АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 10 МАЙ, 1974 ВЫПУСК 2

О ДИФФУЗНОМ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДОЙ

А. С. АНИКОНОВ

Поступила 26 февраля 1974

Численно решены нелинейные интегральные уравнения Амбарцумяна, к которым сводится задача о диффузном отражении света полубесконечной средой при неизотропном рассеянии. Для индикатрисы Хеньи—Гринстейна изучена зависимость компонентов разложения коэффициента отражения по косинусам углов, кратных азимуту, от номера гармоники m и степени вытянутости индикатрисы. Показано, что с ростом m указанные компоненты с возрастающей точностью определяются рассеянием первого порядка. Оценена точность полученной Соболевым и ван де Хюлстом асимптотической формулы для коэффициента отражения, когда рассеяние „почти консервативное".

Введение. Для многих астрофизических применений важное значение имеет задача о диффузном отражении света полубесконечной средой при неизотропном рассеянии. Как показал В. А. Амбарцумян [1] еще в 1943 г., эта задача сводится к решению нелинейного уравнения для коэффициента отражения.

Обычно индикатрису рассеяния раскладывают по полиномам Лежандра. Тогда коэффициент отражения оказывается разложенным по косинусам углов, кратных азимуту, и компоненты коэффициента отражения, отвечающие каждой гармонике в этом разложении, удовлетворяют соответствующим интегральным уравнениям.

Для практики большое значение имеет выяснение зависимости указанных компонент от степени вытянутости индикатрисы рассеяния и от номера гармоники, которым они соответствуют. Знание точных значений коэффициента отражения позволяет также оценить точность различных приближенных формул. Аналитическое исследование этих вопросов при произвольной индикатрисе рассеяния встречает значительные трудности и до сих пор не проведено. Поэтому важную роль играют здесь численные методы решения.

К настоящему времени выполнено сравнительно мало работ, касающихся указанных вопросов. Используя полученные В. В. Соболевым [2] представления коэффициента отражения через H-функции Амбарцумяна — Чандрасекара и полиномы, А. К. Колесов [3—4] вычислил коэффициенты отражения для индикатрисы Хеньи—Гринстейна, часто используемой на практике. Оказалось, что применяемый метод становится довольно сложным при сильно вытянутых индикатрисах рессеяния.

Ван де Хюлст [5—6], с помощью развитого им метода удвоения слоев, получил высокоточные значения коэффициента отражения, усредненного по азимуту, при индикатрисе Хеньи — Гринстейна разной степени вытянутости. Им было также замечено, что с увеличением номера гармоник соответствующие компоненты коэффициента отражения с возрастающей точностью определяются рассеянием первого порядка.

Представляет интерес провести более подробное изучение компонентов коэффициента отражения. Для этого мы численно решали нелинейные интегральные уравнения Амбарцумяна при индикатрисе Хеньи — Гринстейна. Выяснилось, что эти уравнения сравнительно просто решаются при индикатрисах разной степени вытянутости, в частности, при сильно вытянутых.

В настоящей работе сначала излагается метод вычисления, а затем исследуется зависимость компонентов коэффициента отражения от степени вытянутости индикатрисы рассеяния и от номера гармоник. Кроме того, оценена точность асимптотической формулы для коэффициента отражения, когда рассеяние „почти консервативное".

1. *Основные уравнения*. Пусть однородная полубесконечная среда освещается параллельными лучами, падающими на ее поверхность под углом arc cos ζ к нормали и создающими освещенность перпендикулярной к ним площадки, равную πS.

Обозначим через λ — вероятность выживания фотона при элементарном акте рассеяния, а через $x(\gamma)$ — индикатрису рассеяния. Интенсивность излучения, диффузно отраженного средой, представляют обычно в виде

$$I(\eta, \zeta, \varphi) = S \cdot \rho(\eta, \zeta, \varphi) \cdot \zeta, \tag{1}$$

где $\rho(\eta, \zeta, \varphi)$ — коэффициент отражения, а φ — азимут, отсчитываемый от плоскости, содержащий падающий луч и нормаль к поверхности среды.

