АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 8 НОЯБРЬ, 1972 ВЫПУСК 4

ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КОСМИЧЕСКОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ СРЕДЕ

Е. Я. ГИДАЛЕВИЧ

Поступила 10 мая 1972
Исправлена 22 июня 1972

В нерелятивистском приближении рассматривается роль космических лучей в суммарной упругости межзвездного газа. Магнитное поле является инструментом передачи импульса от космических лучей к „обычному" межзвездному газу. При этом межзвездный газ описывается уравнениями магнитной газодинамики, а космические лучи описываются системой Чу—Гольдберга—Лоу. Показано, что в присутствии магнитного поля космические лучи вносят существенный вклад в суммарную скорость звука.

Применение методов магнитной гидродинамики для описания динамических процессов в космической среде оказалось весьма плодотворным и позволило успешно объяснить целый ряд наблюдаемых явлений [1—4]. Вместе с тем, такие объекты, как межзвездная и межпланетная среда, а возможно и некоторые другие, обладают некоторой спецификой, не учитывавшейся в известных нам работах. Эта специфика состоит в том, что рассматриваемые области пространства заполнены двумя газами, практически не взаимодействующими друг с другом, например, межзвездный газ и космические лучи. При этом оба газа имеют высокую электрическую проводимость и прочно связаны с космическими магнитными полями. При напряженности магнитного поля 10^{-5} *э* ларморовский радиус у космических лучей с энергиями порядка 10^{9} *эв* составляет 10^{11} *см*, что много меньше характерных размеров задач в межзвездной и межпланетной газодинамике. Если учесть, что плотность энергии космических лучей порядка 10^{-12} *эрг/см*^{3} [5], что на два порядка превосходит давление межзвездного нейтрального газа, становится ясно, что учет влияния этой высокоэнергетической компоненты межзвездной среды в ряде случаев необходим. С другой стороны, космические лучи практически не претерпевают столкновений в масштабах, меньших, чем размеры облаков межзвездного газа, и поэтому для их описания в нерелятивистском приближении следует воспользоваться аппаратом Чу—Гольдберга—Лоу (ЧГЛ) [6], в то время как обычный межзвездный или межпланетный газ описывается уравнениями магнитной гидродинамики.

Выпишем исходную систему уравнений:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v\cdot\nabla)\, v + \frac{1}{\rho}\,\nabla p + \frac{1}{\rho}\Delta\cdot\hat{\Pi} + \frac{1}{4\pi\rho}[H \operatorname{rot} H] = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \operatorname{rot}[vH] = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0.$$

Здесь, как обычно, v, ρ, p — скорость, плотность и давление газа, H — напряженность магнитного поля, $\hat{\Pi}$ — тензор давления ЧГЛ космических лучей. Согласно [6],

$$\hat{\Pi} = \Pi_\perp \delta_{ik} + (\Pi_\parallel - \Pi_\perp)\, i_H\, i_H, \tag{2}$$

где $\Pi_\parallel$, $\Pi_\perp$ — компоненты тензора давления вдоль поля и в поперечном направлении, δ_{ik} — единичный диагональный тензор, $i_H\, i_H$ — тензорное произведение единичных ортов, направленных вдоль магнитного поля. Изменение компонентов тензора давления ЧГЛ определяется из уравнений [6]:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \Pi_\parallel}{\partial t} + (v\cdot\nabla)\,\Pi_\parallel + 3\,\Pi_\parallel \nabla_\parallel v_\parallel + \Pi_\parallel \nabla_\perp v_\perp = 0\\ \frac{\partial \Pi_\perp}{\partial t} + (v\cdot\nabla)\,\Pi_\perp + 2\,\Pi_\perp \nabla_\perp v_\perp + \Pi_\perp \nabla_\parallel v_\parallel = 0.\end{gathered} \tag{3}$$

Здесь и в дальнейшем $v_\parallel$ и $v_\perp$ — компоненты скорости вдоль поля и в поперечном направлении. Вместе с уравнением состояния $p \sim \rho^\gamma$, уравнения (1)—(3) составляют полную систему. Здесь следует отметить, что массовая скорость космических лучей и межзвездного газа одна и та же и поэтому отсутствует уравнение движения для релятивистского газа космических лучей. Противоположный случай будет рассмотрен позже. С незначительными преобразованиями запишем уравнения (1) и (3) в компонентах. Учитывая, что

$$\nabla\cdot\hat{\Pi} = \nabla_\perp \Pi_\perp + \nabla_\parallel \Pi_\parallel + (\Pi_\parallel - \Pi_\perp)\left[(H\cdot\Delta)\, H - 2\,\frac{H}{H}(H\cdot\nabla) H\right]\frac{1}{H^2}, \tag{4}$$

