

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 9

МАЙ, 1973

ВЫПУСК 2

ПРОМЕЖУТОЧНОЕ СОСТОЯНИЕ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЕ

Ю. М. БРУК

Поступила 20 февраля 1973

Пересмотрена 16 мая 1973

Изучен вопрос о протонной сверхпроводимости первого рода в мантии нейтронных звезд (пульсаров). При достаточно малых значениях протонной энергетической щели ($\Delta_p \leq 10^{-3} Mэв$) такая возможность, по-видимому, реализуется в действительности. Наличие в пульсарах магнитных полей $\leq 10^{13}$ гаусс приводит к появлению в мантии доменных магнитных структур типа промежуточного состояния в сверхпроводниках первого рода. Характерные времена образования таких структур совпадают по порядку величины с временами активного торможения (например, с временем удвоения периода) или, возможно, с временем радиожизни пульсаров. Приводятся оценки щели Δ_p и характерных размеров доменов ($\sim 10^{-2} - 1$ см). Обсуждается геометрия простейших доменных структур и эволюция сверхпроводящих свойств нейтронной звезды при ее остывании.

1. *Введение.* Вопросу о возможности сверхтекучести и сверхпроводимости в нейтронных звездах в последнее время уделяется большое внимание. Это связано с очевидными успехами в интерпретации на этой основе наблюдаемых свойств пульсаров, которые, как сейчас, по-видимому, уже общепризнано, тождественны быстровращающимся нейтронным звездам. Впервые на возможность сверхтекучести в нейтронных звездах обратил внимание А. Б. Мигдал [1]. В дальнейшем ряд принципиальных оценок был сделан В. Л. Гинзбургом и Д. А. Киржицем [2] и Беймом, Петиком и Пайнсом [3]. Большое число ссылок на другие работы содержится в обзорах [4—9].

В этой статье мы рассмотрим некоторые возможные магнитные сверхпроводящие структуры в нейтронно-протонной материи, которые очень напоминают обычное промежуточное состояние в сверхпроводниках

первого рода. Модели таких структур должны, в принципе, описывать распределения магнитных полей и токов внутри звезды. Мы ограничимся ниже рассмотрением мантии — области сосуществования нейтронной, протонной и электронной квантовых жидкостей. Для простоты мы будем предполагать наличие только этих трех вырожденных ферми-жидкостей и отсутствие еще „неразвалившихся“ ядер, область существования которых лежит ближе к „коре“ звезды. Самая центральная часть звезды — ядро — также не рассматривается, так как в этой области существенную роль играют уже мезоны и гипероны [8—11]. Рассмотрение мантии „независимо“ от коры и ядра пульсара оправдано уже хотя бы потому, что для нейтронных звезд основной (или во всяком случае довольно значительный) объем приходится именно на мантию [7]. Надежные количественные расчеты для нейтронных звезд в настоящее время еще не могут быть проведены. Проведенные ниже оценки дают возможность, однако, считать вполне вероятным существование в пульсарах магнитных доменных структур типа промежуточного состояния в сверхпроводниках. Мы покажем также, что на основании такой модели можно получить разумные значения времен релаксации магнитного поля в нейтронных звездах.

2. *Критерий сверхпроводимости первого рода.* В этой работе мы для простоты будем рассматривать в основном однородную (по плотности) смесь нейтронов, протонов и электронов (исключение составляет раздел 4). Пусть плотность нейтронов порядка 10^{14} $\nu/\text{см}^3$. Это вполне разумная оценка для мантии средней нейтронной звезды. Плотность протонов при этом примерно на два порядка меньше [8, 9]. Число электронов равно числу протонов из соображений электронейтральности. Вопрос о сверхпроводимости электронной жидкости решается однозначно и отрицательно [4]. Что касается сверхпроводимости протонной компоненты, то ее характер существенно зависит от соотношения между размером соответствующей куперовской пары (длинной когерентности) — ξ_p и глубиной проникновения магнитного поля λ_p . В [3] обсуждалась ситуация, когда в протонной жидкости могла бы быть реализована сверхпроводимость второго рода. Такая возможность заведомо существует, если только выполнено неравенство $\lambda_p \gg \xi_p$. Мы покажем ниже, что в нейтронных звездах возможность выполнения противоположного неравенства $\lambda_p \ll \xi_p$ не только не исключена, но и весьма вероятна. Это означает, что в этом случае сверхпроводимость протонной жидкости будет сверхпроводимостью первого рода. Неравенство $\lambda_p \ll \xi_p$ можно переписать в более удобном для нас виде, если учесть, что $\lambda_p^3 \sim \lambda_L^2 \xi_p^3$

$\lambda_L = \left(\frac{m_n c^2}{4\pi n_p e^2} \right)^{1/2}$ — лондоновская глубина проникновения, m_n — масса нуклона, n_p — концентрация электронов (протонов), e — заряд электрона, c — скорость света, $\xi_p = \frac{2\hbar \cdot \epsilon_p}{\pi p_F \cdot \Delta_p}$. Здесь $p_F = \hbar k_F$ — протонный фермиевский импульс, \hbar — постоянная Планка, Δ_p — величина протонной щели, а $\epsilon_p = \hbar^2 k_F^2 / 2m_n$ — протонная фермиевская энергия [12]. Окончательно условие сверхпроводимости первого рода записывается в виде:

$$\chi = \frac{\lambda_p}{\xi_p} = \left(\frac{3\pi^3}{4} \right)^{1/3} \left(\frac{\hbar c}{e^2} \right)^{1/3} \left(\frac{m_n c}{p_F} \right) \left(\frac{\Delta_p}{p_F c} \right)^{2/3} \ll 1. \quad (1)$$

В действительности это неравенство может быть и не слишком сильным. Щель Δ_p , в свою очередь, экспоненциально зависит от произведения плотности состояний и матричного элемента взаимодействия. При малых значениях Δ_p неравенство (1) заведомо выполняется. Численные оценки приводятся ниже.