Индикатрису рассеяния $x(\gamma)$ можно разложить по полиномам Лежандра, т. е.

$$x(\gamma)=\sum_{i=0}^{n} x_i P_i(\cos\gamma). \tag{2}$$

Тогда для коэффициента отражения имеет место следующее разложение:

$$\rho(\eta, \zeta, \varphi)=\rho^0(\eta, \zeta)+2\sum_{m=1}^{n}\rho^m(\eta, \zeta)\cos m\varphi. \tag{3}$$

Входящие сюда функции $\rho^m(\eta, \zeta)$, $m=0, 1, \ldots, n$, удовлетворяют нелинейным интегральным уравнениям Амбарцумяна, которые можно записать в виде (см., например, [2]):

$$\begin{gathered}(\eta+\zeta)\rho^m(\eta, \zeta)=\frac{\lambda}{4}p^m(-\eta, \zeta)+\frac{\lambda}{2}\zeta\int_0^1\rho^m(\zeta, \eta')\,p^m(\eta', \eta)\,d\eta'+\\+\frac{\lambda}{2}\eta\int_0^1\rho^m(\eta, \eta')\,p^m(\eta', \zeta)\,d\eta'+\lambda\eta\zeta\int_0^1\rho^m(\zeta, \eta')\,d\eta'\times\\\times\int_0^1 p^m(-\eta', \eta'')\,\rho^m(\eta'', \eta)\,d\eta'',\end{gathered} \tag{4}$$

где

$$p^m(\eta, \zeta)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}x(\gamma)\cos m\varphi\,d\varphi. \tag{5}$$

При $1-\lambda\ll 1$, как показали В. В. Соболев [7] и ван де Хюлст [8], имеет место следующая асимптотика для функции $\rho(\eta, \zeta, \varphi)$:

$$\rho(\eta, \zeta, \varphi)=\rho_0(\eta, \zeta, \varphi)-4\sqrt{\frac{1-\lambda}{3-x_1}}\,u_0(\eta)\,u_0(\zeta), \tag{6}$$

где

$$u_0(\zeta)=\frac{3}{4}\left[\zeta+2\int_0^1\rho^0(\zeta, \eta)\,\eta^2 d\eta\right], \tag{7}$$

а $\rho^0(\eta, \zeta)$ — усредненный по азимуту коэффициент отражения $\rho_0(\eta, \zeta, \varphi)$ при $\lambda=1$.

Уравнение (4) является основным. К рассмотрению численного решения его при разных m мы сейчас и перейдем.

2. *Вычисление функции* $p^0(\eta, \zeta)$. Основная трудность численного решения основного уравнения при $m=0$ заключается в наличии резкого максимума функции $p^0(\eta, \zeta)$ при $\eta=\zeta$. Расчеты показывают, что этот максимум становится все более резким с увеличением вытянутости индикатрисы рассеяния. Поэтому основной вклад в интегралы, входящие во второе и в третье слагаемые в (4), дает окрестность точки максимума функции $p^0(\eta, \zeta)$.

Введем вспомогательную функцию

$$f(\eta, \zeta) = (\eta + \zeta)\, p^0(\eta, \zeta). \tag{8}$$

Тогда

$$\int\limits_0^1 p^0(\eta, \eta')\, p^0(\eta', \zeta)\, d\eta' = \left[\int\limits_0^1 p^0(\eta, \eta')\, d\eta' + \int\limits_0^1 p^0(\eta, \eta')\, \frac{\eta-\eta'}{\zeta+\eta'}\, d\eta'\right] p^0(\eta, \zeta) +$$

$$+ \int\limits_0^1 p^0(\eta, \eta')\, [f(\eta', \zeta) - f(\eta, \zeta)]\, \frac{d\eta'}{\eta'+\zeta}. \tag{9}$$

Из условия нормировки индикатрисы $x(\gamma)$ следует, что

$$\int\limits_0^1 p^0(\eta, \eta')\, d\eta' = 2 - \int\limits_0^1 p^0(-\eta, \eta')\, d\eta'. \tag{10}$$

Поскольку функция $p^0(-\eta, \eta')$ медленно меняется по η', вычисление интегралов первого слагаемого в (9) не представляет труда.

Так как функция $f(\eta, \zeta)$ также является медленно меняющейся по η (см. [3] и [5]), вычисление второго слагаемого в (9) оказывается несложным.

