

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

## АСТРОФИЗИКА

ТОМ 10

МАЙ, 1974

ВЫПУСК 2

### ПЕРЕНОС РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ

В. П. ГРИНИН

Поступила 12 декабря 1973

Предлагаются два приближенных метода расчета профилей резонансных линий, образующихся в средах с дифференциальными движениями. Первый метод основан на представлении интенсивности излучения в виде ряда по степеням градиента скорости (малый параметр) и определении первых членов разложения. Второй метод заключается в замене точного уравнения переноса уравнением диффузионного типа. Обсуждается область их применимости. В качестве примера получено решение ряда модельных задач, представляющих астрофизический интерес.

*Введение.* Расчет профиля спектральной линии, излучаемой оптически плотной движущейся средой, является одной из основных задач, возникающих при интерпретации спектров нестационарных звезд, активных образований в атмосфере Солнца и ряда других объектов, обладающих дифференциальными движениями. Подход к ее решению существенным образом зависит от соотношения между скоростью дифференциального движения среды  $v$  и тепловой (или турбулентной) скоростью  $v_t$ . Если  $V = v/v_t \gg 1$ , то тогда, как показал В. В. Соболев [1, 2], в решении указанной задачи возникают значительные упрощения, и расчет степени возбуждения атомов и профилей линий сводится к простым квадратурам. Иначе обстоит дело, если градиент скорости в среде мал, так что обусловленная им скорость дифференциального движения  $V \sim 1$ . В этом случае расчет профилей линий (К. Абхьянкар [3], Д. Хаммер и Г. Райбики [4], К. Маньян [5], Д. Куландер [6], В. В. Витязев [7]) производится обычно путем численного интегрирования уравнения переноса и при больших оптических толщинах требует значительных затрат машинного времени. В работе В. Г. Буславского и А. Б. Северного [8] для этой цели использован приближенный метод [2]. Как из-

вестно (см., например, [9] и [10]), в случае неподвижной среды при почти консервативном рассеянии этот метод вблизи границы может давать результаты, ошибочные по порядку величины. По-видимому, указанная особенность имеет место также и в случае, когда скорость дифференциального движения среды  $V \sim 1$ . Поэтому центральные части профилей линий в [8] (которые образуются в основном поверхностными слоями) могут значительно отличаться от точных.

С учетом сказанного выше представляется полезной разработка простых приближенных методов расчета профилей линий, пригодных в области  $V \sim 1$ , точность которых соответствовала бы точности современных спектральных наблюдений. С этой целью в работе [11] был предложен метод расчета профилей линий, в котором влияние дифференциального движения на профиль рассматривалось как малое возмущение. Область применимости метода в силу этого была ограничена случаем медленных дифференциальных движений ( $V \lesssim 1$ ). В данной работе предлагается другой метод, основанный на замене точного уравнения переноса уравнением диффузионного типа с областью применимости  $V > 1$ . Так как оба метода взаимно дополняют друг друга и позволяют проследить характер деформации профиля линии при переходе от малых значений  $V$  к сверхзвуковым движениям, целесообразно напомнить вначале суть первого метода.

1. *Метод малого параметра.* Рассмотрим образование резонансной линии в однородном плоскопараллельном слое газа, расширяющемся с постоянным градиентом скорости  $\gamma = V/\tau_0 = \text{Const}$ , в предположении, что рассеяние фотона происходит с полным перераспределением по частоте. Следуя [2], уравнение для функции источников запишем в виде

$$S(\tau, \gamma) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau} K(|\tau - \tau'|, \gamma) S(\tau', \gamma) d\tau' + G(\tau), \quad (1)$$

где

$$K(\tau, \gamma) = A \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) z(x + \gamma\tau\mu) \exp \left\{ -\frac{1}{\mu} \int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z\mu) dz \right\} dx, \quad (2)$$

$\lambda$  — вероятность выживания кванта при однократном рассеянии,  $\tau_0$  — оптическая толщина слоя в центре линии в неподвижной среде,  $x$  — безразмерная частота, выраженная в единицах доплеровской полуширины линии,  $\alpha(x)$  — профиль коэффициента поглощения,  $A$  — нормиро-

вочный множитель:  $A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx = 1$ ,  $G(\tau)$  — функция, характеризующая распределение первичных источников возбуждения.

Интенсивность излучения, выходящего через границу  $\tau = 0$ , определяется выражением

$$I(\mu, x, \gamma) = \int_0^{\infty} I(\tau, \mu, x, \gamma) S(\tau, \gamma) d\tau, \quad (3)$$

где

$$I(\tau, \mu, x, \gamma) = \frac{1}{\mu} \alpha(x + \gamma\tau\mu) \exp \left\{ -\frac{1}{\mu} \int_0^{\tau} \alpha(x + \gamma z\mu) dz \right\}. \quad (4)$$

Заметим, что здесь принята система координат, в которой граница  $\tau = 0$  неподвижна.