Прежде чем оценивать величину Δ_p , сделаем одно замечание. Приведенная оценка $\lambda_p \sim \lambda_L \xi_p$ годится, если длина свободного пробега протонов l_p велика по сравнению с ξ_p . Если бы это было не так, формула (1) уже не имела бы места. Есть, однако, основания считать, что неравенство $l_p > \xi_p$ может выполняться в нейтронно-протонной материи. Здесь можно сослаться на то, что средняя длина свободного пробега нуклонов в атомных ядрах обычно велика по сравнению с расстоянием между нуклонами (и даже больше размеров ядра) [13]. Это во всяком случае означает, что l_p не лимитируется средним расстоянием между нуклонами. Прямые расчеты пробега нуклонов в ядерной материи показывают, что при энергиях нуклонов, достаточно близких к энергии Ферми, пробеги велики, а неравенство $l_p > \xi_p$ выполняется [14, 15]. Сам факт, что нуклон в ядерной (или нейтронной) материи пробегает без столкновений большие расстояния, обусловлен влиянием принципа Паули. С другой стороны, следует отметить, что если бы пробег l_p был мал по сравнению с ξ_p , параметр Гинзбурга—Ландау χ' определялся бы уже соотношением

$$\chi' = \frac{\lambda_p'}{\xi_p} \sim \frac{\lambda_L}{l_p}. \quad (2)$$

В этом случае χ' не зависит от щели. Оценка (2) следует из того, что теперь $\lambda_p' \sim \lambda_L (\xi_p / l_p)^{1/2}$, а $\xi_p' \sim (\xi_p l_p)^{1/2}$ [12].

3. Оценка протонной щели. Возникновение щелей в энергетическом спектре нейтронной и протонной компонент связано с существованием сил притяжения между нуклонами [16]. Перейдем к оценке протонной щели Δ_p . Мы оценим ее так же, как в [2, 4], пользуясь стандартной формулой теории Бардина—Купера—Шриффера (БКШ) [17]:

$$\Delta(0) \sim E_0 e^{-\frac{1}{N(0)V}} \quad (3)$$

Здесь $\Delta(0)$ — щель при температуре $T = 0$, $N(0)$ — плотность состояний, V — матричный элемент взаимодействия. Величина E_0 играет роль эффективной „дебаевской“ энергии. Мы рассматриваем сверхпроводимость в модели, в которой взаимодействие осуществляется только в окрестности ферми-границы. Отсюда вытекает требование малости „дебаевской“ энергии по сравнению с энергией Ферми ε_F . В более общих моделях формула (3) сохраняет свой вид независимо от предположения $E_0 \ll \varepsilon_F$, но имеет лишь логарифмическую точность. В силу этого „точное“ вычисление E_0 не имеет очень большого смысла, тем более, что все равно эффективный потенциал взаимодействия нуклонов при рассматриваемых плотностях известен не слишком хорошо, а возможные ошибки от неточности потенциала могут превосходить ошибки из-за не совсем правильного учета величины E_0 . Считая E_0 „дебаевской“ энергией, мы принимаем, что по порядку величины она совпадает с произведением фермиевской скорости v_F на передаваемый при столкновении импульс [2]. Оценка щели сверхтекучей нейтронной компоненты также может быть сделана по формуле (3), но, конечно, с соответствующими нейтронам параметрами E_0 , $N(0)$ и V . Сделаем одно замечание общего характера. Обычно передаваемый импульс оценивают как \hbar/a , где a — радиус действия сил. Для ядерных сил $a \sim 10^{-13}$ см. Если рассматривать вещество при плотностях $\sim 10^{14}$ г/см³, то a оказывается величиной порядка межнуклонных расстояний, а энергия E_0 будет сама порядка фермиевской энергии. Неравенство $E_0 \ll \varepsilon_F$ при такой оценке не выполняется. Ясно, однако, что оценивать передаваемый импульс как \hbar/a не всегда правильно. Дело в том, что передаваемый импульс есть функция параметров потенциала и амплитуды рассеяния. Несколько более корректной является оценка типа $(\hbar/a)(\Psi(\hbar^2 f/MV))$, f — амплитуда рассеяния, $V = \int v(x) d^3x$, $v(x)$ — потенциал, M — масса частицы. Такая оценка получается тривиально, если годится, например, борновское приближение. Точный вид функции Ψ можно найти только зная истинный потенциал взаимодействия. Нет никаких оснований считать, что $\Psi \sim 1$ в общем случае.

Возвращаясь к нашей нейтронно-протонной системе, оценим среднее расстояние между нейтронами и протонами. Оно оказывается равным $\sim 2 \cdot 10^{-13}$ см для нейтронов и $\sim 10^{-12}$ см для протонов. Приняв $a \sim 10^{-13}$ см, мы должны считать нашу многонуклонную систему (протонную во всяком случае) разреженной — среднее расстояние между частицами больше радиуса действия сил. В этом случае взаимодействие носит резонансный характер, а соответствующая длина рассеяния велика [18]. Точного потенциала ядерных сил мы не знаем, но можно думать, что для таких ситуаций роль „характерного“ размера при оценках передаваемого импульса переходит от a к \bar{f} , \bar{f} — длина рассеяния. Тогда оценку для E_0 можно записать в виде $E_0 \sim (\hbar/\bar{f})(\rho_p/m_n)$.

Если величина \bar{f} на порядок больше a , то, как следствие этого, E_0 уменьшается тоже на порядок по сравнению с оценкой в [2, 4].

Величина экспоненты в (3) существенно зависит от потенциала взаимодействия. Численные расчеты с некоторыми простыми модельными потенциалами, использующимися в ядерной физике (например, суперпозициями потенциалов гауссовского типа с различными параметрами), не приводят, однако, к качественным отличиям от простой оценки Гинзбурга—Киржница с прямоугольной ямой [2, 4]. При таких вычислениях использовались потенциалы, соответствующие только триплетным зарядовым состояниям. Другими словами, мы рассматриваем спаривание только двух нейтронов или двух протонов. Нейтронно-протонные корреляции мы не учитываем, так как разность фермиевских энергий нейтронной и протонной жидкости достаточно велика. Фермиевская энергия в наших условиях для нейтронов $\sim 32,5$ Мэв, для протонов $\sim 1,75$ Мэв. Характерные величины энергетических щелей во всяком случае не превосходят величин порядка нескольких Мэв для нейтронов, для протонов они еще меньше (см. ниже) [19]. Для матричного элемента взаимодействия нейтронов Гинзбург и Киржниц получили (для ямы с глубиной 15 Мэв и шириной $2,5 \cdot 10^{-13}$ см) величину $V_n \sim 2 \cdot 10^{-42}$ эрг.см³. Для получения матричного элемента взаимодействия протонов нужно учесть еще кулоновское отталкивание. Это уменьшает глубину ямы, и, как показывают вычисления, разумной является оценка $V_p \sim 10^{-42}$ эрг.см³. Плотность состояний на Ферми-поверхности $N(0) = (m_n k_F / 2\pi^2 \hbar^2) \sim 2 \cdot 10^{41}$ эрг⁻¹см⁻³ для протонов. Отсюда $N(0) V_p \sim 0,2$, и мы видим, что выполнено условие применимости формулы БКШ (3) — условие слабой связи: $N(0) V < 1$. Подобные вычисления с несколькими разными потенциалами позволили сделать заключение, что величина протонной щели может быть меньше, чем 10^{-2} Мэв. Для дальнейших оценок мы примем для опреде-

ленности $\Delta_p \sim 10^{-3} \text{ Мэв}$. Еще раз напомним, что эта щель соответствует плотности протонов $n_p \sim 10^{36} \text{ частиц/см}^3$.

