

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 10

МАЙ, 1974

ВЫПУСК 2

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ СВОБОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ОДНОРОДНОМ ШАРЕ

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 26 февраля 1974

Даны формулы и таблицы для светимости шара при равномерном распределении источников энергии. Рассмотрена зависимость светимости от частоты в случае рассеяния излучения свободными электронами. Указаны возможные применения теории: звезды типа WR , сверхновые звезды, рентгеновские источники.

Для некоторых применений представляет интерес задача о многократном рассеянии излучения в однородном шаре. В статье автора [1] было найдено точное выражение для светимости шара при равномерном распределении источников энергии. Теперь приводятся численные результаты и дается приближенное решение задачи. Полученные формулы и таблицы могут быть, в частности, использованы для определения энергии, излучаемой объектом в разных частотах в случае рассеяния излучения свободными электронами. В конце заметки указываются возможные астрофизические применения теории.

Точное решение. Пусть в однородном шаре радиуса R источники энергии распределены равномерно, причем объемный коэффициент излучения, обусловленный этими источниками, есть ε . Тогда полная энергия, вырабатываемая в шаре за 1 сек, будет равна

$$L_0 = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot 4\pi\varepsilon. \quad (1)$$

Допустим, что в шаре происходит изотропное рассеяние и истинное поглощение излучения. Полную энергию, излучаемую шаром за 1 сек (т. е. его светимость) обозначим через L . В дальнейшем нас будет интересовать отношение L/L_0 .

Обозначим через τ коэффициент рассеяния и через κ — коэффициент истинного поглощения. Величина $\lambda = \tau/(\tau + \kappa)$ представляет собой вероятность выживания фотона при элементарном акте рассеяния, а величина $\tau_0 = (\tau + \kappa)R$ — оптический радиус шара. Искомое отношение L/L_0 является функцией от λ и τ_0 .

В уже упомянутой статье [1] получены два точных выражения для величины L/L_0 . Одно из них имеет вид

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{\lambda} - \frac{3(1-\lambda)}{\lambda\tau_0^3} \left[\frac{1}{3} \tau_0^3 (1 + \Phi_0)^2 - \tau_0^2 (1 + \Phi_0) \Phi_1 + \right. \\ \left. + \tau_0 \Phi_1^2 + \frac{1}{6} (1 + \Phi_0) \Phi_3 - \frac{1}{2} \Phi_1 \Phi_3 \right], \quad (2)$$

где Φ_k — k -ый момент резольвентной функции $\Phi(\tau)$ для плоского слоя оптической толщины $2\tau_0$.

Другое выражение получено в виде

$$\frac{L}{L_0} = \frac{3}{4\tau_0^3} \left\{ 2 \frac{\tau_0^2 (\alpha_1 + \beta_1) + 2\tau_0 \beta_2 - (\alpha_2 + \beta_2)}{1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_0 + \frac{\lambda}{2} \beta_0} - \right. \\ \left. - \lambda \frac{\alpha_1 - \beta_1 - 2\tau_0^2 \alpha_0}{1 - \lambda} [\tau_0 (\alpha_1 + \beta_1) + \alpha_2 + \beta_2] \right\}, \quad (3)$$

где α_k и β_k — k -ые моменты функций $\varphi(\tau)$ и $\psi(\tau)$ Амбарцумяна для указанного слоя. К виду (3) можно также привести формулу, найденную в работе [2].

Недавно были опубликованы [3, 4] таблицы величин Φ_k , α_k и β_k . При $\tau_0 \gg 1$ для этих величин могут быть получены асимптотические формулы при помощи найденных ранее [5] асимптотических формул для функций $\Phi(\tau)$, $\varphi(\tau)$ и $\psi(\tau)$. Это позволяет табулировать величину L/L_0 . Значения ее приведены в табл. 1, составленной на основании вычислений В. М. Лоскутова [6]*.

