

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 10

ФЕВРАЛЬ, 1974

ВЫПУСК 1

## ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С ИСТЕЧЕНИЕМ ВЕЩЕСТВА

А. В. ОВСЕПЯН

Поступила 10 сентября 1973

Пересмотрена 30 ноября 1973

Энергетическим методом рассмотрено истечение вещества из-за вращения при остывании белых карликов с массами от  $1M_{\odot}$  до  $3M_{\odot}$ .

Показано, что в результате истечения при остывании может быть потеряно до 10%  $M_{\odot}$  вещества. Для масс, больших  $2M_{\odot}$ , истечение вещества прекращается из-за большой потери момента вращения, уносимого выброшенным веществом. Приводится временная зависимость количества выброшенного вещества для  $M=1.1M_{\odot}$ .

*Введение.* В работе [1] рассматривались эволюция и радиальные пульсации вращающихся белых карликов, причем момент вращения звезды выбирался таким, чтобы в течение всей эволюции не наступало бы истечение вещества, а максимальная угловая скорость достигалась в конце рассматриваемой эволюции, для масс  $M < 1.14 M_{\odot}$  при температуре  $T = 0$ , а для масс  $M > 1.14 M_{\odot}$  в точке потери устойчивости. В настоящей работе поставлена задача рассмотреть эволюцию звезды при наличии истечения вещества.

Поскольку у обычных невырожденных конфигураций момент вращения, при котором наступает истечение, больше чем у плотных конфигураций с той же массой, то можно рассмотреть белый карлик, который в начале эволюции при температурах  $T \leq 10^9$  °К имеет максимальную угловую скорость, а при дальнейшем остывании, сопровождающемся сжатием, наступает истечение вещества.

Решение нестационарной задачи истечения вещества сопряжено с большими математическими трудностями, поскольку приводит к уравнениям в частных производных, однако, в виду того, что остывание звезды происходит достаточно медленно, то можно считать состояние

звезды в каждый момент времени равновесным и решить задачу в стационарном приближении. Энергетический метод, подробно изложенный в работах [1—3], позволяет свести решение данной задачи к интегрированию одного дифференциального уравнения. Этим методом здесь рассчитаны эволюционные параметры для белых карликов различной массы, получена зависимость массы, частоты радиальных пульсаций и других параметров от температуры при наличии истечения вещества.

2. *Основные уравнения.* Рассмотрим изотермический белый карлик с температурой  $T$ , массой  $M$ , центральной плотностью  $\rho_c$  и моментом вращения  $K = K_{\max}$ , соответствующим максимальной угловой скорости  $\Omega_{\max}$ , при которой начинается истечение вещества. Поскольку время установления равновесного распределения вещества порядка времени свободного падения, а скорость истечения связана со временем остывания, то при истечении звезда будет представлять собой в каждый момент времени равновесную конфигурацию, вращающуюся с максимальной угловой скоростью. Для таких конфигураций уравнение равновесия, полученное энергетическим методом [1], имеет вид

$$t^2(21.71 - 6.697 m^{2/3}) + 0.1538 t x_c + [x_c^3(0.001488 - 0.0003608 m^{2/3} - 0.0002236 m^{4/3}) + 0.02545 x_c^2 m^{2/3} + x_c^2(0.58 - 0.5089 m^{2/3}) - 2.14] = 0, \quad (1)$$

где  $t = kT/m_e c^2$ ;  $x_c = p_f/m_e c$ ;  $m = M/M_\odot$ , а  $p_f$  — импульс Ферми вырожденных электронов. (Уравнения записаны в приближении  $x_c \gg 1$ ,  $t/x_c \ll 1$ , что выполняется в рассматриваемой области температур и плотностей). Здесь так же, как в [1], мы рассматриваем конфигурации, состоящие из ядер группы железа.

С помощью уравнения (1) для каждой массы при заданной температуре можно определить центральную плотность, т. е. построить эволюционную кривую.