получим

$$\frac{\partial v_\parallel}{\partial t} + (v\cdot\nabla) v_\parallel + \frac{1}{\rho}\nabla_\parallel p + \frac{1}{\rho}\nabla_\parallel\left(\Pi_\parallel + \frac{H^2}{8\pi}\right) - \frac{(H\cdot\nabla) H_\parallel}{4\pi\rho}\left[1 + \frac{4\delta(\Pi_\parallel - \Pi_\perp)}{H^2}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial v_\perp}{\partial t} + (v\cdot\nabla) v_\perp + \frac{1}{\rho}\nabla_\perp p + \frac{1}{\rho}\nabla_\perp\left(\Pi_\perp + \frac{H^2}{8\pi}\right) - \frac{(H\cdot\nabla) H_\perp}{4\pi\delta}\left[1 - \frac{4\pi(\Pi_\parallel - \Pi_\perp)}{H^2}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{H_\parallel}{\rho}\right) + (v\cdot\nabla)\left(\frac{H_\parallel}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}(H\cdot\nabla) v_\parallel = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{H_\perp}{\rho}\right) + (v\cdot\nabla)\left(\frac{H_\perp}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}(H\cdot\nabla) v_\perp = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right) + (v\cdot\nabla)\left(\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right) + 2\left(\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right)\nabla_\parallel v_\parallel = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_\parallel}{\partial t} + (v\cdot\nabla)\Pi_\parallel + 3\Pi_\parallel\nabla_\parallel v_\parallel + \Pi_\parallel\nabla_\perp v_\perp = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_\perp}{\partial t} + (v\cdot\nabla)\Pi_\perp + 2\Pi_\perp\nabla_\perp v_\perp + \Pi_\perp\nabla_\parallel v_\parallel = 0,$$

$$p \sim \rho^\gamma.$$

В качестве первого шага к исследованию полученной системы уравнений рассмотрим распространение малых возмущений. Линеаризация уравнений (5) дает

$$\rho\frac{\partial v_\parallel}{\partial t} + c^2\nabla_\parallel\rho' + \nabla_\parallel\Pi_\parallel' - \frac{\Pi_\parallel - \Pi_\perp}{H}\nabla_\parallel h_\parallel = 0,$$

$$\rho\frac{\partial v_\perp}{\partial t} + c^2\nabla_\perp\rho' + \nabla_\perp\Pi_\perp' + \frac{H}{4\pi}\nabla_\perp h_\parallel - \frac{H}{4\pi}\left[1 - \frac{4\pi(\Pi_\parallel - \Pi_\perp)}{H^2}\right]\nabla_\parallel h_\perp = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial h_\parallel}{\partial t} - \frac{H}{\rho}\frac{\partial\rho'}{\partial t} - H\nabla_\parallel v_\parallel = 0,$$

$$\frac{\partial h_\perp}{\partial t} - H\nabla_\parallel v_\perp = 0,$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \Pi'_{\parallel}}{\partial t} - \frac{\Pi_{\parallel}}{\rho}\frac{\partial \rho'}{\partial t} + 2\Pi_{\parallel}\nabla_{\parallel} v_{\parallel} = 0,\\
&\frac{\partial \Pi'_{\parallel}}{\partial t} + 3\Pi_{\parallel}\nabla_{\parallel} v_{\parallel} + \Pi_{\parallel}\nabla_{\perp} v_{\perp} = 0,\\
&\frac{\partial \Pi'_{\perp}}{\partial t} + 2\Pi_{\perp}\nabla_{\perp} v_{\perp} + \Pi_{\perp}\nabla_{\parallel} v_{\parallel} = 0.
\end{aligned} \tag{6}
$$

Здесь штрихами обозначены флуктуирующие величины, а у величин постоянных для простоты опущены нулевые индексы. Кроме того, положено

$$
H_{\parallel} = H_0 + h_{\parallel}; \quad H_{\perp} = h_{\perp}, \tag{7}
$$

далее $c = (\partial p/\partial \rho)^{1/2}$ — скорость звука в межзвездном газе. Полагая, что все флуктуирующие величины пропорциональны $\exp i[\omega t - (k_{\parallel} z + k_{\perp} r)]$, где z и r — координаты вдоль и поперек поля, соответственно, получаем характеристическую систему.