Из выражений (3), (4) следует, что  $I(\mu, x, \gamma) = I(\mu, -x, -\gamma)$ , то есть изменение знака градиента скорости приводит к зеркальному отражению контура относительно частоты  $x = 0$ . Поэтому достаточно рассмотреть лишь случай расширения ( $\gamma \geq 0$ ). Представим интенсивность  $I(\mu, x, \gamma)$  в виде ряда по степеням градиента скорости:

$$I(\mu, x, \gamma) = I(\xi) + I'_\gamma(\mu, x) \gamma + \dots \quad (5)$$

Здесь  $I(\xi) = I(\mu, x, 0)$  — интенсивность излучения в случае неподвижной среды;  $\xi = \alpha(x)/\mu$ ; производные по  $\gamma$  взяты при  $\gamma = 0$ .

Очевидно, что в случае малых градиентов скорости в разложении (5) достаточно учесть лишь несколько первых членов. При этом член нулевого порядка  $I(\xi)$  можно считать известным. Основанием для этого служат результаты соответствующей асимптотической теории (В. В. Иванов [12], Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович [13], К. Ван Тригт [14]), а также многочисленные расчеты (см., например, работы А. Хёрна [15], Ю. Эвретта и Д. Хаммера [16]).

Весьма просто находится также следующий член разложения  $I'_\gamma$ . Действительно, так как профиль коэффициента поглощения симметричен относительно резонанса, то ядро  $K(\tau, \gamma)$  и функция источников  $S(\tau, \gamma)$  в уравнении (1) являются четными функциями параметра  $\gamma$  и их разложения в ряд Тейлора содержат только четные производные по  $\gamma$ . Следовательно в первом по  $\gamma$  приближении градиент скорости не меняет степени возбуждения в газе ( $S'_\gamma = 0$ ). С учетом этого имеем

$$I_1(\mu, x) = \int_0^{\xi} I_1(\tau, \mu, x) S(\tau) d\tau, \quad (6)$$

где  $S(\tau) = S(\tau, 0)$  — функция источников в случае неподвижной среды. Так как под знаком интеграла здесь стоят известные функции, то формула (6) в принципе решает задачу нахождения члена первого порядка. Его можно представить в несколько ином виде, если воспользоваться следующим легко проверяемым тождеством:  $I_1(\tau, \mu, x) = -\alpha'(\tau) I_2(\tau, \xi)/2$ , где  $I(\tau, \xi) = I(\tau, \mu, x, 0)$ . В результате получим

$$I_1(\mu, x) = -\frac{\alpha'(\tau)}{2} I_2(\xi). \quad (7)$$

Таким образом, нахождение члена первого порядка в разложении (5) сводится к дифференцированию по  $\xi$  профиля линии, соответствующего неподвижной среде. Заметим, что соотношение (7) является универсальным в том смысле, что оно не содержит в явном виде зависимости от типа и расположения первичных источников возбуждения. В дальнейшем нам понадобится выражение для  $I_1$  в системе координат, неподвижной относительно центра слоя. Оно получается по аналогии с (7) после замены в формулах (3), (4), (6)  $x - x - \tau\tau_0/2$  и имеет вид:

$$I_1(\mu, x) = -\frac{\alpha'(\tau)}{2} \left( \tau_0 \frac{d}{d\xi} + \frac{d^2}{d\xi^2} \right) I(\xi). \quad (8)$$

Для определения членов 2-го и 3-го порядков в разложении (5) необходимо знать возмущение функции источников  $S_1(\tau)$ . В целом ряде случаев (когда распределение первичных источников возбуждения в среде не зависит от градиента скорости в среде — электронные удары, рекомбинации и т. д.) эти величины также находятся весьма просто [11], однако на этом мы не будем останавливаться.

Очевидно, что область применимости метода определяется условием малости возмущения функции источников:  $|\tau^2 S_1(\tau)/2| \ll S(\tau)$ . При доплеровском профиле коэффициента поглощения отсюда следует ограничение на скорость дифференциального движения среды [11]:  $V^2 \ll 24 \ln \tau_0$  или  $V \lesssim 1 + 1.5$ . Причем, при  $V \lesssim 0.5 + 1$  достаточная для большинства приложений точность (не хуже  $10 + 15_0^0$ ) получается с учетом только члена первого порядка в разложении (5). При фойгтовском профиле коэффициента поглощения верхняя граница скорости определяется неравенством  $V \ll (50 a \tau_0)^{1/2}$ , где  $a$  — отношение естественной полуширины линии к доплеровской. Учитывая, что поглощение лоренцовскими крыльями становится существенным при  $\tau_0 \gg a^{-1}$ , отсюда получаем, что в этом случае область применимости

метода допускает значительно большие скорости дифференциальных движений, на порядок и более превышающие тепловую скорость. Как легко понять, это связано с более медленной по сравнению с доплеровским профилем зависимостью коэффициента поглощения от частоты в крыльях линии.

В качестве примера, иллюстрирующего работу метода, рассмотрим две задачи, представляющие астрофизический интерес.

