\ \times 2 \left[\sqrt{\mu^2 - m^2 c^4} + 2 \sum_{n=1}^l \sqrt{\mu^2 - m^2 c^4 - 4mc^2 \mu_B H \cdot n} \right]. \quad (7)$$

Вводя обозначение

$$\frac{\mu^2 - m^2 c^4}{2mc^2 \mu_B H} = x^2, \quad (8)$$

легко получить

$$\mu(H, 0) = c \left[m^2 c^4 + (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_c^{2/3} x^2 [R_2(x)]^{-2/3} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

где

$$R_2(x) = \frac{3}{2} \left(x + 2 \sum_{n=1}^l \sqrt{x^2 - 2n} \right). \quad (10)$$

В ультрарелятивистском пределе из (9) имеем

$$\mu(H, 0) = \mu_0 \cdot x [R_2(x)]^{-1/3}, \quad \mu_0 = (3\pi^2)^{1/3} \hbar c n_c^{1/3}, \quad (11)$$

где в этом случае выражение $R_2(x)$ остается неизменным, а

$$x^2 = \frac{\mu^2}{2mc^2 \mu_B H}. \quad (12)$$

Выражение (5) для Ω -потенциала в ультрарелятивистском пределе примет вид

$$-\Omega(\mu, H, 0) = \frac{N}{2\mu_0^3} (2mc^2 \mu_B H)^2 R_1(x), \quad (13)$$

где

$$R_1(x) = \frac{3}{2} \left\{ x^2 + 2 \sum_{n=1}^l \left(x \sqrt{x^2 - 2n} - n \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2 - 2n}}{x - \sqrt{x^2 - 2n}} \right| \right) \right\}. \quad (14)$$

Энергия электронного газа может быть определена по формуле [9]

$$\mathcal{E} = \Omega - \mu \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_H. \quad (15)$$

Для ультрарелятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле получаем после подстановки в (15) формул (11) и (13):

$$E = \frac{N_{\nu_0}}{2} \cdot \frac{[2xR_2(x) - R_1(x)]}{[R_2(x)]^{4/3}}, \quad (16)$$

Легко видеть, что функция $R_1(x)$ связана с $R_2(x)$ соотношением

$$R_1(x) = 2R_2(x). \quad (17)$$

Производная функция $R_2(x)$, равная

$$R_2(x) = \frac{3}{2} \left| 1 + 2 \sum_{n=1}^l x(x^2 - 2n)^{-1/2} \right| \quad (18)$$

имеет разрывы (бесконечные) в точках $x^2 = 2l$. Сама функция $R_2(x)$ испытывает в этих точках конечные скачки.

Таким образом, энергия ультрарелятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле является осциллирующей функцией от x^2 для $x^2 > 2$.

Формула (16) дает в параметрическом виде зависимость энергии E от $\nu_0^2/(2mc^2\rho_B H)$.

Для значений $x^2 \geq 14$ (слабых магнитных полей) энергия ультрарелятивистского электронного газа, как это и должно быть, стремится к предельному значению $0.75 N_{\nu_0}$.

3. Зависимость порога образования свободных нейтронов от магнитного поля. Порогу появления свободных нейтронов в составе вещества в качестве стабильной компоненты соответствует граничная энергия электронов $\epsilon_n \simeq 23 \text{ Мэв}$ и плотность массы $\rho \simeq 2.7 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$ [1].

Если напряженность магнитного поля изменяется в звезде по закону (1), то любому значению плотности ρ , согласно (1) и (12), отвечает параметр $x^2 \simeq 0.07$ при $H_0 = 3 \cdot 10^{14} \text{ гс}$.

Для $0 < x^2 < 2$ из (14) и (10) имеем, что

$$R_2(x) = \frac{3}{2} x \quad \text{и} \quad R_1(x) = \frac{3}{2} x^2. \quad (19)$$

С учетом формул (19) средняя энергия ультрарелятивистского электронного газа в магнитном поле определяется для $0 < x^2 < 2$ соотношением

$$E = \frac{N_{\nu_0}}{2} \left(\frac{x^2}{1.5} \right)^{1/3}. \quad (20)$$

Если $x^2 \simeq 0.07$, то

$$E \simeq 0.18 N_{\nu_0} \quad (21)$$

Таблица 1

$\rho, \text{г/см}^3$	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^{11}	10^{12}
$\varepsilon_F, \text{МэВ}$	0.35	0.76	1.64	3.5	7.6	16.4	35
$H_0 = \frac{1}{3} \left(\frac{\varepsilon_F}{mc^2} \right)^2 H_{k\rho}, \text{гс}$	$4.12 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^{13}$	$1.3 \cdot 10^{14}$	$7.2 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{15}$	$1.58 \cdot 10^{16}$	$7.3 \cdot 10^{16}$
$H = H_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3}, \text{гс}$	$3 \cdot 10^{14}$	$1.39 \cdot 10^{15}$	$6.45 \cdot 10^{15}$	$3 \cdot 10^{16}$	$1.4 \cdot 10^{17}$	$6.5 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{18}$

Таблица 2

$\rho, \text{г/см}^3$	$2.7 \cdot 10^{11}$	10^{12}	10^{13}	$2 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{13}$
$\varepsilon_F, \text{МэВ}$	23	35	75.4	85	103.2	123
$\frac{E}{N} = 0.75^{11}_{\rho_0}, \text{МэВ}$	17.3	26.2	56.4	64	80	92
$\frac{E}{N} = 0.18^{11}_{\rho_0}, \text{МэВ}$	4.15	6.3	13.8	16.4	18.5	22.2

В табл. 2 приведены результаты расчета средней энергии ультрарелятивистского электронного газа, приходящейся на одну частицу, для ряда значений плотности при $H=0$ и при H , определяемом по формуле (1).

Из сравнения этих результатов видно, что порог появления свободных нейтронов в плотном веществе при изменении магнитного поля в нем по закону (1) смещается от значения плотности $\rho \approx 2.7 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$ при $H=0$ до значения плотности не выше 10^{12} г/см^3 .

Автор признателен Д. А. Киржницу, В. Н. Сазонову и О. П. Хвесь за интерес к рассматриваемому вопросу.

Брестский государственный
педагогический институт
им. А. С. Пушкина

ON PROPERTIES OF COLD DENSE MATTER WITH THE IMBEDDED OVERFORCED MAGNETIC FIELD

G. A. SHULMAN

It has been shown that the imbedded overforced magnetic field can influence noticeably the properties of the cold dense matter. The threshold appearance of free neutrons is estimated on the surface of a cold dense star to denote the intensity of the imbedded magnetic field.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Саикян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
2. Ф. Дайсон, Д. Гер-Хаур, Нейтронные звезды и пульсары, Мир, М., 1973.
3. G. Greenstein, *Ap. J.*, 177, 251, 1972.
4. Д. М. Седралян, К. М. Шахабисян, *Астрофизика*, 8, 557, 1973.
5. В. А. Гинзбург, *ДАН СССР*, 156, 43, 1964.
6. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, М., 1969.
7. V. Canuto, Hong-Yee Chiu, *Phys. Rev.*, 173, 1210, 1968.
8. Г. А. Шульман, *Астрофизика*, 10, 543, 1974.
9. Ю. Б. Румер, М. Ш. Рыжик, *Термодинамика, статистическая физика и кинетика*, Наука, М., 1972.