АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 9 ФЕВРАЛЬ, 1973 ВЫПУСК 1

ПОСТ-НЬЮТОНОВСКАЯ ГИДРОДИНАМИКА В ТЕОРИИ ИОРДАНА

А. А. БАРАНОВ

Поступила 24 января 1972
Пересмотрена 27 декабря 1972

В работе построена пост-ньютоновская гидродинамика в теории тяготения Иордана, включающая в себя, как частные случаи, пост-ньютоновскую гидродинамику в теории тяготения Эйнштейна и в теории тяготения Бранса—Дикке. Рассматривается распространение малых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике Иордана. Указывается на принципиальную возможность проверки теории Иордана путем проведения прецизионных акустических измерений.

1. В данной заметке построена пост-ньютоновская гидродинамика в скалярно-тензорной теории гравитации Иордана. Интерес к этой теории возникает потому, что в ней можно понять и объяснить целый ряд явлений в мире нестационарных и взаимодействующих галактик [1—4]. Пост-ньютоновская гидродинамика ОТО была развита Чандрасекаром [5], а в теории Бранса—Дикке Нутку [6]. Пост-ньютоновский подход к гидродинамике ОТО позволяет эффективно решать целый ряд вопросов [7, 8]. Как будет проиллюстрировано ниже, это же справедливо и для теории Иордана.

2. Уравнения теории тяготения Иордана, следуя [9], запишем в виде

$$R_{ik} = -\alpha\varphi^{-\eta}\left(T_{ik} - \frac{\eta^2+\omega}{3\eta^2+2\omega} g_{ik} T\right) - \\ - \frac{\omega}{\varphi^2}\varphi_{,i}\varphi_{,k} - \frac{\eta(\eta-1)}{\varphi^2}\varphi_{,i}\varphi_{,k} - \frac{\eta}{\varphi}\varphi_{,i;k}, \tag{1}$$

$$\Box\,\varphi + (\eta - 1)\frac{\varphi_{,n}\varphi^{,n}}{\varphi^3} = \frac{\eta}{3\eta^2 + 2\omega}\,\alpha\varphi^{-1}T, \tag{2}$$

где ω, η — константы теории, φ — скалярное поле, $\alpha = 8\pi/c^4$, а остальные обозначения — общепринятые.

Разлагая скалярное поле и метрику по малым величинам

$$\varphi = \varphi_0 + \Psi, \quad g_{00} = 1 + h_{00}, \quad g_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \tag{3}$$

и переходя к ньютоновскому пределу, можно получить [9]

$$h_{00} = -\frac{2U}{c^2} + 0(c^{-4}), \qquad h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}\frac{\eta^2 + \omega}{2\eta^2 + \omega}\frac{2U}{c^2} + o(c^{-3}),$$
$$\Psi = \frac{\alpha}{4\pi G_0}\frac{\eta c^2}{\cdot\, 3\eta^2 + 2\omega}\,\varphi_0^{1-\eta}U, \qquad G_0 = \varphi_0^{-\eta}\left(1 + \frac{\eta^2}{3\eta^2 + 2\omega}\right), \tag{4}$$

где U — ньютоновский потенциал тяготения.

Из уравнений (1) и (2), следуя итеррационной методике [5, 6], находим уточненные компоненты

$$h_{00} = -\frac{2U}{c^2} + \frac{1}{c^4}(2U^2 - 4\Phi^*), \tag{5}$$

$$h_{0\alpha} = \frac{1}{c^3}\left(\frac{6\eta^2 + 4\omega}{2\eta^2 + \omega}U_\alpha - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\chi}{\partial t\partial x^\alpha}\right), \tag{6}$$

где использованы следующие уравнения для обобщенных потенциалов

$$\triangle U_\alpha = -4\pi G_0\rho v_\alpha, \quad \triangle\chi = 2U, \quad \triangle\Phi^* = -4\pi G_0\rho\varphi^*,$$
$$\varphi^* = \frac{3\eta^2 + 2\omega}{4\eta^2 + 2\omega}v^2 + \frac{\eta^2 + 2\omega}{4\eta^2 + 2\omega}U + \frac{1}{2}\Pi + \frac{3\eta^2 + 3\omega}{4\eta^2 + 2\omega}\frac{P}{\rho}. \tag{7}$$

Здесь P — давление, ρ — плотность, Π — плотность внутренней энергии, v_α — компонент скорости.

Из законов сохранения для временного и пространственных компонентов

$$T^{ik}_{j,\,k} = 0 \tag{8}$$

с учетом (5) и (6) получаются, соответственно, пост-ньютоновское уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\rho^*}{\partial t} + \frac{\partial(\rho^* v_\alpha)}{\partial x^\alpha} = 0, \tag{9}$$

где
$$\rho^* = \rho\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{3\eta^2 + 3\omega}{2\eta^2 + \omega}U\right)\right]$$

и уравнения пост-ньютоновской гидродинамики в теории Иордана

$$\frac{\partial(\sigma v_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\sigma v_\alpha v_\beta)}{\partial x^\beta} + \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left[\left(1 + \frac{\eta^2 + 2\omega}{2\eta^2 + \omega}\frac{U}{c^2}\right)P\right] -$$
$$- \rho\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{c^2}\frac{3\eta^2 + 4\omega}{2\eta^2 + \omega}\rho\frac{d}{dt}(Uv_\alpha) - \frac{1}{c^2}\frac{6\eta^2 + 4\omega}{2\eta^2 + \omega}\rho\frac{dU_\alpha}{dt} + \tag{10}$$
$$+ \frac{1}{2c^2}\rho\frac{\partial^3\chi}{\partial t^2\partial x^\alpha} - \frac{1}{c^2}\frac{6\eta^2 + 4\omega}{2\eta^2 + \omega}\rho v_\beta\frac{\partial U_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{2}{c^2}\rho\left(\varphi^*\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial\Phi^*}{\partial x^\alpha}\right) = 0,$$

где
$$\sigma = \rho\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(v^2 + 2U + \Pi + \frac{P}{\rho}\right)\right].$$

Из уравнений (9) и (10), как частный случай, вытекает пост-ньютоновская гидродинамика в теории тяготения Эйнштейна и теории Бранса—Дикке.