Неравенство (1), как нетрудно теперь проверить, выполняется: при $\Delta_p \sim 10^{-3} \text{ Мэв}$ (λ_p/ξ_p) $\sim 0.15 + 0.20$; тем более оно имеет место при меньших значениях щели — при $\Delta_p \sim 10^{-4} \text{ Мэв}$ (λ_p/ξ_p) ~ 0.04 . Величину энергетической щели легко пересчитать в критическую температуру для протонной сверхпроводимости: $T_c \sim 10^{10} \Delta_p \text{ Мэв}$. При $\Delta_p \sim 10^{-3} \text{ Мэв}$ $T_c \sim 10^7 \text{ }^\circ\text{К}$.

Если справедлива эта оценка, то сверхпроводимость могла бы существовать в протонной жидкости только при условии, что ее температура $T < T_c \sim 10^7 \text{ }^\circ\text{К}$. Предпринимавшиеся ранее расчеты остывания горячих барионных звезд ([8, 20]) приводили к заключению, что внутренние температуры в пульсарах выше или порядка $10^7 \text{ }^\circ\text{К}$. (Звезда, как считалось, не успевает остыть за разумные времена, скажем, $\sim 10^8$ лет). Это могло бы служить аргументом против существования протонной сверхпроводимости с принятым нами значением энергетической щели Δ_p . Однако в ранних расчетах не учитывалось влияние сверхтекучести нейтронной компоненты на остывание звезды. В [4, 9] содержались лишь качественные утверждения о том, что сверхтекучесть может ускорить остывание звезды. Недавняя работа [21] была специально посвящена изучению влияния сверхтекучести и сильных внутренних магнитных полей в пульсарах на их остывание. В этой работе показано, что в сверхтекучей нейтронной звезде с внутренним магнитным полем $\sim 10^{12} \text{ гаусс}$ внутренние температуры становятся порядка $10^3 \div 10^4 \text{ }^\circ\text{К}$ за времена $\sim 10^5 \text{ лет}$. Остывание при этом происходит довольно быстро в интервале времен $10^3 + 10^5 \text{ лет}$ (от $10^8 \div 10^9 \text{ }^\circ\text{К}$ до $10^3 \div 10^4 \text{ }^\circ\text{К}$). Без учета сверхтекучести кривые охлаждения (внутренняя температура — время) идут выше, а „резкое“ охлаждение имеет место лишь при существенно больших временах ($\sim 10^6 + 10^7 \text{ лет}$). Таким образом, можно считать, что сверхпроводимость протонной компоненты заведомо может иметь место в мантии пульсаров.

Можно привести еще некоторые аргументы в пользу существования протонной сверхпроводимости и при более высоких температурах. Соотношение между критической температурой и щелью $T_c \sim 10^{10} \Delta \text{ Мэв}$ часто используется для оценок, но даже в обычных сверхпроводниках такая связь T_c и Δ не является универсальной. Примером тому служат многозонные сверхпроводники и вообще всякие модели, характеризующиеся несколькими эффективными константами взаимодействия. Если рассматривать нейтронную и протонную ком-

поненты как не взаимодействующие ферми-жидкости, то каждая из них характеризуется своей щелью и своей критической температурой, при этом критическая температура для нейтронов выше, чем для протонов. Возникает вопрос: обязана ли на самом деле при остывании звезды сверхтекучесть нейтронной компоненты возникнуть раньше, чем сверхпроводимость протонов? В некотором смысле эта задача очень похожа на задачу о двухзонном сверхпроводнике. Последняя изучалась в [22—25]. Учет межзонного рассеяния, как показано в этих работах, приводит к совпадению температур перехода для разных зон. Действительный сверхпроводящий переход имеет место при $T_c \sim \max \{T_c^{(1)}; T_c^{(2)}\}$; $T_c^{(i)}$ ($i = 1, 2$) — температуры перехода для каждой из зон, если их считать не взаимодействующими. При этом щели обеих зон $\Delta^{(1)}$ и $\Delta^{(2)}$ при нулевой температуре, конечно, различны, а при $T \rightarrow T_c$ ($T < T_c$) обе стремятся к нулю.

Нейтронную и протонную жидкости в мантии также нельзя, вообще говоря, считать не взаимодействующими. Можно думать, что соответствующая перестройка параметров порядка (энергетических щелей) также может привести к возникновению единой температуры перехода. Если такая аналогия с двухзонным сверхпроводником справедлива, достаточно малая протонная щель появится уже при температуре, существенно большей 10^7 °К. Оценкой $T_c \sim 10^{10} \Delta_p(0)$ Мэв для протонной компоненты в этом случае пользоваться уже нельзя. Сама щель для этого случая ($T \geq 10^7$ °К) может быть существенно меньше $\Delta_p(0) \sim 10^{-3}$ Мэв.

4. *Функциональная зависимость щели от плотности.* Обсудим вопрос об изменении энергетической щели при изменении плотности. Мы рассматривали выше взаимодействие нуклонов только в синглетном состоянии (но в триплетном зарядовом состоянии). Этого, по-видимому, достаточно для оценок, касающихся сверхпроводимости. Что касается сверхтекучести нейтронов, то возможно, что имеет место не S -, а P -спаривание нейтронов. Зависимость $\Delta(p_F)$ для нейтронов изучалась в [26—28]. Случай P -спаривания подробно проанализирован в [29] на основе потенциалов, построенных в [30]. Отметим также недавние работы [31, 32] и, вероятно, первую работу, относящуюся к этому вопросу [33]. Общим для всех этих работ является то, что на основе различных модельных потенциалов найден вид функции $\Delta(p_F)$. Эта функция имеет характерную куполообразную форму с максимумом при некотором $p_F^{(0)} = \hbar k_F^{(0)}$. Для S -спаривания максимальное значение $\Delta_{\text{макс}}^{(S)}$ ($p_F^{(0)}$) порядка нескольких Мэв,

для P -спаривания $\Delta_{\text{макс.}}^{(P)} < \Delta_{\text{макс.}}^{(S)}$. При $p_F < p_F^{(0)}$ и $p_F > p_F^{(0)}$: $\Delta < \Delta_{\text{макс.}}$. Характерно, что функция $\Delta(p_F)$ имеет две точки перегиба, „хвосты“ ее при малых и больших значениях p_F асимптотически выходят на нулевое значение. Ясно, поэтому, что неравенства $n \gg n^{(0)}$ и $n \ll n^{(0)}$, где $3\pi^2 n^{(0)} = k_F^{(0)^3}$, описывают области плотностей, при которых щель существенно меньше $\Delta_{\text{макс.}}$. В применении к нейтронной звезде это означает, что щель меняется вдоль радиуса в общем немонотонным образом, если только значение $n^{(0)}$ попадает внутрь области плотностей, характерных для мантии. С надежными численными оценками дело сложнее. Положение и величина максимума функции $\Delta(p_F)$ довольно существенно зависят от параметров использованных модельных потенциалов. Есть основания считать, что величина максимума сильно зависит от значения эффективной массы нуклона в веществе, причем, чем меньше эффективная масса по сравнению с массой „голой“ частицы, тем меньше $\Delta_{\text{макс.}}$.