1.1. *Среда с равномерным распределением первичных источников возбуждения.* Найдем профиль линии, излучаемой равномерно расширяющейся средой большой оптической толщины при  $G(\tau) = \text{Const}$  и  $\lambda = 1$ . Полное число фотонов, рождающихся в слое за 1 сек в расчете на  $1 \text{ см}^2$  поверхности, примем за единицу:  $G = \int_0^{\tau_0} G(\tau) d\tau = 1$ . Согласно [12] (глава 8, формулы (5.18), (5.19) и (7.17)) профиль линии, излучаемой неподвижной средой, определяется выражением

$$I(t) = A_0 t^{1-\beta} e^{-t} J_{\beta}(t). \quad (9)$$

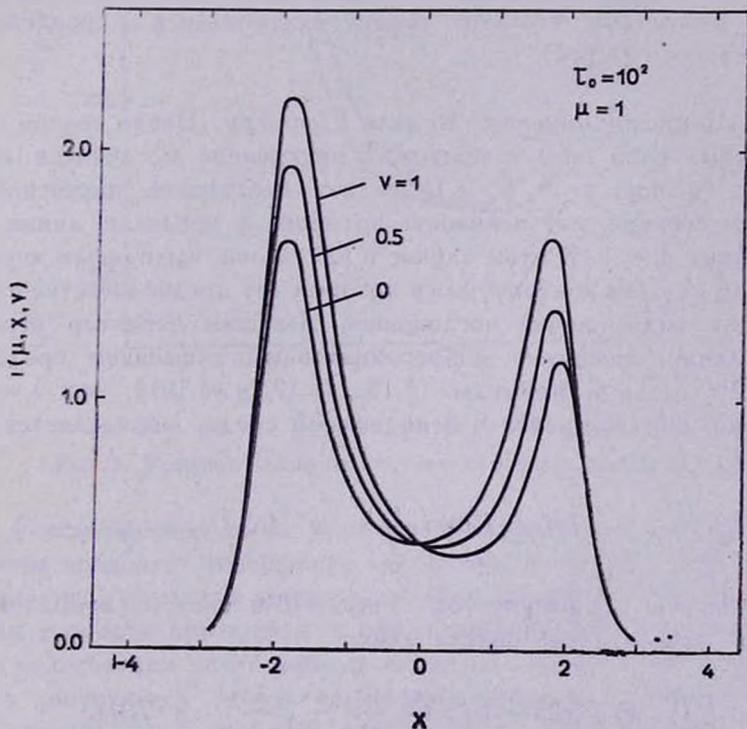


Рис. 1. Профили эмиссионных линий по методу малого параметра при  $G(\tau) = \text{Const}$ .

Здесь  $t = \tau/\tau_0/2$ ,  $I_\beta$  — модифицированная функция Бесселя чисто мнимого аргумента, параметр  $\beta$  определяется типом профиля коэффициента поглощения, постоянная  $A_0$  зависит от  $\beta$  и  $\tau_0$  и определена в [11].

Подставляя (9) в формулу (8), получаем в системе координат, неподвижной относительно центра слоя,

$$I_T(\mu, x) = A_0(2\beta - 1) \frac{\mu\tau_0}{4} \frac{\alpha'}{\alpha} t^{1-\beta} e^{-t} I_{\beta+1}(t). \quad (10)$$

Вычисленные таким путем профили линии при  $\tau_0 = 10^2$ ,  $V = 0, 0.5$  и 1 и доплеровском профиле коэффициента поглощения ( $\beta = 1$ ) представлены на графике рис. 1. Отчетливо виден эффект красной асимметрии, впервые отмеченный в [4] и [8], который обусловлен тем, что в расширяющейся среде фотоны с частотой  $\nu = \nu_0 - \Delta\nu$  ( $\nu_0$  — центральная частота линии в системе координат, связанной с излучающим атомом) встречают на своем пути меньше поглощающих атомов и выходят из среды с большей вероятностью, чем фотоны с частотой  $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$ , а также тем обстоятельством, что в рассматриваемом случае степень возбуждения атомов растет от границы к центру слоя. Расчеты показывают, что этот эффект максимален в направлении градиента скорости ( $\mu = 1$ ).

1.2. *Линии поглощения. Модель Шустера.* Пусть теперь плоскопараллельный слой газа не содержит внутренних источников возбуждения. На границу  $\tau = \tau_0$  ( $\tau_0 \gg 1$ ) падает изотропное излучение в непрерывном спектре, интенсивность которого в пределах линии постоянна и равна  $I_0 = 1$ . В этом случае в излучении, выходящем через границу  $\tau = 0$ , на фоне континуума (в котором газ предполагается прозрачным) будет видна линия поглощения. Выясним характер искажения профиля линии, вносимого дифференциальным движением среды. Согласно [12] (глава 8, формулы (5.18), (5.19) и (6.10)), при  $\lambda = 1$  профиль линии, образующейся в неподвижной среде, определяется выражением

$$I(t) = \Gamma(\beta) \left(\frac{t}{2}\right)^{1-\beta} e^{-t} I_{\beta-1}(t). \quad (11)$$

Подставляя (11) в формулу (8), получаем в системе координат, неподвижной относительно центра слоя,

$$I_T(\mu, x) = (2\beta - 1) \Gamma(\beta) \frac{\mu\tau_0}{4} \frac{\alpha'}{\alpha} \left(\frac{t}{2}\right)^{1-\beta} e^{-t} I_\beta(t). \quad (12)$$

На графике рис. 2 представлены профили линии поглощения, вычисленные на основании (11) и (12) для случая доплеровского профиля коэффициента поглощения и значений  $\tau_0 = 10$ ,  $\lambda = \mu = 1$ ,  $V = 0$  и 1. Из него видно, что расширение среды деформирует профиль линии поглощения так, что красное крыло становится более пологим, чем синее, и центр тяжести линии перемещается в коротковолновую сторону. Последнее связано с тем, что центральные части линии формируются в основном ближайшей к наблюдателю областью, имеющей в принятой системе координат отрицательную лучевую скорость.