$$
\begin{aligned}
&\omega\rho v_{\parallel} - k_{\parallel} c^2 \rho' - k_{\parallel}\Pi'_{\parallel} + k_{\parallel}\frac{\Pi_{\parallel} - \Pi_{\perp}}{H} h_{\parallel} = 0,\\
&\omega\rho v_{\perp} - k_{\perp} c^2 \rho' - k_{\perp}\Pi'_{\perp} - k_{\perp} h_{\parallel}\frac{H}{8\pi} + k_{\parallel} h_{\perp}\frac{H}{4\pi}\left[1 - \frac{4\pi(\Pi_{\parallel} - \Pi_{\perp})}{H^2}\right] = 0,\\
&\omega h_{\parallel} - \omega\rho'\frac{H}{\rho} + k_{\parallel} v_{\parallel} H = 0,\\
&\omega h_{\perp} + k_{\parallel} v_{\perp} H = 0,\\
&\omega\Pi'_{\parallel} - \omega\rho'\frac{\Pi_{\parallel}}{\rho} - k_{\parallel} v_{\parallel}\cdot 2\Pi_{\parallel} = 0,\\
&\omega\Pi'_{\parallel} - k_{\parallel} v_{\parallel}\cdot 3\Pi_{\parallel} - k_{\perp} v_{\perp}\Pi_{\parallel} = 0\\
&\omega\Pi'_{\perp} - k_{\perp} v_{\perp}\cdot 2\Pi_{\perp} - k_{\parallel} v_{\parallel}\Pi_{\perp} = 0.
\end{aligned} \tag{8}
$$

Приравнивая нулю детерминант системы характеристических уравнений, получим дисперсионное соотношение

$$
\begin{aligned}
&\omega^4 - \omega^2 k^2\left(c^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} + \frac{\Pi_{\perp}}{\rho} + 2\frac{\Pi_{\parallel}}{\rho}\cos^2\theta + \frac{\Pi_{\perp}}{\rho}\sin^2\theta\right) +\\
&+ k^4\left[\left(c^2 + 3\frac{\Pi_{\parallel}}{\rho}\right)\frac{H^2}{4\pi\rho}\cos^2\theta - \left(\frac{\Pi_{\perp}^2}{\rho^2} - 6\frac{\Pi_{\perp}\Pi_{\parallel}}{\rho^2} - 3\frac{\Pi_{\parallel}}{\rho}c^2\right)\cos^2\theta -\right.\\
&\left. - \frac{\Pi_{\parallel} - \Pi_{\perp}}{\rho}\left(c^2 + 3\frac{\Pi_{\parallel}}{\rho}\right)\cos^4\theta\right] = 0.
\end{aligned} \tag{9}
$$

При $\Pi_\perp = \Pi_\parallel = 0$ уравнение (9) тождественно совпадает с дисперсионным уравнением для обычных магнитогидродинамических волн [1]. При отличном от нуля тензоре давления $\hat{\Pi}$ космических лучей получаем из (9)

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(c^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} + \frac{\Pi_\perp}{\rho} + 2\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\cos^2\theta + \frac{\Pi_\perp}{\rho}\sin^2\theta\right) \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}\left[\left(c^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} + \frac{\Pi_\perp}{\rho} + 2\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\cos^2\theta + \frac{\Pi_\perp}{\rho}\sin^2\theta\right)^2 - \right. \tag{10}$$

$$-4\left(c^2 + 3\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right)\frac{H^2}{4\pi\rho}\cos^2\theta + 4\left(\frac{\Pi_\perp^2}{\rho^2} - 6\frac{\Pi_\perp\Pi_\parallel}{\rho^2} - 3\frac{\Pi_\parallel}{\rho}c^2\right)\cos^2\theta +$$

$$\left. + 4\left(c^2 + 3\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right)\frac{\Pi_\parallel - \Pi_\perp}{\rho}\cos^4\theta\right]^{1/2}.$$

Из (10) имеем в двух взаимно ортогональных направлениях

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_\perp^2 = c^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} + 2\frac{\Pi_\perp}{\rho};$$

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_\parallel^2 = \frac{1}{2}\left(c^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} + \frac{\Pi_\perp}{\rho} + 2\frac{\Pi_\parallel}{\rho}\right) \pm \frac{1}{2}\left[\left(c^2 - \frac{H^2}{4\pi\rho} - \frac{\Pi_\perp}{\rho}\right)^2 - \right. \tag{11}$$

$$\left. -4\left(c^2 + 2\frac{H^2}{4\pi\rho}\right)\frac{\Pi_\parallel}{\rho} + 4(\Pi_\perp - 2\Pi_\parallel)^2\frac{1}{\rho^2} - 16\frac{\Pi_\parallel\Pi_\perp}{\rho^2}\right]^{1/2}.$$

Полученные выражения показывают, что давление космических лучей вносит вклад в общую упругость межзвездного газа и увеличивает скорость распространения возмущений на величину порядка $\hat{\Pi}/\rho$, что при $\hat{\Pi} \approx 10^{-12}$ *дн/см*^{2}; $\rho \approx 10^{-24}$ *г/см*^{3} составляет $\approx 10^{12}$ *см*^{2}/*сек*^{2}.