Информация, полученная в цитированных выше работах, относится почти целиком к нейтронной жидкости. Щель для протонов должна быть меньше нейтронной, так как с одной стороны включается дополнительное кулоновское взаимодействие, а с другой — уменьшается плотность состояний на поверхности Ферми. Характер же функции $\Delta(p_F)$ для протонов не должен отличаться от характера такой функции для нейтронов. Легко понять, что существование в мантии шарового слоя с малым значением Δ_p (например, меньшим $10^{-2} M\text{эв}$) во всяком случае обеспечивается хвостами функции $\Delta_p(p_F)$. Вполне возможно, что этот шаровой слой имеет значительную радиальную толщину. В дальнейшем мы будем считать для простоты, что он совпадает с мантией. Анализ показывает, что это довольно правдоподобно, по крайней мере для легких нейтронных звезд, плотность которых в центре не сильно отличается от нормальной ядерной.

Отметим здесь еще, что в принципе мыслимо существование и более сложной структуры, если только максимальное значение протонной щели $\Delta_{p\text{макс.}}$ достигается где-то внутри мантии, а критерий сверхпроводимости первого рода не выполнен при этом значении $\Delta_{p\text{макс.}}$. В этом случае существуют три характерных шаровых слоя. Самый внутренний характеризуется тем хвостом функции $\Delta_p(p_F)$, для которого $n_p \gg n_p^{(0)}$, и в этой области осуществляется сверхпроводимость первого рода. Следующий за ним слой соответствует некоторой окрестности $n_p^{(0)}$, и в нем протонная жидкость — сверхпроводник второго рода. Наконец, наружный слой мантии ($n_p \ll n_p^{(0)}$) — снова сверхпроводник первого рода. Разумеется, никаких резких переходов

от слоя к слою нет, щель изменяется постепенно. Мы не будем обсуждать подробнее эту сложную структуру. Укажем только, что в некотором смысле такое немонотонное изменение Δ_p существеннее, чем аналогичное немонотонное поведение нейтронной щели. Причина этого заключается в том, что существование протонной сверхпроводимости и ее характер принципиально связаны в такой задаче с магнитным полем.

5. *Критическое магнитное поле, эффект Мейсснера и геометрия джонсовых структур.* Знание энергетической щели Δ_p позволяет оценить термодинамическое критическое поле H_c при нулевой температуре по известной в теории сверхпроводимости формуле [17]:

$$H_c^2 = 4\pi \cdot N(0) \cdot \Delta_p^2. \quad (4)$$

Для значений $\Delta_p \sim 10^{-3}$ Мэв и $n_p \sim 10^{30}$ частиц/см³ оценка (4) дает $H_c \sim 5 \cdot 10^{12}$ гаусс. Независимые оценки магнитных полей H в нейтронных звездах колеблются от $\sim 10^6$ до $\sim 10^{15}$ гаусс, но наиболее вероятными являются как раз поля $\sim 10^{12}$ гаусс [5]. Поэтому можно рассуждать следующим образом. Если поле H в нейтронной звезде на самом деле больше, чем H_c — сверхпроводимости в ней нет. Однако, весьма вероятно, что поле $H \leq 5 \cdot 10^{12}$ гаусс. Заметим еще, что оценки выше делались при нулевой температуре: $T = 0$. На самом деле следует учесть, что $T \neq 0$. Критическое поле $H_k(T)$ при температуре $T \neq 0$ меньше H_c . Для обычных сверхпроводников: $H_k(T) \approx H_c [1 - (T/T_c)^2]$, закон изменения $H_k(T)$ для протонной сверхпроводимости не обязан быть именно таким, но уменьшение $H_k(T)$ с ростом T сомнению не подлежит. Пусть теперь в пульсаре имеется постоянное магнитное поле $H < H_c$. По мере остывания пульсара рано или поздно наступает момент, когда поле H становится равным $H_k(T)$. Равенство $H = H_k(T)$ не может, конечно, выполняться сразу во всем рассматриваемом шаровом слое (мантии). Наличие у пульсара магнитной оси и сферическая геометрия задачи делают ее очень похожей на задачу о сверхпроводящем шаре, помещенном во внешнее магнитное поле. Неоднородность в распределении поля вблизи сверхпроводящего шара приводит к тому, что в одних точках на его поверхности поле становится равным критическому раньше, чем в других. (Обычно при рассмотрении задачи о сверхпроводящем эллипсоиде во внешнем поле H предполагается постепенное изменение поля H при неизменном поле $H_k(T)$. Случай неизменного поля H и меняющегося $H_k(T)$ аналогичен). В результате шар переходит в промежуточное состояние — особым образом устроенную смесь чередующихся нор-

мальных и сверхпроводящих доменов [34]. Мы предполагаем, что подобная же ситуация имеет место в случае мантии пульсара. Первоначально „горячая“ мантия, охладившись до некоторой температуры T , переходит из нормального состояния в промежуточное. Промежуточное состояние характеризуется тем, что в нормальных доменах есть магнитное поле, а в сверхпроводящих его нет. Это значит, что переход сопровождается соответствующими изменениями геометрии поля — магнитное поле выталкивается из сверхпроводящих областей в соседние нормальные (эффект Мейсснера). Этот факт является чрезвычайно любопытным. Сравнительно малая примесь протонов ($1 \div 2\%$ от числа нейтронов) определяет распределение магнитного поля в мантии.