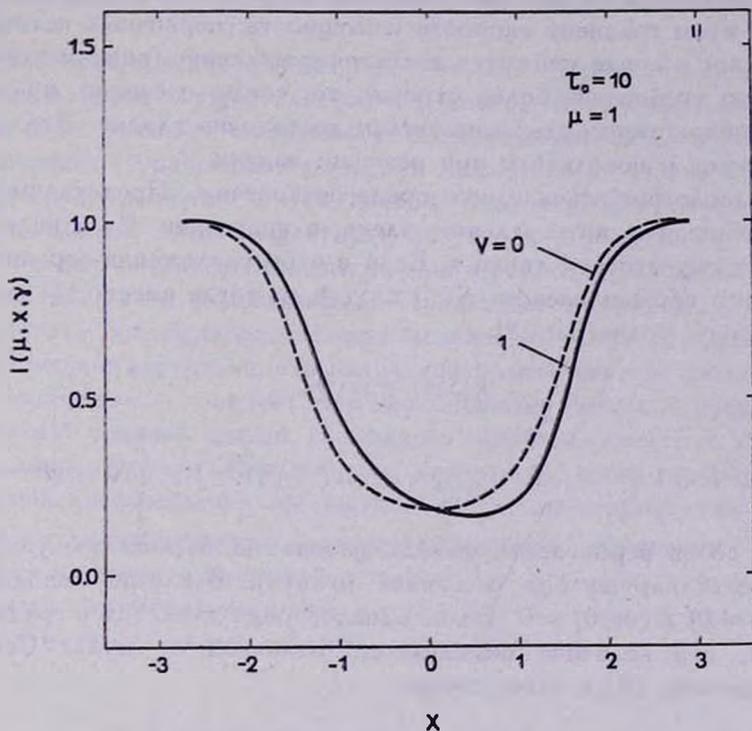


Рис. 2. Профили линий поглощения по методу малого параметра.

Рассмотренные выше примеры показывают, что метод малого параметра позволяет совершенно элементарным путем, минуя громоздкие вычисления, находить профили линий, образующихся в среде с градиентом скорости при любом профиле коэффициента поглощения. Основным недостатком этого метода является сравнительно небольшой диапазон допустимых скоростей дифференциальных движений (особенно при доплеровском профиле коэффициента поглощения). Кроме того,

его применение по существу ограничено кругом задач, для которых уже известны решения в случае, когда среда неподвижна. От этих недостатков свободен второй метод, к изложению которого мы переходим и который можно рассматривать как дополнение к методу малого параметра.

2. *Диффузионное приближение.* Рассмотрим теперь другой предельный случай, когда градиент скорости в среде достаточно велик, так что смещение резонансной частоты вследствие эффекта Доплера становится существенным фактором при формировании профиля линии. Если при этом градиент скорости и мощность первичных источников возбуждения в среде меняются достаточно медленно (ниже мы сформулируем это требование более строго), то тогда, очевидно, и степень возбуждения атомов будет изменяться достаточно гладко. Это обстоятельство мы и используем при решении задачи.

Предположим вначале, что среда бесконечна. Представим функцию источников в интегральном члене в уравнении (1) в виде ряда Тейлора в окрестности точки  $\tau$ . Если в этом разложении ограничиться лишь одним первым членом:  $S(\tau') \approx S(\tau)$ , то тогда вместо (1) получим приближенное уравнение [2]:

$$k S(\tau) = G(\tau), \quad (13)$$

в котором  $k = 1 - \lambda + \lambda L(\infty, \gamma)$ , где  $L(\infty, \gamma) = 1 - \int_0^{\infty} K(\tau, \gamma) d\tau$  — представляет собой вероятность выхода фотона из бесконечно удаленной точки среды наружу без рассеяний по пути. В случае неподвижной среды ( $\gamma = 0$ )  $L(\infty, 0) = 0$ . Если, однако, среда движется с градиентом скорости, эта величина оказывается отличной от нуля. Согласно В. В. Соболеву [2], в этом случае

$$L(\infty, \gamma) = \frac{A\gamma}{3} + O(e^{-A/\gamma}) \quad (14)$$

В случае резонансных линий, как правило,  $\gamma \ll 1$ . Поэтому мы будем отбрасывать члены порядка  $\exp(-A/\gamma)$ .

Выясним теперь, при каких условиях в уравнении (1) можно учесть следующие два члена в разложении  $S(\tau')$ . Если такая возможность существует, то тогда вместо уравнений (1) и (13) мы получим уравнение диффузионного типа

$$k S(z) = \frac{\bar{l}^2}{2} \frac{d^2 S(z)}{dz^2} + G(z), \quad (15)$$

в котором

$$\bar{l}^2 = \int_0^{\infty} K(z, \gamma) z^2 dz. \quad (16)$$

Вопрос, таким образом, состоит в том, существует ли конечная величина  $(\bar{l}^2)^{1/2}$ , представляющая собой среднюю длину свободного пробега кванта.