Таким образом, использование выражения (9) для вычисления интегралов в уравнении (4) при $m=0$ позволяет преодолеть трудности, связанные с резким максимумом функции $p^0(\eta, \zeta)$.

Основное уравнение можно решать методом последовательных приближений. Скорость сходимости такого процесса сильно зависит от величины λ, поэтому мы рассмотрим три случая.

1. Чистое рассеяние ($\lambda=1$). В этом случае при любых ζ имеет место следующее равенство:

$$2\int_0^1 \rho^0(\eta, \zeta)\,\eta\,d\eta = 1. \tag{11}$$

В качестве начального приближения мы брали выражение для однократного рассеяния, т. е.

$$\rho_1^0(\eta, \zeta) = \frac{1}{4}\,\frac{p^0(-\eta, \zeta)}{\eta + \zeta}, \tag{12}$$

и добивались выполнения равенства (11) при последующих итерациях. Этот метод становится особено целесообразным при сильно вытянутых индикатрисах рассеяния, когда обычные методы требуют большого числа итераций.

2. Почти-консервативное рассеяние $(1 - \lambda \ll 1)$. Здесь скорость сходимости итераций определяется удачно выбранным начальным приближением. Мы ищем его в виде

$$\rho^0(\eta, \zeta) = \rho_0^0(\eta, \zeta) - C \cdot u_0(\eta) \cdot u_0(\zeta), \tag{13}$$

где $\rho_0^0(\eta, \zeta)$ — усредненный по азимуту коэффициент отражения $\rho_0(\eta, \zeta, \varphi)$ при $\lambda = 1$, функция $u_0(\zeta)$ определяется формулой (7), а C — неизвестная постоянная. Ее мы находим, используя полученное Э. Г. Яновицким [9] разложение сферического альбедо A_s по степеням $\sqrt{1-\lambda}$ до $(1-\lambda)^{3/2}$ включительно. Из (13) следует, что

$$C = 1 - A_s. \tag{14}$$

После определения начального приближения по формуле (13) используется обычный метод последовательных приближений. Заметим, что в рассматриваемом случае функция $\rho_0^0(\eta, \zeta)$ при $\lambda = 1$ предполагается уже известной.

3. Значения λ не близки к 1. В этом случае применялся обычный итерационный метод. Вычисления проводились последовательным переходом к большим значениям λ, а в качестве начальной итерации бралась функция $\rho^0(\eta, \zeta)$, соответствующая предыдущему значению λ.

3. *Вычисление функций* $\rho^m(\eta, \zeta)$ *при* $m \geqslant 1$. Расчет азимутальных компонентов коэффициента отражения с помощью уравнения (4) не представляет особого труда. Здесь требуется лишь знание быстрого способа нахождения функций $p^m(\eta, \zeta)$, входящих в основное уравнение при $m \geqslant 1$.

Как уже отмечалось, мы рассматривали индикатрису Хеньи—Гринстейна

$$x(\gamma) = \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cdot\cos\gamma)^{3/2}}. \tag{15}$$

В разложении (2) для такой индикатрисы

$$x_i = (2i+1)\cdot g^i, \tag{16}$$

а $n=\infty$.

А. К. Колесов [4] показал, что в этом случае функции $p^m(\eta, \zeta)$ удовлетворяют рекуррентному соотношению, связывающему между собой величины $p^{m-1}(\eta, \zeta)$, $p^m(\eta, \zeta)$ и $p^{m-1}(\eta, \zeta)$. Это соотношение позволяет найти функцию $p^m(\eta, \zeta)$ при любом $m>1$, если только известна функция $p^0(\eta, \zeta)$.

Уравнения (4) при $m\geqslant 1$ решались обычным методом последовательных приближений. При этом мы вычисляли также величины

$$\rho_1^m(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4}\,\frac{p^m(-\eta, \zeta)}{\eta+\zeta}, \tag{17}$$

и

$$\rho_2^m(\eta, \zeta) = \rho_1^m(\eta, \zeta) + \left[\frac{\lambda}{2}\zeta\int_0^1 \rho_1^m(\zeta, \eta')\,p^m(\eta', \eta)\,d\eta' + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda}{2}\eta\int_0^1 \rho_1^m(\eta, \eta')\,p^m(\eta', \zeta)\,d\eta'\right]\frac{1}{\eta+\zeta}. \tag{18}$$

Первая из них соответствует однократному рассеянию, а вторая — рассеянию первого и второго порядков. Сравнение с точными значениями $\rho^m(\eta, \zeta)$ позволяет оценить роль рассеяний этих порядков при разных m.