Определенный интерес может представлять и другой случай, когда массовая скорость газа космических лучей существенно отличается от массовой скорости окружающего межзвездного газа. По-видимому, такая ситуация реализуется при выбросе пучка быстрых частиц из атмосферы звезды в окружающее пространство. Кстати, плотность массы покоя эжектируемых частиц в этом случае не обязательно будет пренебрежимо малой по сравнению с плотностью окружающего газа. Такой случай является более сложным и требует специального рассмотрения. Здесь хотелось бы обратить внимание на тот факт, что в этом случае изменится запись уравнения магнитной индукции. Действительно, в приближении бесконечной проводимости имеем

$$E + \frac{1}{c}[wH] = 0, \tag{12}$$

где w — массовая скорость среды, определяемая соотношением

$$w = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{\rho_1 + \rho_2}. \tag{13}$$

Для определенности будем обозначать индексами „1“ и „2“ межзвездный газ и пучок частиц, соответственно. Подставляя (13) в (12) и почленно производя операцию rot, немедленно получаем

$$\begin{gathered}\frac{\partial H}{\partial t} = \mathrm{rot}\,[v_1 H]\frac{\rho_1}{\rho_1+\rho_2} + \mathrm{rot}\,[v_2 H]\frac{\rho_2}{\rho_1+\rho_2} + \\ + \frac{\rho_2}{(\rho_1+\rho_2)^2}[\xi(H\cdot\nabla)\rho_1 - H(\xi\cdot\nabla)\rho_1] - \\ - \frac{\rho_1}{(\rho_1+\rho_2)^2}[\xi(H\cdot\nabla)\rho_2 - H(\xi\cdot\nabla)\rho_2],\end{gathered} \tag{14}$$

где $\xi = v_1 - v_2$. Здесь использованы обычные уравнения Максвелла

$$\mathrm{rot}\,E = -\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}; \qquad \mathrm{div}\,H = 0. \tag{15}$$

Уравнение (14) отражает тот факт, что в двухкомпонентной среде деформация магнитного поля вызывает индукционные токи в каждой из компонент, пропорциональные концентрации зарядов. В одномерном случае, когда скорости v_1, v_2 перпендикулярны полю и направлены по оси x, из (14) получаем

$$\begin{gathered}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{H}{\rho_1+\rho_2}\left[J_1\frac{\partial}{\partial x}\ln v_1 H + J_2\frac{\partial}{\partial x}\ln v_2 H - \right. \\ \left. -(v_1 - v_2)\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}\frac{\partial}{\partial x}\ln\frac{\rho_1}{\rho_2}\right] = 0,\end{gathered} \tag{16}$$

где $J_1 = \rho_1 v_1$; $J_2 = \rho_2 v_2$.

Далее, если поток является стационарным и $\rho_2 \ll \rho_1$, но не настолько, чтобы этой величиной можно было пренебречь вовсе, из (16) находим

$$\left(\frac{H}{\rho_1}\right)^{1+\frac{J_2}{J_1}}\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{2\frac{J_2}{J_1}} = \frac{H_0}{\rho_{1_0}}e^{-\frac{\rho_2}{\rho_1}}. \tag{17}$$

Полученное выражение является аналогом хорошо известного соотношения $H/\rho = \text{const}$ в обычной магнитной гидродинамике.

Автор выражает глубокую признательность Ю. П. Булашевичу и С. А. Каплану за внимание к работе и ценную дискуссию.

Уральский научный центр АН СССР
Институт геофизики

THE SOUND VIBRATIONS IN COSMIC MAGNETO-ACTIVE SPACE

E. Ja. GIDALEVITCH

In a non-relativistic approximation, the role of the cosmic rays in a total elasticity of the interstellar gas is examined. The magnetic field is a means of transference of impulse from the cosmic rays to the „usual" interstellar gas. The interstellar gas is described by the equations of hydromagnetic dynamics, and the cosmic rays are described by the Chew—Goldberger—Low system. It is shown that the cosmic rays make an important contribution to the total speed of sound in the presence of the magnetic field.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Х. Альвен, К. Г. Фельтхаммар,* Космическая электродинамика, Мир, М., 1967.
2. *С. А. Каплан,* Межзвездная газодинамика, Физматгиз, М., 1958.
3. *Ф. А. Баум, С. А. Каплан, К. П. Станюкович,* Введение в космическую газодинамику, Физматгиз, М., 1958.
4. *С. Б. Пикельнер,* Основы космической электродинамики, Наука, М., 1966.
5. *В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский,* Происхождение космических лучей, Изд. АН СССР, М., 1963.
6. *G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low,* Proc. Roy. Soc., A236, 112, 1956.