Как известно, в неподвижной среде  $\bar{l}^2 = \infty$  — перенос возбуждения в резонансной линии осуществляется в основном фотонами, длина свободного пробега которых сравнима с размером системы, и по этой причине переход к уравнению диффузии невозможен. Иначе обстоит дело, если среда движется с градиентом скорости. В этом случае в окрестности каждой точки существует область с характерным размером  $\sim \gamma^{-1}$ , в которой перенос возбуждения в первом приближении происходит так же, как и в неподвижной среде. Вне этой области резонансная частота поглощающих атомов вследствие дифференциального движения смещена настолько, что излучение практически не взаимодействует с веществом и покидает систему. Поэтому вопрос о существовании конечной средней длины свободного пробега кванта в данном случае не лишен смысла. Исключением является случай прямоугольного профиля коэффициента поглощения [1], соответствующий в неподвижной среде приближению монохроматического рассеяния ( $\bar{l}^2 \sim 1$ ), где переход к уравнению диффузионного типа не встречает затруднений.

Анализ подынтегрального выражения в (16) показывает, что основной вклад в интеграл вносит область, в которой

$$\int_0^z a(x + \gamma z \mu) dz \approx \frac{1}{\gamma \mu} \int_x^{\infty} a(x') dx'. \quad (17)$$

С учетом этого из (2) и (17) получаем

$$\bar{l}^2 = \frac{A}{\gamma^3} \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu^4} \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) \exp \left\{ -\frac{1}{\gamma \mu^2} \int_x^{\infty} a(x') dx' \right\} dx \int_x^{\infty} (x' - x)^2 a(x') dx'. \quad (18)$$

Из этого выражения видно, что средняя длина свободного пробега фотона будет конечной величиной тогда и только тогда, когда

существует конечный второй момент профиля коэффициента поглощения, то есть, если

$$\bar{x}^2 = \int_0^{\infty} \alpha(x) x^2 dx < +\infty \quad (19)$$

По этой причине мы вынуждены сразу же отбросить лоренцовский профиль коэффициента поглощения, так как в этом случае  $\bar{x}^2 = \bar{\Gamma}^2 = \infty$ , и переход к уравнению диффузии заведомо невозможен. В случае же доплеровского профиля ( $A = 1/\sqrt{\pi}$ )  $\bar{x}^2 < +\infty$  и для расчета степени возбуждения в газе вместо уравнения (1) можно использовать значительно более простое уравнение диффузии (15). Как предельный случай это уравнение содержит в себе приближение (13), физический смысл которого состоит в том, что при больших градиентах скорости степень возбуждения атомов определяется выходом излучения вследствие дифференциального движения среды. В этом приближении концентрация возбужденных атомов фактически не зависит от типа профиля коэффициента поглощения. Второй член в уравнении (15) учитывает выход излучения, обусловленный совместным влиянием градиента скорости и теплового движения, и здесь, как мы уже убедились, вид профиля коэффициента поглощения становится весьма существенным.

Чтобы получить в явном виде выражение для  $\bar{\Gamma}^2$ , выполним в (18) интегрирование, учтя при этом, что при  $\gamma \ll 1$  основной вклад в интеграл вносит область  $x > 1$ . Интегрируя вначале по частям и заменяя приближенно  $\int_x^{\infty} (x' - x) \exp(-x'^2) dx' \simeq \exp(-x^2)/4x^2$ , получим

$$\bar{\Gamma}^2 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\gamma^2} \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu^2} \int_1^{\infty} \exp\left\{-x^2 - \frac{1}{\gamma\mu^2} \operatorname{erfc}(x)\right\} \frac{dx}{x^2} \quad (20)$$

Под знаком интеграла по  $x$  в этом выражении стоит медленно меняющаяся функция  $x^{-2}$  и функция, имеющая острый пик при  $x = x_1(\gamma, \mu)$ , являющемся корнем уравнения

$$\exp(-x^2) = 2x\gamma\mu^2. \quad (21)$$

Заменяя здесь значение  $\mu^2$  средним значением квадрата косинуса на

полусфере ( $\bar{u}^2 = 1/3$ ) и вынося в (20) медленно меняющуюся функцию за знак интеграла, окончательно получаем

$$\bar{l}^2 \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi} \gamma x_1^2(\gamma, \mu)}. \quad (22)$$

При выводе уравнения (15) формально считалось, что среда бесконечна. Теперь мы можем снять это ограничение. Согласно уравнению (15), эффективное расстояние, на которое осуществляется резонансный перенос возбуждения в среде с градиентом скорости  $\sim (\bar{l}^2/2k)^{1/2} = q^{-1}$ , поэтому достаточно потребовать, чтобы характерный размер системы был по крайней мере величиной того же порядка. Очевидно также, что величина  $q^{-1}$  представляет собой тот характерный масштаб, на котором градиент скорости и мощность первичных источников возбуждения должны меняться достаточно гладко. В этом случае общее решение уравнения (15) имеет вид

$$S(\tau) = \frac{1}{q\bar{l}^2} \int_0^{\tau_0} e^{-q|\tau-\tau'|} G(\tau') d\tau' + C_1 e^{-q\tau} + C_2 e^{q\tau}, \quad (23)$$

а интенсивность излучения, выходящего через границу  $\tau = 0$ , определяется формулой (4).