Обсудим теперь вопрос о форме доменов в промежуточном состоянии. Так как этот вопрос далеко не прост даже для обычных сверхпроводников, мы сначала обсудим простейшие возможные структуры именно для металлических сверхпроводников — диска и шара. Пусть диск из сверхпроводящего металла помещен в перпендикулярное к его плоскости внешнее магнитное поле. Из соображений симметрии мы можем предположить, что домены имеют либо кольцевую форму (чередующиеся нормальные и сверхпроводящие кольца), либо представляют собой нормальные и сверхпроводящие секторы (также чередующиеся). В обоих случаях через нормальные области проходит весь магнитный поток, в то время как в сверхпроводящих магнитного поля нет. Ситуация со сверхпроводящим шаром совершенно аналогична. Пусть шар помещен в магнитное поле, и на экваторе его поле равно критическому, а на полюсах еще нет. Аналогом кольцевых структур являются теперь домены, получающиеся от разбиения шара системой коаксиальных цилиндров с осью, совпадающей с направлением внешнего поля. Возможность такой структуры кратко упоминалась Л. Д. Ландау [35]. Аналогом секторных структур является „структура апельсина“. Соседние „дольки апельсина“ — есть чередующиеся нормальные и сверхпроводящие области. Диаметр, соединяющий „магнитные полюса“ шара, является в некотором смысле „особой“ линией, но можно думать, что никаких физических особенностей в действительности нет. „Апельсиновые дольки“, ограниченные меридиональными плоскостями — границами фаз, вовсе не обязаны доходить до самого центра, они могут закругляться и не доходить до „особой“ линии. Для шара с дыркой внутри (не сплошного) вопрос об „особенности“ вообще не возникает. При этом, конечно, довольно сложной будет структура магнитного поля вблизи „магнитных полюсов“. Если угловой размер секторов („апельсиновых долек“) достаточно мал, то они фактически просто вытягиваются вдоль радиусов

(соответственно вдоль меридиональных плоскостей). Такая ситуация для шара была рассмотрена качественно И. Е. Дзялошинским [36]. Вопрос о структуре, которая реализуется в действительности, должен решаться путем сравнения соответствующих свободных энергий. Эта задача для шара и диска, однако, достаточно сложна.

Экспериментально структуру промежуточного состояния удается обычно изучать только на поверхности образца. Интересно отметить, что существующие эксперименты, вероятно, свидетельствуют в пользу модели „апельсина“. К ним относятся, в частности, опыты А. И. Шальникова, К. А. Туманова [37] и А. Г. Мешковского [38] (см. также [39]). В этих экспериментах изучалось распределение магнитного поля в щели, прорезанной в экваториальной плоскости шара, находящегося в промежуточном состоянии. Очень четкие радиальные структуры получены в работе [37]. Радиальные домены в промежуточном состоянии в дисках наблюдались также в работах [40—41]. Кольцевая структура в обычных сверхпроводниках наблюдалась лишь в очень специальном случае [42]. В целом, однако, вопрос об условиях существования кольцевых и коаксиально-цилиндрических структур даже в обычных сверхпроводниках еще не может считаться решенным. Мы обсудили лишь простейшие возможности реализации промежуточного состояния в шаре, в действительности могут быть важны также вопросы ветвления доменов и всевозможных их деформаций.

Возвратимся опять к мантии нейтронной звезды. Здесь структуры, подобные только что рассмотренным, будут, конечно, еще сложнее, так как нужно учесть изменение щели Δ_p и поля H_k вдоль радиуса. Грубые качественные оценки, однако, можно делать, считая плотность протонов постоянной. Если толщина переходного слоя между соседними доменами порядка ξ_p , мы получаем для неветвящейся структуры оценку для эффективного периода: $d_{\text{эфф}} \sim (\xi_p R)^{1/2}$, R — радиус звезды [12]. Подставляя $R \sim 10^6$ см, $\xi_p = (2/\pi k_F) \cdot (e_p \Delta_p)$, $\Delta_p \sim 10^{-3}$ Мэв, получим $d_{\text{эфф}} \sim 2 \cdot 10^{-2}$ см. Эта оценка относится к некоторому „среднему“ размеру периода (в однородной системе!) При более аккуратных оценках $d_{\text{эфф}}$ нужно еще учитывать некоторую безразмерную функцию концентрации нормальной фазы. Это может увеличить приведенную оценку примерно на порядок. Мы считаем также, что характерный размер мантии порядка радиуса звезды. Если же рассматривать модель с ветвлением доменов, то $d_{\text{эфф}} \sim \xi_p^{1/3} R^{2/3}$ [35]. В этом случае предыдущая оценка возрастает примерно на два порядка. Точнее оценки размеров доменов в мантии сделать трудно, но и сказанного достаточно, чтобы понять, что если реализуется модель „апельсина“, то угловой размер доменов порядка $(d_{\text{эфф}}/R) \ll 1$. Нельзя счи-

тать исключенной и модель доменов коаксиально-цилиндрического типа.

Интересно отметить еще, что вихри в сверхтекучей нейтронной жидкости ориентированы вдоль оси вращения звезды, тогда как границы нормальных и сверхпроводящих доменов в протонной жидкости имеют тенденцию располагаться в направлении магнитной оси, не совпадающей, вообще говоря, с осью вращения. Другими словами, каждый сверхтекучий вихрь может проходить через множество доменов.

6. Доменные структуры, диффузия магнитного поля и остывание нейтронной звезды. В принципе ясно, как можно было бы в рассматриваемых условиях описывать протонные токи, текущие в мантии. Так же, как в обычном сверхпроводнике, находящемся в промежуточном состоянии, эти токи текут в тонких слоях с толщиной $\sim l_p$ по границам нормальных и сверхпроводящих доменов. Соответствующая электродинамическая задача очень сильно усложняется из-за неоднородности мантии и наличия радиальных градиентов температуры и давления. Аккуратное рассмотрение требует самосогласованного решения задачи для электронной и протонной жидкостей. При этом, конечно, нужно учитывать уравнение состояния и геометрию самих доменов.

В этом разделе мы хотим обратить внимание сначала на то, что промежуточное состояние не является единственным типом мыслимых доменных структур в нейтронных звездах. Если в пульсаре реализуется сверхпроводимость второго рода — возникает вихревая магнитная структура, так называемое смешанное состояние. Известно, что при определенных условиях могут возникать диамагнитные домены [43, 44]. В применении к нейтронным звездам эти вопросы рассматривались в [45, 46]. Новый тип структур — кинетические доменные структуры — интенсивно изучался в последние годы Л. Э. Гуревичем и его сотрудниками [47—49]. Для существования структур этого типа может быть существенно наличие градиентов температуры и давления и соответствующих потоков (токов). Непосредственно к нейтронным звездам результаты [47—49] неприменимы, но, по аналогии с рассмотренными там задачами, можно считать возможным в принципе существование доменных кинетических структур, похожих на рассмотренные выше структуры промежуточного состояния. Существенно, что кинетические доменные структуры могут характеризоваться неоднородным (по радиусу или по азимутальному углу) распределением магнитного поля. В частности, такая неоднородность может носить колебательный характер. Периодические структуры секторного типа в [47—49] называются φ -структурами, структуры кольцевого типа

R -структурами. Эти структуры могут существовать при подходящих условиях в нормальном (несверхпроводящем) состоянии. Если только подобная ситуация может реализовываться в нейтронных звездах, возникает вопрос о возможности перехода от периодических кинетических структур τ - и R -типов, существующих при температуре выше критической, к промежуточному состоянию. Такой переход был бы облегчен, так как уже при высоких температурах рядом находились бы домены с большими и меньшими значениями магнитного поля. Аналогичные вопросы можно было бы поставить и о других переходах между доменными структурами разных типов или об их сосуществовании. Какие-либо окончательные выводы о существовании разных типов доменов и о возможностях переходов между ними делать пока преждевременно.