Если величины $\rho^m(\eta, \zeta)$, $m=0, 1, \ldots$ — известны, то можно найти и коэффициент отражения $\rho(\eta, \zeta, \varphi)$. Однако вместо формулы (3) для этого удобнее использовать выражение

$$\rho(\eta, \zeta, \varphi) = \frac{\lambda}{4}\,\frac{x(\cos\gamma)}{\eta+\zeta} + [\rho^0(\eta, \zeta) - \rho_1^0(\eta, \zeta)] +$$

$$+ 2\sum_{m=1}^{\infty}[\rho^m(\eta, \zeta) - \rho_1^m(\eta, \zeta)]\cos m\varphi, \tag{19}$$

где

$$\cos\gamma = -\eta\zeta + \sqrt{(1-\eta^2)(1-\zeta^2)}\cos\varphi, \tag{20}$$

а величины $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ при $m\geqslant 0$ определяются формулой (17).

4. *Результаты вычислений.* Интегралы, входящие в основное уравнение, рассчитывались по формуле Симпсона с шагом 0.1 при $g \leqslant 0.8$ и шагом 0.05 при $g > 0.8$. Итерационный процесс прекращался, как только относительная разность двух последовательных итераций становилась равной 10^{-4}.

В табл. 1 и 2 приведены значения функций $\rho^m(\eta, \zeta)$, $\rho_2^m(\eta, \zeta)$ и $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ при $\lambda = 1$. В таблицах используется обычная запись чисел и с выделением десятичной степени. Например, запись „433—3“ означает число $0.433 \cdot 10^{-3}$.

Из этих таблиц видно, что с увеличением m функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ асимптотически приближаются к функциям $\rho_1^m(\eta, \zeta)$. При фиксированном g скорость такого приближения сильно зависит от значений η и ζ. Именно, при η и ζ, не близких к 1 одновременно, величины $\rho^m(\eta, \zeta)$ довольно быстро приближаются к $\rho_1^m(\eta, \zeta)$. Когда же η и ζ оба близки к 1, существует заметное различие значений $\rho^m(\eta, \zeta)$ и $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ при больших m. Однако по абсолютной величине функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ очень быстро убывают при таких η и ζ, и указанным различием можно пренебречь.

С увеличением степени вытянутости индикатрисы рассеяния асимптотическое приближение функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ к $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ замедляется, и они становятся близки при бо́льших m. Например, для $g = 0.5$ можно использовать функцию $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ вместо $\rho^m(\eta, \zeta)$ при $m > 4$, а для $g = 0.85$ — при $m > 10$.

Из табл. 1 и 2 мы видим также, что функции $\rho_2^m(\eta, \zeta)$, соответствующие рассеянию первого и второго порядков, хорошо аппроксимируют функции $\rho^m(\eta, \zeta)$, причем удовлетворительное согласие между ними наступает при m, вдвое меньших по сравнению с $\rho_1^m(\eta, \zeta)$.

Заметим, что при $\lambda < 1$ асимптотическое приближение величин $\rho^m(\eta, \zeta)$ к $\rho_1^m(\eta, \zeta)$ происходит быстрее, чем при $\lambda = 1$.

В табл. 3 и 4 мы приводим значения интенсивности излучения $I(\eta, \zeta, \varphi)$, отраженного средой, при $S = 1$ в формуле (1). Соответствующий коэффициент отражения $\rho(\eta, \zeta, \varphi)$ находился по формуле (19). Как было показано выше, с увеличением m функции $\rho^m(\eta, \zeta)$ становятся близки к $\rho_1^m(\eta, z)$, поэтому члены ряда, входящего в эту формулу, быстро убывают и их требуется брать гораздо меньше, чем в формуле (3).