В общем случае решение уравнения (15) содержит две произвольные постоянные, для определения которых необходимы граничные условия. Эти условия получаются при подстановке в уравнение (1) двух первых членов разложения в ряд Тейлора соответственно на границах  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$  и имеют вид

$$\frac{1+k}{2} S = \frac{\bar{l}}{2} S' + G, \quad (24)$$

где

$$\bar{l} = \int_0^{\tau_0} K(\tau, \gamma) d\tau = \frac{1}{4\sqrt{\pi} x_1(\gamma, \mu)}. \quad (25)$$

В качестве примера рассмотрим те же задачи, что и в предыдущем разделе.

**2.1. Среда с равномерным распределением первичных источников возбуждения.** На графике рис. 3 представлены профили линий (в системе координат, неподвижной относительно центра слоя), вычи-

сленные по формулам (4), (23)—(25) для значений  $\tau_0 = 10^2$ ,  $\mu = \lambda = G = 1$ ,  $V = 3, 6, 10$ . Видно, что с увеличением градиента скорости происходит дальнейшее усиление красного компонента линии по сравнению с синим. В результате линия, имеющая в неподвижной среде два четко выраженных эмиссионных компонента, постепенно переходит в единичную эмиссионную линию, симметричную относительно частоты  $x = 0$ . Этот предельный вид контура линии соответствует приближению (13) и в рассмотренном примере осуществляется при скоростях  $V_c \gtrsim 20$ .

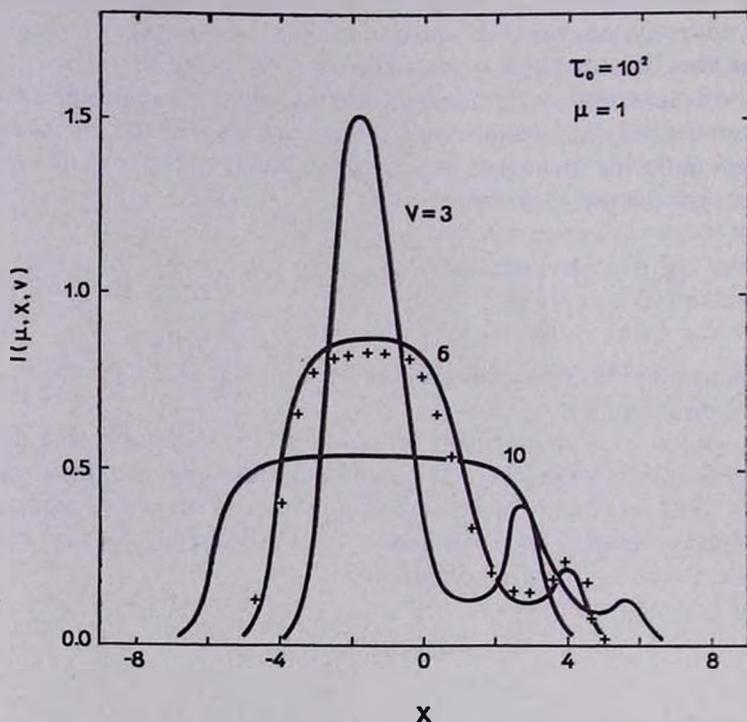


Рис. 3. Профили эмиссионных линий в диффузионном приближении при  $G(\tau) = \text{Const}$ , + — результат Куландера [6] в аналогичной задаче при  $V=6$ , полученный путем численного решения уравнения переноса.

С увеличением  $\tau_0$  скорость  $V_c$  растет. Расчеты показывают, что при значениях  $\tau_0 \sim 10^3 + 10^4$ , характерных для резонансных линий, скорость дифференциального движения среды, соответствующая предельному случаю (13), должна быть не ниже 50-ти тепловых скоростей.

На этом же графике представлен профиль линии, полученный путем точного решения уравнения переноса [6]. Из сравнения двух

результатов видно, что точность диффузионного приближения вполне достаточна для большинства приложений.

2.2. *Линии поглощения.* Будем считать, что условия образования линии поглощения аналогичны описанным ранее в пункте 1.2. В этом случае интенсивность излучения, выходящего через границу  $\tau_0 = 0$ , определяется выражением

$$I(\mu, x, \gamma) = e^{-\frac{1}{\mu} \int_0^{\tau_0} \alpha(x - \gamma \tau) d\tau} + \int_0^{\tau_0} I(\tau, \mu, x, \gamma) S(\tau) d\tau, \quad (26)$$

а функция источников формулой (23) при  $G(\tau) = L(\tau, \gamma)/2$ , где

$$L(\tau, \gamma) = 1 - \int_0^{\tau} K(\tau, \gamma) d\tau.$$

Для вычисления  $S(\tau)$  аппроксимируем функцию  $L(\tau, \gamma)$  следующим образом:  $L(\tau, \gamma) = L(\tau, \gamma) - L(\infty, \gamma) + L(\infty, \gamma)$ , где  $L(\infty, \gamma) = \gamma/3\sqrt{\pi}$ . Очевидно, что при  $\tau < \gamma^{-1}$  функция  $L(\tau, \gamma) - L(\infty, \gamma) \simeq L(\tau, 0)$ , при  $\tau > \gamma^{-1}$  она экспоненциально убывает до нуля. Учитывая это, примем

$$L(\tau, \gamma) \simeq [L(\tau, 0) - L(\infty, \gamma)]e^{-\tau\gamma} + L(\infty, \gamma), \quad (27)$$

где

$$L = \int_0^{\infty} [L(\tau, \gamma) - L(\infty, \gamma)] \tau d\tau = \frac{\bar{l}^2}{2}. \quad (28)$$

При вычислении  $L(\tau, \gamma)$  были использованы таблицы функции  $L(\tau, 0)$  и ее асимптотическое представление при  $\tau \gg 1$  [17].