Обсудим теперь вопрос о диффузии магнитного поля. Сделанная в работе [3] оценка характерного времени диффузии (выталкивания) магнитного поля из сверхпроводящей области была очень неоптимистична и свидетельствовала не в пользу сверхпроводимости первого рода в привычном смысле. Это время оказывалось слишком большим (в масштабах времени жизни звезды), поэтому об эффекте Мейсснера речи быть не могло. В действительности же это заключение основано на недоразумении. Дело заключается в следующем. Характерное время выталкивания магнитного поля ([34], глава VII):

$$\tau_D \approx \frac{4\pi\tau L^2}{c^2}. \quad (5)$$

Здесь τ — проводимость в нормальном состоянии, а L — некоторый характерный размер. В [3] вместо L подставлялся радиус звезды R . На самом же деле в качестве L нужно брать $d_{\text{вфф}}$, что уменьшает оценку τ_D в [3] по крайней мере в $(R/d_{\text{вфф}})^2$ раз. Это соответствует просто тому, что при переходе из нормального состояния в промежуточное магнитное поле выталкивается из домена, ставшего сверхпроводящим, в соседний нормальный домен, а вовсе не должно диффундировать на расстояния порядка размеров звезды. Приведем численные оценки. Как показано в [3], проводимость можно вычислять по формуле:

$$\sigma \approx \frac{n_p e^2 \tau_p c}{\hbar k_F}. \quad (6)$$

Более аккуратное вычисление электро- и теплопроводности в мантии, основанное на решении релятивистского уравнения Больцмана для вырожденных электронов и протонов, приведено в [50]. Эти резуль-

таты дают для величины σ значение, несущественно отличающееся от (6). Входящее в (6) время τ_{tr} определяется соотношением:

$$\tau_{tr}^{-1} \approx \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \frac{c k_F^2}{k_{FT}} \quad (7)$$

Здесь T_F — температура, соответствующая энергии Ферми протонов, а $k_{FT} \approx [(4/\pi)(k_{FTn} e^2 / \hbar^2)]^{1/2}$ — так называемое Ферми—Томасовское волновое число. При $n_p \sim 10^{36}$ частиц/см³ $k_F \sim 3 \cdot 10^{12}$ см⁻¹ ($k_F^3 = 3\pi^2 n_p$). В табл. 1 содержатся оценки τ_{tr} , σ и τ_D для разных температур и двух значений $d_{эфф}$. Из этих оценок видно, что разумные значения τ_D не превосходят величины $\lesssim 10^{16}$ сек. Это означает, что времена перестройки магнитной структуры оказываются существенно меньшими, чем это оценивалось Беймом, Петиком и Пайнсом. Этот факт очень важен при построении моделей пульсаров и интерпретации наблюдаемых величин. Увеличение времени τ_D при уменьшении температуры, т. е. при увеличении „возраста“ нейтронной звезды, можно интерпретировать как некоторую тенденцию к стабилизации доменной структуры.

Таблица 1

T °K	τ_{tr} сек.	σ сек ⁻¹	τ_D сек	
			$d_{эфф} \sim 10^{-2}$ см	$d_{эфф} \sim 1$ см
10 ⁷	5·10 ⁻¹³	10 ³⁰	10 ⁸	10 ¹⁰
10 ⁶	5·10 ⁻¹¹	10 ³²	10 ⁸	10 ¹²
10 ⁵	5·10 ⁻⁹	10 ³⁴	10 ¹⁰	10 ¹⁴
10 ⁴	5·10 ⁻⁷	10 ³⁶	10 ¹²	10 ¹⁶

Сделанные нами оценки позволяют, по-видимому, снова вернуться к идее Ганна и Острикера [51] о связи процессов магнитной релаксации с торможением пульсаров. Эта идея в общем казалась неверной после работы Бейма, Петика и Пайнса и их вывода о том, что магнитное поле не может быть потеряно нейтронной звездой. Последний вывод безусловно правилен, оценка по формуле (5) с $L \sim R$ именно об этом и свидетельствует. В сколько-нибудь больших масштабах магнитное поле не может быть даже изменено. Однако размеры возникающих доменов являются в этом смысле масштабом малым, перестройка структуры поля на расстояниях $\sim d_{эфф}$ вещь реальная. Следовало бы именно эту перестройку называть „разрушением“ первоначального магнитного поля. Подчеркнем еще раз, что ни о каком полном исчезновении поля речи, конечно, и быть не может. Во многих

ранных работах, посвященных пульсарам, под „разрушением“ поля понималось нечто другое, в том числе полная потеря поля звездой через достаточно большое время. При анализе работы [51] это следует иметь в виду. Расчет τ_D , предложенный Ганном и Острикером, неверен, ибо вместо L в (5) они также подставляли R , а для ε использовали неправильное значение.

Отметим теперь, что из анализа *наблюдательных* данных об увеличении периодов пульсаров Острикер и Ганн получили характерное время $\sim 4 \cdot 10^8 \text{ лет} \sim 10^{11} \text{ сек}$. Это время они и предлагали отождествлять с временем магнитной релаксации. Ясно, что такая оценка не противоречит вычисленным нами значениям времени образования доменной структуры. Интересно сравнить также вычисленные времена магнитной перестройки с временами удвоения периодов для „молодых“ пульсаров [5]. Для пульсара в Парусе время удвоения периода $\sim 24\,000 \text{ лет} \approx 7 \cdot 10^{11} \text{ сек}$. Для пульсара в Крабе время удвоения примерно на порядок меньше, чем в предыдущем случае ($\sim 7 \cdot 10^{10} \text{ сек}$). Эти времена очень близки к полученным нами характерным τ_D . Было бы, конечно, очень заманчиво „отождествить“ характерное время торможения с τ_D . Это означало бы связь самих процессов образования доменных структур и торможения пульсара. Отметим, что оценки, содержащиеся в табл. 1, не противоречат модели наклонного ротатора [5]. Есть, однако, и другое характерное время — время активности пульсара как источника радиоизлучения. Времена радиожизни пульсаров составляют примерно $10^6 + 10^7 \text{ лет}$. Приведенная оценка Ганна и Острикера ($4 \cdot 10^6 \text{ лет}$) соответствует „старым“ (длиннопериодическим) пульсарам, для которых времена удвоения периодов близки по порядку величины к времени радиожизни. Вполне возможно, что время τ_D связано как-то именно с временем радиожизни. Окончательный ответ на этот вопрос может быть получен при рассмотрении связи конкретных механизмов излучения пульсаров с их внутренней магнитной структурой.