Сравнение точных и асимптотических значений функции $I(\eta, \zeta, \varphi)$ при $1 - \lambda \ll 1$, определяемых формулами (6) и (1), дается в табл. 4.

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИЙ $\rho^m(\eta, \zeta)$ ПРИ $g=0.5$ И $\lambda=1$

$\zeta=0, \quad \eta=0.1$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	4.282	3.896	3.486
1	2.568	2.530	2.362
2	1.477	1.471	1.416
3	0.822	0.821	0.804
4	0.449	0.449	0.444

$\zeta=0, \quad \eta=0.9$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	620 0	211 0	168 0
1	550—1	505—1	449—1
2	109—1	107—1	101—1
3	218—2	217—2	211—2
4	433—3	433—3	427—3

$\zeta=0.9, \quad \eta=0.9$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	106+1	821—1	355—1
1	824—2	490—2	246—2
2	305—3	245—3	142—3
3	129—4	117—4	762—5
4	573—6	548—6	398—6

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ $\rho^m(\eta, \zeta)$ ПРИ $g=0.85$ И $\lambda=1$

$\zeta=0, \quad \eta=0.1$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	9.96	8.92	7.82
1	9.01	8.40	7.43
2	8.02	7.61	6.82
3	7.02	6.76	6.14
4	6.09	5.93	5.45
5	5.26	5.16	4.79
6	4.52	4.46	4.18
7	3.87	3.84	3.63
8	3.31	3.29	3.14
9	2.83	2.81	2.70
10	2.41	2.40	2.32

$\zeta=0, \quad \eta=0.9$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	389 0	547−1	413−1
1	334−1	174−1	138−1
2	671−2	469−2	386−2
3	148−2	113−2	102−2
4	338−3	295−3	258−3
5	782−4	714−4	640−4
6	182−4	172−4	157−4
7	426−5	409−5	379−5
8	998−6	969−6	910−6
9	233−6	229−6	217−6
10	546−7	538−7	515−7

$\zeta=0.9, \quad \eta=0.9$

m	$\rho^m(\eta, \zeta)$	$\rho_2^m(\eta, \zeta)$	$\rho_1^m(\eta, \zeta)$
0	109+1	161−1	714−2
1	171−1	128−2	559−3
2	648−3	836−4	365−4
3	275−4	502−5	222−5
4	124−5	291−6	131−6
5	587−7	165−7	751−8
6	285−8	920−9	425−9
7	141−9	510−10	238−10
8	707−11	280−11	132−11
9	358−12	153−12	728−13
10	183−13	834−14	400−14

Таблица 3

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $I(\zeta, \zeta, \varphi)$ ПРИ $\lambda=1$

$\varphi=0$

ζ \ g	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85
0	0.750	1.250	2.361	5.625	10.028
0.1	0.825	1.258	2.020	3.340	4.250
0.3	0.674	0.777	0.885	1.002	1.063
0.5	0.652	0.680	0.708	0.738	0.755
0.7	0.769	0.780	0.791	0.804	0.811
0.9	0.970	0.978	0.987	0.997	1.009
1	1.095	1.105	1.114	1.124	1.129

$\varphi=\pi$

ζ \ g	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85
0	0.028	0.020	0.013	0.008	0.006
0.1	0.086	0.074	0.063	0.054	0.051
0.3	0.233	0.219	0.207	0.196	0.193
0.5	0.425	0.415	0.406	0.397	0.394
0.7	0.662	0.658	0.654	0.650	0.648
0.9	0.940	0.945	0.949	0.951	0.953
1	1.095	1.105	1.114	1.124	1.129