Получим уравнение истечения вещества. Если рассмотреть два близких момента времени, то поскольку при истечении вещества звезда все время вращается с максимальной угловой скоростью, из закона сохранения момента следует, что изменение максимального момента вращения  $K_{\max}$  как функции от параметров звезды должно равняться потерянному вследствие истечения вещества моменту.

Изменение  $K_{\max}$  вследствие изменения параметров звезды будет

$$dK_{\max} = \frac{\partial K}{\partial M} dM + \frac{\partial K}{\partial t} dt + \frac{\partial K}{\partial x_c} dx_c. \quad (2)$$

Так как ввиду даже незначительной сплюснутости звезды истечение вещества будет идти с экватора, то момент, уносимый выброшенным веществом, будет

$$dK_1 = dM \cdot R^2 \Omega_{\max}, \quad (3)$$

где  $dM$  — потерянная масса,  $R$  — радиус звезды, определяемый как то значение текущего радиуса, при котором накопленная масса перестает расти с достаточной точностью. Масса, находящаяся за этим радиусом, принимается бесконечно малой и не играет роли при истечении вещества. Вообще, поскольку процесс очень медленный, то нет нужды вдаваться в подробности рассмотрения перераспределения вещества при восстановлении функции распределения, которая будет совпадать с соответствующей функцией замкнутой задачи.

Уравнение истечения будет иметь вид

$$dK_1 - dK_{\max} = 0. \quad (4)$$

Поскольку в белых карликах гравитационное поле достаточно слабое,  $r_g/R \ll 1$ , то учет релятивистских эффектов дается только в основных видах энергии, определяющих состояние звезды, — гравитационной и термодинамической, а вращение можно рассматривать ньютоновским [4, 1]. Отклонение формы звезды от сферической, вызванное вращением, также не будем учитывать, так как это не приводит к большим изменениям параметров. В работе [5] даны относительные изменения параметров звезды при учете несферичности, эти результаты можно применить и к настоящей работе.

Поскольку сжатие звезды при остывании рассматриваем подобным, то в том же приближении будет сохраняться твердость вращения и не будет происходить перекачки момента вращения от центра к периферии.

Используя соотношения для политропы  $n = 3$ , для момента вращения можем записать [4]:

$$K_{\max} = AM^{5/3} \left( x_c^{-1/2} \frac{\pi^2 t^2}{6x_c^{5/2}} - \frac{0.0053 x_c^{1/2}}{6} \right), \quad (5)$$

где  $A = 2.63 \cdot 10^{-6}$ .

Подставив (5) в (2), получим

$$dK_{\max} = A \left[ \frac{5}{3} M^{2/3} \left( x_c^{-1/2} - \frac{\pi^2 t^2}{6x_c^{5/2}} - \frac{0.0053 x_c^{1/2}}{6} \right) dM + \right. \\ \left. + M^{5/3} \left( -\frac{1}{2} x_c^{3/2} + \frac{5}{12} \frac{\pi^2 t^2}{x_c^{7/2}} - \frac{0.0053 x_c^{-1.2}}{12} \right) dx_c - M^{5/3} \frac{\pi^2 t}{3x_c^{5/2}} dt \right]. \quad (6)$$

Для момента, унесенного веществом,  $dK_1 = dM \cdot R^3 \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$ , получим

$$dK_1 = BM^{2/3} \left( x_c^{-1/2} - \frac{\pi^2 t^2}{6x_c^{5/2}} - \frac{0.0053 x_c^{1/2}}{6} \right) dM, \quad (7)$$

где  $B = 3.49 \cdot 10^{-5}$ .