Остановимся теперь на вопросе о дальнейшем остывании звезды. Если бы речь шла о сплошном однородном шаре из сверхпроводящего металла, можно было бы утверждать что промежуточное состояние в нем реализуется в интервале полей $(1 - n)H_k < H < H_k$, $n = 1/3$ — „размагничивающий“ фактор. При $H > H_k$ шар находится в нормальном, а при $H < (1 - n)H_k$ в сверхпроводящем состоянии [34]. Здесь $H_k = H_k(T)$, и при нашей постановке задачи (неизменное поле H при

меняющемся $H_k(T)$) ясно, что промежуточное состояние могло бы реализовываться только в определенном температурном интервале. Случай мантии пульсара имеет существенные отличия уже потому, что намагниченность и величина протонной щели в ней неоднородны. Важным является также наличие у пульсара ядра, которое, вероятно, находится в нормальном состоянии. Это должно приводить к тому, что сама структура промежуточного состояния будет отличаться от структуры в сплошном и однородном шаре. Трудно поэтому сделать заключение о том, в каком температурном интервале может существовать промежуточное состояние в мантии. Вполне возможно, что оно существует вплоть до довольно низких температур. Заметим, кстати, что и для обычного металлического сверхпроводящего шара промежуточное состояние может существовать вплоть до $T = 0$, если только

$$H_c > H > \frac{2}{3} H_c \left(H_c = H_k(0), \frac{\partial H_k}{\partial T} < 0 \right).$$

Если при понижении температуры сверхпроводящий металлический шар переходит из промежуточного состояния в чисто сверхпроводящее, магнитный поток должен быть из него вытолкнут. В нейтронной звезде, как мы видели, поток вытолкнуться не может. Возможно, что звезда никогда и не остынет до температуры перехода в „чисто сверхпроводящее“ состояние. В этом случае сохраняются как магнитное поле внутри звезды, так и аналогия с металлическим шаром. Существует и другая аналогия с сохранением потока в обычных сверхпроводниках. Сама звезда в нашем случае напоминает скорее полый шар, чем сплошной — внутри нормальная сердцевина. Переходы в полых шарах экспериментально изучались в [52]. Наблюдавшиеся гистерезисные эффекты свидетельствовали о том, что в таких системах могут существовать „замороженные“ потоки. Другими словами, эффект Мейсснера в них может и не иметь места. Это напоминает известную ситуацию с „замороженным“ потоком при переходе кольцевого проводника в сверхпроводящее состояние в магнитном поле [39]. Наконец, если осуществляется сложная трехслойная структура (см. раздел 4), то средний слой, будучи сверхпроводником второго рода, может захватить основной магнитный поток. Геометрия поля будет при этом очень сложной. Теория сложных (неэллипсоидальных, а тем более неоднородных) сверхпроводников отсутствует. Высказанные здесь замечания, тем не менее, исключают обязательность требования выталкивания поля из неоднородной мантии даже при очень низких температурах. Отметим еще, что существование доменных структур могло бы сказаться и на скорости остывания

звезды. Было бы интересно рассчитать диаграмму остывания с учетом этого обстоятельства.

7. Заключение. Для существования сверхпроводимости первого рода в условиях мантии пульсаров, как мы видели выше, нужна достаточно малая протонная энергетическая щель. Мы показали, что она может быть малой, но фактически рассматривали при этом самую простую модель невзаимодействующих протонной и нейтронной жидкостей. Это в общем довольно произвольное предположение. Мы не можем пока, к сожалению, производить расчеты, основывающиеся на теории взаимодействующих неоднородных ферми-жидкостей. Вывод о том, сохранится ли утверждение о „малости“ щели в достаточно широкой области плотностей при учете взаимодействия нейтронов и протонов, сделать сейчас нельзя, так как мы плохо умеем описывать само взаимодействие между нуклонами в таких системах. Любые расчеты носят пока модельный характер. Однако можно утверждать, что, по крайней мере, в некотором шаровом слое (или слоях) протонная щель действительно достаточно мала для того, чтобы выполнялся критерий (1).

Очень сложными являются (даже для грубого качественного понимания) вопросы о возможных движениях доменов. Такие движения могли бы быть обусловлены, например, вращением звезды или текущими в ней токами, а также происходить из-за наличия градиента температуры и т. п. Изменение эффективных размеров доменов связано, в частности, со „старением“ звезды. По мере остывания пульсара меняется относительная концентрация нормальной и сверхпроводящей фаз. В самой доменной структуре возможны разные типы возмущений. А. Ф. Андреевым было показано в [53], что в обычных сверхпроводниках в промежуточном состоянии могут существовать слабо затухающие колебания границ доменов с длинами волн, существенно большими толщины слоев нормальной фазы. Спектр этих колебаний напоминает спектр спиральных волн в электронной плазме [54]. Движение границ раздела между фазами сопровождается возникновением в нормальных областях переменного электромагнитного поля. Подобные типы возмущений могут существовать и в доменных структурах в мантии пульсаров. Корректный расчет таких возмущений и волн в протонно-электронной вырожденной плазме, „растворенной“ в нейтронной жидкости, пока не проведен.

Положительными результатами настоящей работы являются, по мнению автора, следующие утверждения. Во-первых, показана принципиальная возможность осуществления сверхпроводимости первого рода

в протонной жидкости в условиях мантии пульсаров. Во-вторых, оценки критических магнитных полей дают возможность предположить существование магнитных доменных структур такого же типа, как в промежуточном состоянии сверхпроводников. Третий важный вывод относится к оценке характерных времен релаксации магнитного поля τ_D . Эти времена оказываются существенно меньшими, чем это оценивалось в [3]. С другой стороны они могут считаться близкими к характерным временам увеличения периодов пульсаров, получаемым из анализа *наблюдательных* данных [51], или к временам радиожизни пульсаров. Это последнее обстоятельство является очень серьезным аргументом в пользу предлагаемой в этой работе модели. Вывод этот заслуживает, во всяком случае, дальнейшего анализа.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую признательность и благодарность за интерес к работе и обсуждение изложенных в ней вопросов В. Л. Гинзбургу, Д. А. Киржницу, А. Ф. Андрееву, Л. Э. Гуревичу, Р. Г. Архипову, И. Ф. Гинзбургу, Е. И. Кацу, Е. Г. Максимову, В. Н. Сазонову, А. А. Собянину, Е. Л. Суркову, А. В. Чаплику и А. Г. Шепелеву. Я. Б. Зельдовичу и Г. С. Бисноватому-Когану автор благодарен за замечания, учтенные при подготовке окончательного варианта статьи.