Таблица 4

СРАВНЕНИЕ ТОЧНЫХ И АСИМПТОТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ $I(\zeta, \zeta, \varphi)$

g	0.5				0.8			
λ	0.999		0.99		0.999		0.99	
ζ	Точн.	Асимп.	Точн.	Асимп.	Точн.	Асимп.	Точн.	Асимп.
	$\varphi=0$							
0	0.75	0.75	0.74	0.75	5.62	5.62	5.57	5.62
0.1	0.82	0.82	0.81	0.82	3.33	3.33	3.28	3.33
0.3	0.66	0.66	0.62	0.63	0.98	0.98	0.91	0.93
0.5	0.62	0.62	0.54	0.53	0.68	0.68	0.56	0.54
0.7	0.69	0.69	0.56	0.52	0.69	0.68	0.50	0.42
0.9	0.85	0.84	0.64	0.56	0.81	0.79	0.51	0.33
1	0.94	0.93	0.68	0.57	0.88	0.86	0.53	0.29
	$\varphi=\pi$							
0	0.03	0.03	0.03	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01
0.1	0.08	0.08	0.08	0.08	0.05	0.05	0.04	0.04
0.3	0.22	0.22	0.19	0.19	0.17	0.17	0.13	0.12
0.5	0.39	0.39	0.32	0.30	0.34	0.34	0.24	0.20
0.7	0.59	0.59	0.46	0.46	0.54	0.52	0.36	0.27
0.9	0.82	0.81	0.60	0.52	0.76	0.74	0.47	0.29
1	0.94	0.93	0.68	0.57	0.88	0.86	0.53	0.29

Мы видим, что точность этой асимптотики, как и следовало ожидать, ухудшается с ростом g и с увеличением $1-\lambda$.

Представляет интерес оценить точность численного решения нелинейных интегральных уравнений Амбарцумяна изложенным выше методом. Сравнение с высокоточными значениями функции $\rho^0(\eta, \zeta)$, полученными ван де Хюлстом [5] для разных λ и g, показало, что наши расчеты этих функций дают три верных знака после запятой. Вычисленные нами значения функций $\rho^m(\eta, \zeta)$ при $m \geqslant 1$ и найденные А. К. Колесовым [4] для $g=0.5$ и $g=0.6$ совпадают с точностью до единицы четвертой значащей цифры. Такой точности достаточно для многих практических применений.

В заключение отметим, что в ряде работ [10—12] изучалось изменение азимутальных компонентов функции источников с увеличением оптической глубины τ. При этом было показано, что эти компоненты быстро уменьшаются с ростом τ, причем тем быстрее, чем больше m. Следовательно, с увеличением m уменьшается роль рассеяний высших порядков в световом режиме в данной среде (так как на большие глубины могут проникнуть лишь кванты, испытавшие много рассеяний). Этот результат находится в полном соответствии с полученным выше выводом о том, что с возрастанием m величина $\rho^m(\eta, \zeta)$ быстро приближается к величине $\rho_1^m(\eta, \zeta)$, обусловленной рассеянием первого порядка.

Ленинградский государственный
университет

ON THE DIFFUSE REFLECTION OF LIGHT BY SEMI-INFINITE MEDIUM

A. S. ANIKONOV

The diffuse reflection of light by anisotropically scattering semi-infinite medium is considered. The reflection function is expanded in cos $m\varphi$, where φ is the azimuth. The components of this expansion satisfy the Ambartsumian's non-linear integral equations. These equations are solved numerically for the Henyey-Greenstein phase function. The dependence of these components on m and the asymmetry factor g of the phase function is investigated. The m-th azimuth component of the reflection function is shown to be determined by the first order scattering with increasing accuracy as $m \to \infty$. The accuracy of the nearly conservative asymptotic form of the reflection function found by V. V. Sobolev and H. G. van de Hulst, is estimated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, ЖЭТФ, 13, 224, 1943.
2. *В. В. Соболев*. Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
3. *А. К. Колесов*, Труды АО ЛГУ, 29, 6, 1973.
4. *А. К. Колесов*, Труды АО ЛГУ (в печати).
5. *H. G. van de Hulst*, J. Compt. Phys., 3, No. 2, 291, 1968.
6. *H. G. van de Hulst*, J., Quantit. Spectrosc. Radiat. Transfer, 11, No. 6, 785, 1971
7. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 45, 254, 1968.
8. *H. G. van de Hulst*, B. A. N., 20, 77, 1968.
9. *Э. Г. Яновицкий*, Астрон. ж., 49, 844, 1972.
10. *И. Н. Минин*, Астрон. ж., 45, 264, 1968.
11. *А. С. Аниконов*, Вестн. ЛГУ, № 7, 133, 1972.
12. *А. С. Аниконов*, Астрон. ж., 50, 137, 1973.