Приближенное решение. Для величины L/L_0 , кроме точных выражений (2) и (3), можно дать также приближенные формулы. Пользуясь методом Эддингтона, получаем

* На самом деле в работе [6] даны значения не отношения L/L_0 , а альbedo шара, освещенного параллельными лучами, однако, как показано в [1], эти величины связаны между собой простым соотношением.

Таблица 1

ТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ L/L_0

λ τ_0	0	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99	1
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1
0.2	0.865	0.927	0.941	0.955	0.970	0.984	0.992	0.998	1
0.4	0.755	0.860	0.884	0.910	0.938	0.968	0.984	0.997	1
0.6	0.664	0.797	0.830	0.867	0.907	0.951	0.975	0.995	1
0.8	0.590	0.739	0.779	0.824	0.875	0.933	0.965	0.993	1
1.0	0.527	0.687	0.732	0.784	0.844	0.915	0.956	0.991	1
1.5	0.411	0.575	0.626	0.690	0.768	0.868	0.929	0.985	1
2.0	0.332	0.488	0.541	0.608	0.697	0.819	0.900	0.978	1
3.0	0.236	0.367	0.416	0.481	0.576	0.724	0.838	0.962	1
5.0	0.147	0.238	0.275	0.328	0.410	0.565	0.712	0.922	1
10	0.075	0.124	0.145	0.176	0.228	0.340	0.478	0.796	1
20	0.037	0.063	0.074	0.091	0.119	0.184	0.272	0.568	1
50	0.015	0.025	0.030	0.037	0.049	0.076	0.116	0.276	1
100	0.008	0.013	0.015	0.019	0.025	0.039	0.059	0.146	1

$$\frac{L}{L_0} = \frac{3}{k^2 \tau_0} \frac{1 - k\tau_0 - (1 + k\tau_0)e^{-2k\tau_0}}{\frac{2}{3}(1 - k\tau_0) - \tau_0 - \left[\frac{2}{3}(1 + k\tau_0) - \tau_0 \right] e^{-2k\tau_0}}, \quad (4)$$

где $k = \sqrt{3(1 - \lambda)}$.

В табл. 2 приведены для сравнения точные значения величины L/L_0 и ее приближенные значения, вычисленные по формуле (4).

Таблица 2

СРАВНЕНИЕ ТОЧНЫХ И ПРИБЛИЖЕННЫХ
ЗНАЧЕНИЙ L/L_0

λ τ_0	0		0.5		1	
	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1
1	0.527	0.540	0.687	0.700	1	1
2	0.332	0.339	0.488	0.497	1	1
5	0.147	0.152	0.238	0.244	1	1
10	0.075	0.078	0.124	0.129	1	1

Мы видим, что приближенные значения мало отличаются от точных, и поэтому формула (4) может применяться во многих случаях.

Роль электронного рассеяния. Приведенные выше формулы относятся к определенной частоте ν . Раньше мы не отмечали зависимость различных величин от ν , но теперь сделаем это, так как будем сравнивать между собой излучение шара в разных частотах.

Будем считать, что коэффициенты излучения и истинного поглощения зависят от ν и обозначим их через ϵ_ν и κ_ν соответственно. Как обычно, введем также обозначение $\epsilon_\nu/\kappa_\nu = B_\nu$.

Однако коэффициент рассеяния σ будем считать не зависящим от частоты. В частности, он может быть обусловлен рассеянием на свободных электронах. В таком случае $\sigma = n_e \sigma_0$, где n_e — концентрация свободных электронов и σ_0 — коэффициент рассеяния, рассчитанный на один электрон.

В формулах (2) — (4) вместо λ и τ_0 надо теперь понимать $\lambda_\nu = c/(\sigma + \kappa_\nu)$ и $\tau_0^\nu = (\sigma + \kappa_\nu)R$.