Подставив (5) и (7) в (4), получим уравнение истечения в следующем виде:

$$C_m \frac{dm}{dx_c} + C_t \frac{dt}{dx_c} + C_x = 0, \quad (8)$$

где

$$C_m = 95.8 (1.645 t^2 x_c^{-5/2} - x_c^{1/2} + 8.86 \cdot 10^{-4} x_c^{1/2}) m^{2/3};$$

$$C_t = 27.12 t x_c^{-5/2} m^{5/3};$$

$$C_x = 8.245 (4.112 t^2 x_c^{-7/2} - 0.5 x_c^{-3/2} - 4.431 x_c^{-1/2}) m^{5/3};$$

$$m = M/M_\odot.$$

В уравнении (8) независимой переменной выбрано  $x_c$ , так как вдоль эволюционной кривой температура и масса не являются монотонными. Для решения задачи к уравнению (8) необходимо добавить уравнение (1), которому в каждый момент конфигурация должна удовлетворять. Определив из (1)  $t$  как функцию от  $m$  и  $x_c$  и подставив в (8), получим одно дифференциальное уравнение. По ходу интегрирования из уравнения (1) можно определить  $t$ , а имея  $m$ ,  $t$ ,  $x_c$ , можно определить устойчивость звезды по частоте радиальных пульсаций [1]:

$$\omega^2 = (1.227 x_c - 0.000752 x_c^4 - 0.0000638 x_c^4 m^{4/3} + 0.02205 t x_c^2 + 0.00728 x_c^2 m^{2/3}) / m^{2/5}. \quad (9)$$

Радиус конфигурации определяется по формуле

$$R = 2.33 \cdot M^{1/3} \rho_c^{-1/3}, \quad (10)$$

где  $\rho_c$  определяется как

$$\rho_c = 2.115 \cdot 10^8 x_c^3 \left( 1 + \frac{\pi^2 t^2}{x_c^2} + 0.0053 x_c \right).$$

3. *Результаты численных расчетов.* Метод решения задачи требует квазиравновесного состояния звезды, поэтому интегрирование начато с достаточно низких температур, при которых нейтринные потери не приводят к очень быстрому охлаждению,  $T < 10^{10}$  °K [6]. Интегрирование начиналось с центральной плотности  $\rho_c < 1.35 \cdot 10^8$  г/см<sup>3</sup> ( $x_c = 4$ ), при которой предполагалось, что звезда достигла максимальной угловой скорости и дальнейшее сжатие сопровождается истечением вещества.

Выброс вещества приводит к изменению всех параметров звезды, поэтому качественная оценка истечения вещества затруднительна без численных расчетов.

Как показали вычисления, количество вещества, теряемое звездой, на рассматриваемом участке эволюции ( $0 < T < 10^{10}$  °K) может достигать 10%  $M_\odot$ . На рис. 1 приводятся зависимости количества выброшенного вещества от температуры для различных масс (на

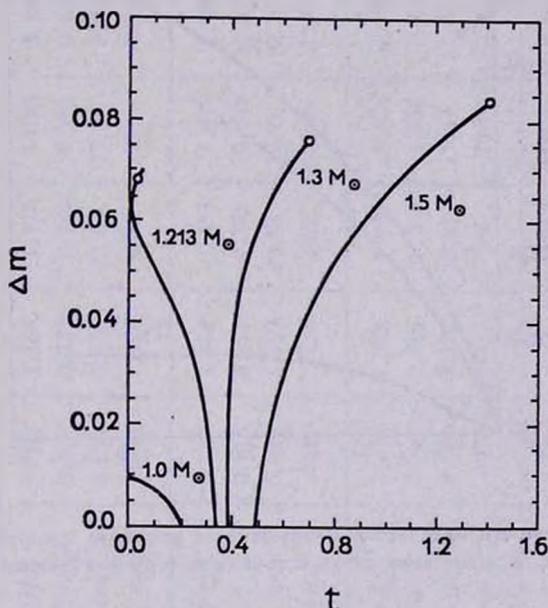


Рис. 1. Зависимость количества выброшенного вещества в единицах  $M_\odot$  от температуры  $t = kT/m_e c^2$ . Кружками отмечены точки потери устойчивости. На кривых приводятся начальные значения массы.

кривых приведены массы до начала истечения). Форма кривых очень похожа на эволюционные кривые (зависимость  $x_c$  от  $t$ ) для тех же масс [1]. Это объясняется тем, что истечение обусловлено изменением плотности конфигурации.