Полученные таким путем профили линии поглощения представлены на рис. 4. Особенностью этих профилей (впервые отмеченной Абхьянкарром [3]) является появление при больших значениях  $V$  протяженного плато шириной порядка  $V$ , которое заканчивается с коротковолновой стороны более глубокой линией поглощения шириной  $\sim 1$ . Такой вид профиля линии объясняется следующим образом. Остаточная интенсивность в центральных частях линии формируется в основном внутренними слоями среды, для которых справедливо приближение (13) и

$$S(\tau) = \frac{L(\infty, \gamma)}{2k} = \frac{1}{2} \left( 1 + 3V\sqrt{\pi} \frac{1-l}{\gamma} \right)^{-1} \quad (29)$$

При  $\gamma \ll 1$  остаточная интенсивность определяется интегральным членом в формуле (26), который с учетом (29) дает  $I(\mu, x, \gamma) = S$ . При консервативном рассеянии  $S = 1/2$ . Поэтому независимо от количества поглощающих атомов на луче зрения остаточная интенсивность в этом случае всегда будет на уровне 0.5, что и отражено на рис. 4.

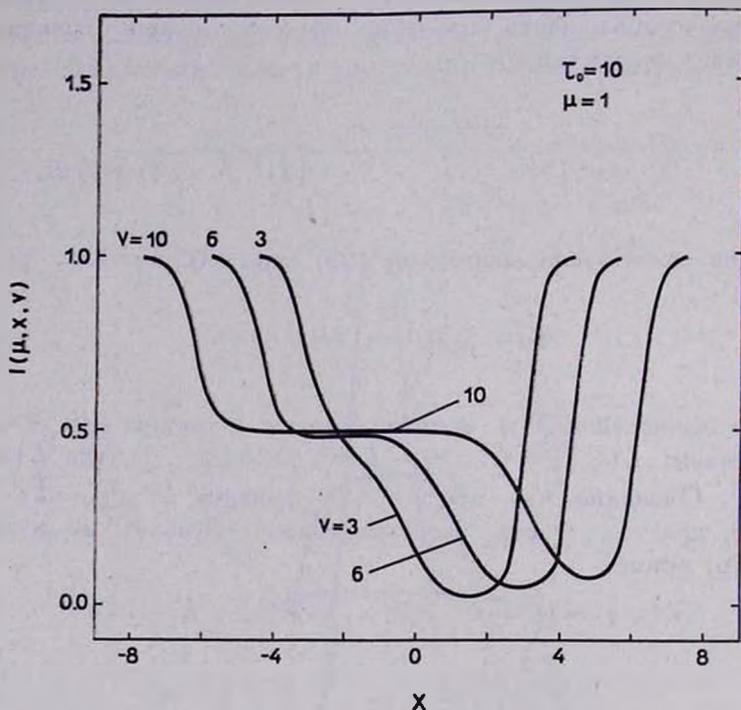


Рис. 4. Профили линий поглощения в диффузионном приближении.

В отличие от этого коротковолновый участок линии поглощения формируется в основном поверхностными слоями среды, в которых происходит спад возбуждения, обусловленный выходом излучения вследствие тепловых движений атомов. Поэтому остаточная интенсивность здесь существенно меньше, чем в районе плато.

**2.3. Смешанная задача.** Очевидно, что в силу линейности уравнения (1) решение смешанной задачи при комбинированных источниках возбуждения является суперпозицией частных решений. Учитывая это, нетрудно вычислить профили линий в случае, представляющем собой суперпозицию двух предыдущих задач:  $I(\mu, x, \gamma) = \eta I_1(\mu, x, \gamma) + I_2(\mu, x, \gamma)$ . Здесь  $I_1$  и  $I_2$  — соответственно профили линии при равномерном распределении источников возбуждения и в модели Шустера,

величина  $\tau_1 = G/I_0$  — характеризует отношение числа фотонов, рождающихся в слое и падающих на него извне. Вычисленные таким путем профили линий представлены на рис. 5. Мы видим, что в расширяющейся среде в зависимости от характера источников возбуждения могут