Чтобы выяснить влияние электронного рассеяния на светимость шара, рассмотрим формулу (4) при $k, \tau_0^\nu \gg 1$. В этом случае из (4) с помощью (1) находим

$$L_\nu = 4\pi R^2 \cdot \pi B_\nu \cdot \frac{4}{2 + \sqrt{3 \left(1 + \frac{\sigma}{\kappa_\nu}\right)}}. \quad (5)$$

Выражение для L_ν при отсутствии рассеяния получается из (5) при $\sigma = 0$. Оно несколько отличается от очевидного точного выражения $L_\nu = 4\pi R^2 \cdot \pi B_\nu$, вследствие приближенности формулы (4).

Из формулы (5) видно, что для данной частоты с возрастанием величины σ/κ_ν , светимость шара L_ν убывает. Это объясняется тем, что вследствие увеличения числа рассеяний фотона на свободных электронах растет его путь в среде, а значит и вероятность истинного поглощения.

Так как величина σ/κ_ν , вообще говоря, зависит от частоты, то роль электронного рассеяния меняется вдоль спектра. Это значит, что светимость объекта в разных частотах уменьшается в неодинаковой степени (по сравнению со случаем $\sigma/\kappa_\nu = 0$). Если, например, коэффициент истинного поглощения убывает с ростом частоты, то в фиолетовой части спектра светимость уменьшается сильнее, чем в красной, т. е. спектрофотометрическая температура понижается.

Влияние электронного рассеяния на непрерывный спектр звезды было подробно исследовано С. Г. Слюсаревым [7] на основе приближенного решения задачи о переносе излучения в плоском слое. Им определены спектрофотометрические температуры и бальмеровские скачки при учете электронного рассеяния. Однако, как отмечено в [8],

численные результаты нуждаются в исправлении (хотя и остаются качественно верными).

Астрофизические применения. Очевидно, что роль электронного рассеяния в переработке излучения тем сильнее, чем больше отношение σ/κ . Так как $\sigma \sim n_e^2$, а $\kappa \sim n_e n^+$, где n^+ — концентрация ионов, то $\sigma/\kappa \sim 1/n^+$. Следовательно, роль электронного рассеяния может быть значительной лишь для объектов небольшой плотности. Вместе с тем эта роль сказывается лишь тогда, когда оптическая толщина объекта, обусловленная электронным рассеянием, достаточно велика. Точнее говоря, величина

$$k_{\nu}^0 = R \sqrt{3\kappa_{\nu}(\kappa_{\nu} + \sigma)} \quad (6)$$

не должна быть малой по сравнению с единицей. В противном случае, как видно из формулы (4), энергия, выходящая из объекта, будет просто близка к вырабатываемой в нем энергии.

Таким образом, влияние электронного рассеяния на непрерывный спектр может быть существенным лишь для объектов, обладающих малой плотностью и большой протяженностью. Ниже указывается ряд таких объектов.

Звезды типа WR. Как известно, из звезд WR происходит истечение вещества, приводящее к образованию протяженной оболочки. Подсчеты показали [7, 8], что в тех областях оболочки, где формируется непрерывный спектр, величина σ/κ порядка единицы и больше. Поэтому электронное рассеяние может заметно влиять на распределение энергии в непрерывном спектре. Подобное же влияние оказывают и процессы рекомбинаций, происходящие во внешних частях оболочки. Оба эти эффекта вполне могут привести к наблюдаемым весьма низким спектрофотометрическим температурам звезд WR, которые совершенно не соответствуют высокой степени ионизации атомов в оболочках. Например, согласно наблюдениям Кюи [9], спектрофотометрические температуры звезд WR в видимой области спектра порядка 10000 — 30000°, в то время как температуры, найденные по ярким линиям, часто достигают 100 000°. Подробная интерпретация указанных результатов наблюдений должна дать новые сведения об оболочках звезд WR.