При эволюции без истечения вещества предельной в смысле устойчивости была конфигурация с массой  $M = 1.14 M_{\odot}$  — она остывала до  $T = 0$ , с  $\omega^2 \approx 0$ ; массы, больше  $1.14 M_{\odot}$ , не остывают до  $T = 0$ , а теряют устойчивость и идут к коллапсу.

Истечение вещества приводит к тому, что массы, больше чем  $1.14 M_{\odot}$ , потеряв часть вещества, могут закончить эволюцию в устойчивом состоянии. Звезда с массой  $1.213 M_{\odot}$ , начав истечение с  $\rho_c = 1.35 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ , подходит к  $T = 0$  именно с массой  $1.14 M_{\odot}$ . Если рассмотреть истечение с более низких плотностей, то, конечно, и большие массы могут остаться устойчивыми.

Изменения параметров при истечении могут привести к тому, что истечение прекратится. Как показали расчеты, это имеет место. На рис. 2 приводятся зависимости количества потерянной массы от цен-

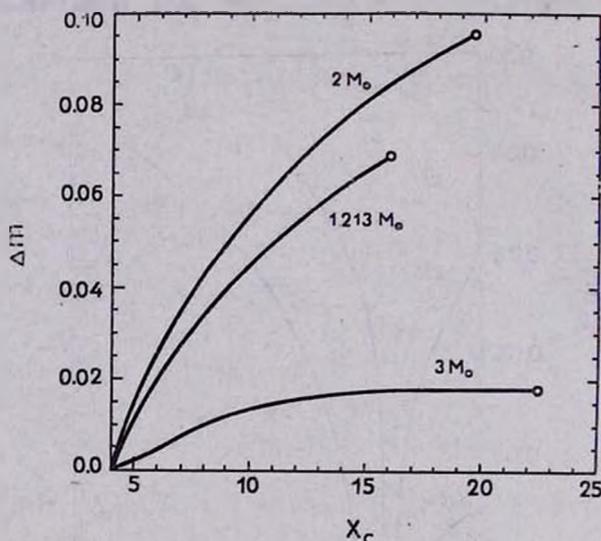


Рис. 2. Зависимость количества выброшенного вещества в единицах  $M_{\odot}$  от параметра  $x_c = \rho_f / m_c$ . Кривые кончаются в точках потери устойчивости.

тральной плотности для масс  $1.213 M_{\odot}$ ,  $2 M_{\odot}$  и  $3 M_{\odot}$ . Для массы  $\approx 2 M_{\odot}$  наблюдается наибольшее количество выброшенного вещества  $\approx 10\% M_{\odot}$ . Для больших масс эффект снижается ввиду того, что истечение прекращается раньше, чем теряется устойчивость. Так, для массы  $3 M_{\odot}$  истечение прекращается при плотности  $x_c = 15.5$ , тогда как устойчивость теряется при  $x_c = 22.5$ . Для масс, больше чем  $\approx 3.1 M_{\odot}$ , истечение в рассматриваемой области плотностей вообще

## ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С ИСТЕЧЕНИЕМ ВЕЩЕСТВА

		$x_c = p_f/m_0 c$								
		5	7	9	11	13	15	17	19	21
$M_0 = 1.215 M_\odot$	$M/M_\odot$	1.202	1.185	1.172	1.162	1.154	1.147	1.143	—	—
	$t = kT/m_0 c^2$	0.317	0.257	0.184	0.101	0.023	0.017	0	—	—
	$\omega^2 \text{ сек}^{-2}$	6.031	8.631	10.63	11.15	9.040	3.170	0	—	—
	$R \text{ км}$	4886	3474	2692	2196	1854	1603	—	—	—
$M_0 = 1.5 M_\odot$	$M/M_\odot$	1.487	1.468	1.453	1.442	1.433	1.425	1.418	—	—
	$t$	0.515	0.611	0.729	0.863	1.013	1.175	1.349	—	—
	$\omega^2$	5.420	8.060	10.54	12.25	12.30	9.560	2.624	$\sphericalangle 0$	—
	$R$	5246	3731	2892	2360	1993	1723	1518	—	—
$M_0 = 2M_\odot$	$M/M_\odot$	1.986	1.966	1.951	1.938	1.928	1.919	1.912	1.906	—
	$t$	0.778	1.010	1.263	1.532	1.813	2.105	2.408	2.721	—
	$\omega^2$	4.700	7.270	10.01	12.47	13.97	13.62	10.29	2.660	$\sphericalangle 0$
	$R$	5777	4112	3190	2604	2200	1903	1677	1499	—
$M_0 = 3M_\odot$	$M/M_\odot$	2.997	2.992	2.988	2.985	2.983	2.982	2.982	2.982	2.982
	$t$	1.275	1.732	2.216	2.720	3.241	3.777	4.328	4.894	5.474
	$\omega^2$	3.890	6.350	9.290	12.45	15.38	17.43	17.79	15.47	9.264
	$R$	6626	4730	3677	3608	2544	2205	1945	1740	1575