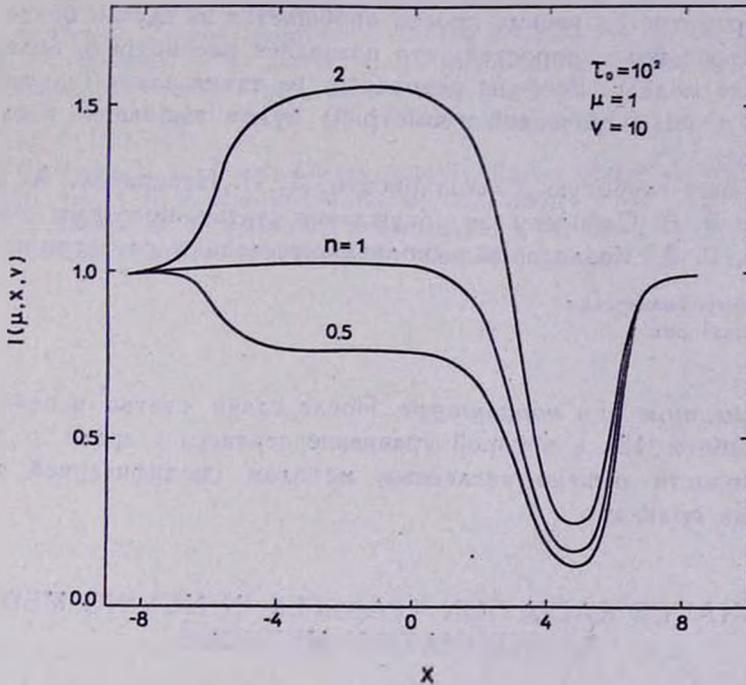


Рис. 5. Профили линий при комбинированных источниках возбуждения в диффузионном приближении.

возникнуть, как минимум, три типа профилей: 1) асимметричный двухвершинный профиль — когда преобладают внутренние источники возбуждения, 2) одиночный эмиссионный компонент на красном крыле линии поглощения (профиль типа Р Суг) — когда мощность внутренних и внешних источников одного порядка и 3) асимметричный профиль линии поглощения — когда падающее извне излучение является основным источником возбуждения. Особенность профилей типа Р Суг при больших скоростях дифференциальных движений состоит в том, что линия поглощения возникает в самых поверхностных слоях среды. Поэтому ее ширина независимо от значения скорости  $V$  будет всегда порядка нескольких единиц. Разумеется, этот вывод справедлив в тех случаях, когда источники возбуждения в среде распределены достаточно равномерно.

*Заключение.* Приведенные выше примеры показывают, что метод расчета профилей резонансных линий, основанный на замене точного уравнения для функции источников (1) уравнением диффузионного типа, позволяет избежать весьма трудоемких вычислений, обеспечивая в то же время разумную точность. В отличие от метода малого параметра он весьма просто обобщается на случаи более сложных геометрий поля скоростей, что позволяет рассмотреть более реалистические модели. Решение некоторых из таких задач (случаи сферической и цилиндрической геометрий) будет выполнено в следующей статье.

Приношу глубокую благодарность Д. И. Нагирнеру, А. В. Северному и В. В. Соболеву за обсуждение статьи, полезные советы и замечания, Г. А. Козловой за выполнение численных расчетов на ЭВМ.

Крымская астрофизическая  
обсерватория

*Примечание при корректуре.* После сдачи статьи в печать появилась работа [18], в которой уравнение переноса в среде с градиентом скорости решено численным методом (модификацией метода дискретных ординат).

## RESONANCE RADIATION TRANSFER IN MOVING MEDIA. APPROXIMATION METHODS

V. P. GRININ

Two approximation methods of calculation of profiles of resonance lines formed in a medium with differential movements are proposed. The first of the methods is based on the presentation of the radiation intensity by series of velocity gradient power terms (velocity gradient taken as a small parameter). In the second method the exact transfer equation is replaced by an equation of a diffusion type. The validity domain of the methods is discussed. As an example a few model problems of astrophysical interest are solved.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Движущиеся оболочки звезд, ЛГУ, 1947.
2. В. В. Соболев, Астрон. ж., 34, 694, 1957.
3. К. Д. Abhyankar, Ap. J., 140, 1353—1380, 1964.
4. D. G. Hummer, G. B. Rybicky, Ap. J., 153, L107, 1968.

5. *G. Maguan*, JQSRT, 10, 1, 1970.
6. *J. Kulander*, Ap. J., 165, 543, 1971.
7. *В. В. Витязев*, Астрофизика, 8, 235, 1972.
8. *В. Г. Буславский, А. Б. Северный*, Труды симпозиума „Звезды, туманности, галактики“. Ереван, 1969, стр. 128.
9. *D. van Blerkom, D. G. Hummer*, JQSRT, 9, 1567, 1969.
10. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 3, 137, 1967.
11. *В. П. Гринин*, Изв. КРАО, 51, 65, 1974
12. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
13. *Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович*, Стационарные задачи радиационного переноса возбуждения, ИАЭ, М., 1969.
14. *C. van Trigt*, Phys. Rev., 181, 97, 1969; Phys. Rev., A. Gen. Phys., 1, 1298, 1970: bid, 4, 1303, 1971.
15. *A. G. Hearn*, U. K. Atomic Energy Authority, Report CLM-P 16, 1962.
16. *E. H. Avrett, D. G. Hummer*, M. N., 130, 295, 1965.
17. *В. В. Иванов, В. Т. Щербаков*, Астрофизика, 1, 31, 1965.
18. *E. Sinonneau*, Astron. Astrophys., 29, 357, 1973.