Институт физики высоких давлений
АН СССР

THE INTERMEDIATE STATE IN THE SUPERCONDUCTING NEUTRON STAR

J. M. BRUK

A problem of the proton type—1 superconductivity in the mantle of the neutron stars (pulsars) is studied. Such a possibility appears to be realized in nature at sufficiently low values of the proton energy gap ($\Delta_p \lesssim 10^{-3} \text{ Mev}$). The presence of the magnetic field of the order of 10^{12} gauss in pulsars results in the appearance of the domain magnetic structures which are like the intermediate state in the type—1 superconductors. The characteristic time of the formation of such structures coincides with the active braking time (for example with the time of the period doubling) or perhaps with the of pulsar radio life time. Estimates of the gap function Δ_p and the domain typical dimensions are presented.

These dimensions are $\sim 10^{-2} \div 1$ см. The geometry of the simplest domain structures and the evolution of the superconducting properties of the neutron star on cooling are discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Б. Мидал, ЖЭТФ, 37, 249, 1959.
2. В. Л. Гинзбур, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ, 47, 2006, 1964.
3. G. Vaunt, C. Pethick, D. Pines, Nature, 224, 673, 674, 1969.
4. В. Л. Гинзбур, УФН, 97, 601, 1969.
5. В. Л. Гинзбур, УФН, 103, 393, 1971.
6. Д. А. Киржниц, Изв. Вузов—Радиофизика, 13, 1847, 1970.
7. D. Pines, Proc. of the 12-th Int. Conf. on Low Temp. Phys., Kyoto, 7, 1970.
8. A. G. W. Cameron, Ann. Rev. Astron. and Astrophys., 8, 179, 1970.
9. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, Наука, М., 1971.
10. Г. С. Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
11. Ю. А. Вартамян, Н. К. Овакимова, Астрон. ж., 49, 306, 1972.
12. П. Де Жен, Сверхпроводимость металлов и сплавов, Мир, М., 1968.
13. О. Бор, Б. Моттльсон, Структура атомного ядра, т. 1, Мир, М., 1971.
14. S. Hayakawa, M. Kawai, K. Kikuchi, Progr. Theor. Phys., 13, 415, 1955.
15. А. Г. Сименко, ЖЭТФ, 43, 319, 1962.
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, Наука, М., 1964, стр. 297.
17. J. Bardeen, L. Cooper, J. Schriffer, Phys. Rev., 108, 1175, 1957.
18. Д. А. Киржниц, Полевые методы теории многих частиц, Атомиздат, М., 1963.
19. В. Г. Соловьев, Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер, Атомиздат, М., 1963, стр. 17.
20. Г. С. Аджян, Ю. А. Вартамян, Астрофизика, 7, 237, 1971.
21. S. Tsuruta, V. Canuto, R. Lodenquai, M. Ruderman, Ap. J., 176, 739, 1972.
22. H. Suhl, B. T. Matthias, L. N. Walker, Phys. Rev. Lett., 3, 552, 1959.
23. В. А. Москаленко, ФММ, 8, 503, 1959.
24. Б. Т. Гейликман, Р. О. Зайцев, В. Э. Кресин, ФТТ, 9, 821, 1967.
25. W. S. Chow, Phys. Rev., 172, 467, 1968; 4B, 111, 1971.
26. M. Hoffberg, A. E. Glassgold, R. W. Richardson, M. Ruderman, Phys. Rev. Lett., 24, 775, 1970.
27. E. Krotscheck, Z. Phys., 251, 135, 1972.
28. N. Itoh, Progr. Theor. Phys., 42, 1478, 1969.
29. R. Tamagaki, T. Takatsuka, Progr. Theor. Phys., 44, 905, 1970; 46, 114, 1971; 47, 1062, 48, 1517, 1972.
30. R. Tamagaki, Progr. Theor. Phys., 39, 91, 1968; Progr. Theor. Phys. Suppl., 39, 1967; 42, 1968.
31. R. W. Richardson, Phys. Rev., 5D, 1883, 1972.
32. T. Fujita, T. Tsuneto, Progr. Theor. Phys., 48, 766, 1972; 49, in press, 1973.
33. T. Ishihara, R. Tamagaki, H. Tanaka, M. Yasuno, Progr. Theor. Phys., 30, 601, 1963.
34. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959, глава VI.

35. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 13, 377, 1943.
36. И. Е. Дзялошинский, ДАН, 105, 244, 1955.
37. А. И. Шальников, К. А. Туманов, в кн. „Сборник, посвященный памяти А. Ф. Иоффе“, М., 1950, стр. 303.
38. А. Г. Мешковский, ЖЭТФ, 19, 54, 1949.
39. Д. Шенберг, Сверхпроводимость, ИИЛ, М., 1955.
40. F. Haenssler, L. Rinderer, Helv. Phys. Acta, 40, 659, 1967.
41. H. Kirchner, A. Kiendl, Phys. Lett., 39A, 293, 1972.
42. F. Haenssler, L. Rinderer, Helv. Phys. Acta, 33, 505, 1960.
43. И. А. Привороцкий, Письма ЖЭТФ, 5, 280, 1967; ЖЭТФ, 52, 1755, 1967.
44. И. А. Привороцкий, М. Я. Азбель, ЖЭТФ, 56, 398, 1969.
45. V. Canuto, H. Y. Chiu, C. Chiuderi, H. J. Lee, Nature, 225, 47, 1970.
46. V. Canuto, S. Kumar, H. J. Lee, Nature, 235, 9, 1972.
47. Л. Э. Гуревич, Письма ЖЭТФ, 11, 269, 1970.
48. Л. Э. Гуревич, И. В. Иоффе, ЖЭТФ, 61, 1133, 1971.
49. Л. Э. Гуревич, в сб. „Материалы VI зимней школы ФТИ им. А. Ф. Иоффе“, часть III, Л., 1971, стр. 185.
50. А. М. Gentile, Ar. Lett., 5, 245, 1970.
51. J. E. Gunn, J. P. Ostriker, Ar. J., 160, 979, 1970; Nature, 223, 813, 1969.
52. А. И. Шальников, ЖЭТФ, 10, 414, 1940; 12, 34, 1942.
53. А. Ф. Андреев, Письма ЖЭТФ, 4, 7, 1966.
54. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН, 89, 367, 1966.