$M$  — масса конфигурации,  $t$  — безразмерная температура,  $\omega$  — частота радиальных пульсаций,  $R$  — радиус конфигурации.

не идет, так как после выброса вещества угловая скорость становится меньше максимальной и остается меньше на всем пути эволюции до потери устойчивости.

Некоторое представление о характере истечения во времени можно получить, используя результаты работы [6], где рассчитаны времена остывания для белых карликов с массами до  $1.1 M_{\odot}$ . На рис. 3 приводится зависимость количества выброшенного вещества от времени.

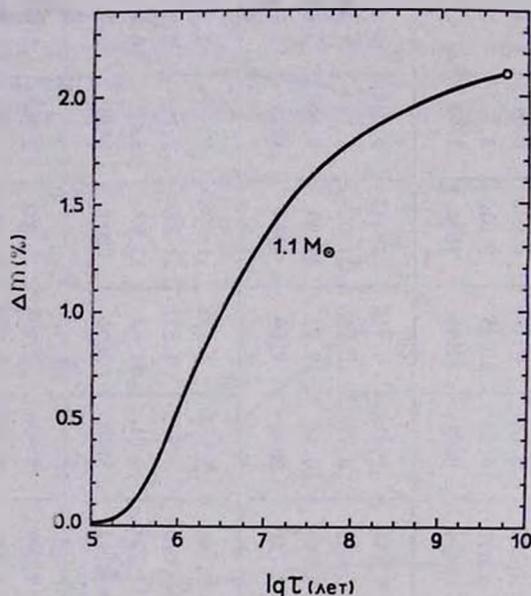


Рис. 3. Количество выброшенного вещества в процентах  $M_{\odot}$  в зависимости от времени для конфигурации с начальной массой  $1.1 M_{\odot}$ . Истечение начинается с  $x_c = 4$ .

Численные результаты приводятся в таблице.

Выражаю глубокую благодарность своему научному руководителю Ю. Л. Вартаняну, а также Г. С. Аджяну за ценные обсуждения.

Ереванский государственный  
университет

THE EVOLUTION OF THE ROTATING WHITE DWARFS  
WITH THE OUTFLOW OF THE MATTER

A. V. HOVSEPIAN

In this paper the outflow of matter due to rotation during the cooling of white dwarfs of masses  $1 M_{\odot}$  to  $3 M_{\odot}$  are considered by the energetic method. It is shown that as a result of the outflow during the cooling of a star the mass could be lost up to  $10\%$   $M_{\odot}$ . For masses more than  $2 M_{\odot}$  the outflow of matter stops due to a great loss of the angular momentum of rotation. The time dependence of the amount of matter for the mass  $M = 1, 1 M_{\odot}$  is given.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овсепян, *Астрофизика*, 7, 107, 1971.
2. Г. С. Бисноватый-Козан, *Астрон. ж.*, 43, 89, 1966.
3. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овсепян, *Астрофизика*, 4, 643, 1968.
4. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овсепян, *Астрофизика*, 6, 601, 1970.
5. Ю. Л. Вартамян, *Астрофизика*, 8, стр. 413, 1972.
6. Ю. Л. Вартамян, Г. С. Аджян, А. С. Арутюнян, *Астрон. ж.*, 60, 305, 1973.