Сверхновые звезды. При вспышке сверхновой звезды сбрасывается оболочка с массой порядка 0.1 $M_{\odot}$. Так как оболочка расширяется с огромной скоростью (порядка 3000 км/сек), то через несколько дней после вспышки выброшенная масса оказывается заключенной в весьма

значительном объеме с небольшой средней плотностью. Считая для простоты, что оболочка однородна, для оптического радиуса оболочки, обусловленного электронным рассеянием, получаем

$$\tau_0 = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3 m_H} R \tau_0, \quad (7)$$

где R — радиус оболочки, M — ее масса и m_H — масса атома водорода. По формуле (7) находим, что через 10 дней после вспышки $\tau_0 \approx 100$. Оптический радиус оболочки, обусловленный истинным поглощением, будет в это время порядка 1.

Таким образом, электронное рассеяние должно играть важную роль в переносе излучения в оболочках сверхновых звезд. В частности, вследствие электронного рассеяния спектрофотометрическая температура оболочки может быть ниже ее кинетической температуры. Как известно из наблюдений, в первый период после максимума блеска спектрофотометрические температуры сверхновых звезд весьма низки (порядка 10000°). К сожалению, из-за сложности спектров кинетические температуры оболочек еще не определены. Возможно, что они окажутся также низкими. Однако и в этом случае при разработке теории спектров сверхновых звезд электронное рассеяние необходимо принимать во внимание.

Рентгеновские источники. Предполагается, что рентгеновские источники представляют собой облака горячей плазмы с температурой порядка 10^7 – 10^8 градусов и линейными размерами порядка 10^8 – 10^9 см. Наиболее изученным является рентгеновский источник Sco X–1. Его

спектр представляется экспонентой $e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ с „завалом“ в области низких рентгеновских частот. Для объяснения этого завала была высказана гипотеза [10, 11] о влиянии на спектр электронного рассеяния, так как подсчеты показывают, что оптическая толщина источника, обусловленная свободными электронами, по порядку больше единицы. В первой из указанных работ использовалась строгая теория рассеяния излучения в плоском слое, а во второй электронное рассеяние учитывалось введением множителя $\sqrt{\frac{x_\nu}{x_\nu + \sigma}}$ в выходящем потоке излучения. Дальнейшие наблюдения рентгеновских источников позволяют выяснить, в какой мере справедлива выдвинутая гипотеза.

Разумеется, рассмотренная выше модель однородного пара с равномерным распределением источников энергии может лишь грубо соответствовать реальным астрофизическим объектам. На самом деле

для сравнения теории с наблюдениями необходимо для каждого типа объектов рассчитать особую модель (учитывающую, в частности, зависимость величин B , и σ/κ , от координат).

Ленинградский государственный
университет

MULTIPLE LIGHT SCATTERING BY FREE ELECTRONS IN A HOMOGENEOUS SPHERE

V. V. SOBOLEV

Formulae and tables are given for the luminosity of a sphere with uniformly distributed sources. Frequency dependence of the luminosity in the case of light scattering by free electrons is considered. Possible fields of application of the theory are discussed: WR-type stars, supernovae, X-ray sources.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, *Астрофизика*, 8, 197, 1972.
2. M. A. Heaslet, R. F. Warming, *J. Quantit. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 5, 669, 1965.
3. Д. И. Нагурнер, *Астрофизика*, 9, 347, 1973.
4. В. М. Лоскутов, *Астрофизика*, 9, 361, 1973.
5. В. В. Соболев, *ДАН СССР*, 155, 336, 1964.
6. В. М. Лоскутов, *Вестн. ЛГУ* (в печати).
7. С. Г. Слюсарев, *ДАН СССР*, 45, 741, 1954.
8. В. Г. Горбачук, И. Н. Минин, *Нестационарные звезды*, Физматгиз, 1963.
9. L. V. Kuhl, *Ap. J.*, 143, 753, 1966.
10. J. E. Felten, M. J. Rees, *Astron. Astrophys.*, 17, 226, 1972.
11. Н. И. Шакура, *Астрон. ж.*, 49, 652, 1972.