3. В качестве примера рассмотрим распространение малых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике Иордана.

Обозначая штрихованными значками возмущенные величины на фоне равновесных $\rho = \rho_0 + \rho'$, $P = P_0 + P'$, $v_\alpha = v'_\alpha$, и проводя обычную линеаризацию уравнений (9) и (10) с учетом условия равновесия, вытекающего из (10), и считая величины v_α^2, $\rho' v_\alpha$, $\partial U/\partial t$, $\partial\rho_0/\partial t$, U' более высокого порядка малости, получаем линеаризованные уравнения движения, из которых непосредственно следует уравнение для распространения малых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике теории Иордана

$$\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{7\eta^2 + 6\omega}{2\eta^2 + \omega}U + \Pi + \frac{P_0}{\rho_0}\right)\right]\frac{\partial^2\xi_\alpha}{\partial t^2} -$$
$$- \left(1 + \frac{\eta^2 + 2\omega}{2\eta^2 + \omega}\frac{U}{c^2}\right)a^2\frac{\partial^2\xi_\beta}{\partial x^\alpha\partial x^\beta} - \frac{a^2}{c^2}\frac{\eta^2 + 2\omega}{2\eta^2 + \omega}\frac{\partial\xi_\beta}{\partial x^\beta}\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} -$$
$$- \frac{a^2}{c^2}\frac{3\eta^2 + 3\omega}{2\eta^2 + \omega}\left(\frac{\partial\xi_\beta}{\partial x^\alpha}\frac{\partial U}{\partial x^\beta} + \xi_\beta\frac{\partial^2 U}{\partial x^\beta\partial x^\alpha}\right) + \tag{11}$$
$$+ \frac{\partial U}{\partial x^\alpha}\left(\frac{\partial\xi_\beta}{\partial x^\beta} + \frac{\xi_\beta}{c^2}\frac{3\eta^2 + 3\omega}{2\eta^2 + \omega}\frac{\partial U}{\partial x^\alpha}\right) + \frac{2}{c^2}\frac{\partial\xi_\beta}{\partial x^\beta}\left(\varphi^*\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial\Phi^*}{\partial x^\alpha}\right) = 0,$$

где, как обычно [10], принято $P' = a^2\rho'$, скорость звука $a = \sqrt{(\partial P/\partial\rho)_\rho}$, а смещение частицы $\xi_\alpha = \rho_0 v_\alpha$.

Из (11) следует уравнение для распространения звуковых колебаний с учетом тяготения в теории Ньютона

$$\frac{\partial^2 \xi_\alpha}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \xi_\beta}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} + \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x^3} \frac{\partial U}{\partial x^\alpha} = 0. \tag{12}$$

Различный характер уравнений (11) и (12) для распространения звуковых волн позволяет указать на принципиальную возможность проведения экспериментальной проверки теории тяготения Иордана путем выполнения прецизионных акустических измерений. Такие измерения, по-видимому, можно было бы провести с помощью рафинированной методики ядерного акустического резонанса [11].

Институт тепло- и массообмена
АН БССР

THE POST-NEWTONIAN HYDRODYNAMICS IN JORDAN'S THEORY

A. A. BARANOV

The post-Newtonian hydrodynamics is derived in Jordan's theory of gravitation. Those of Einstein's general relativity and of Brans—Dicke gravitational theory can be derived as private cases of the above mentioned. The propogation of small perturbations is considered in such hydrodynamics. It is pointed out that the test of Jordan's theory is possible by means of precise acoustical measurements.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян,* Научные труды, т. 2, Ереван, 1960; УФН, 96, 3, 1968.
2. *P. Jordan,* in „Recent Development in General Relativity", New York, 1962.
3. *Г. С. Саакян,* сб. „Проблемы современной космогонии", под ред. В. А. Амбарцумяна, Наука, М., 1969.
4. *Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян,* Астрофизика, 3, 311, 1967; 4, 181, 567, 1968; 5, 555, 1969.
5. *S. Chandrasekhar,* Ap. J., 142, 1488, 1965.
6. *Y. Nutku,* Ap. J., 155, 999, 1969.
7. *А. А. Баранов, Б. М. Берковский,* сб. „Конвекция в каналах" под ред. А. В. Лыкова, Минск, 1971.
8. *Б. М. Берковский, А. А. Баранов,* Инж.-физ. журнал, 21, 63, 1971.
9. *А. М. Финкельштейн,* Бюлл. ИТА, 12, 5, 1970.
10. *Г. Ламб,* Гидродинамика, ГТТИ, М.-Л., 1947.
11. *А. Р. Кессель,* Ядерный акустический резонанс, Наука, М., 1969.