

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 8

НОЯБРЬ, 1972

ВЫПУСК 4

К ТЕОРИИ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

Г. С. СААКЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

Поступила 12 апреля 1972

Дополнительная гравитационная энергия, обусловленная некоторым разбуханием вращающихся белых карликов, порядка  $10^{50} (\Omega/\Omega_m)^2 \text{ эрг}$ , где  $\Omega$  — угловая скорость вращения, а  $\Omega_m$  — ее максимально возможное значение для заданной конфигурации. При постепенном торможении звезда будет сжиматься, и эта энергия выделится во всем объеме в виде тепла. Если  $\Omega$  не слишком мала по сравнению с  $\Omega_m$ , то эти запасы энергии в течение времени порядка космогонического могут обеспечить светимости не только порядка солнечной, но даже выше. При  $x_0 \leq 1$  и  $T_0 \sim 6 \cdot 10^8$  у белого карлика возможна протяженная атмосфера с массой  $M \sim 10^{31} \text{ г}$ , радиусом  $R \sim 0.1 \text{ пс}$  и поверхностной температурой  $T_s \approx 685$ .

В теории внутреннего строения звезд принято считать, что в белых карликах никаких других заметных внутренних запасов энергии, кроме теплового, не существует. Тепловые запасы приблизительно равны  $3 \cdot 10^{39} T$ . При температурах  $T \sim 10^7$  эта энергия не так уж мала и может обеспечивать светимости порядка  $10^{12} \text{ эрг/сек}$  в течение нескольких миллионов лет. В работах [1, 2] было показано, что, по всей вероятности, в недрах белых карликов должны существовать также заметные запасы остаточной ядерной энергии, обусловленные превращением средних и тяжелых атомных ядер в наустойчивое ядро, свойства которого определяются граничной энергией вырожденного газа электронов [3]. Эта энергия на один-два порядка может быть больше тепловой и, по-видимому, играет некоторую немаловажную роль в эволюционной истории таких небесных тел. В этой статье обсуждается роль вращения в энергетическом балансе белого карлика. Мы имеем в виду потенциальную энергию деформации, обусловленную вращением. Как будет показано, при достаточно больших угловых скоростях вращения могут возникать значительные запасы этой энергии.

1. Рассмотрим конфигурации белых карликов, принадлежащих устойчивому отрезку кривой зависимости массы  $M$  от центральной плотности  $\rho_0$ . Известно [1, 2], что устойчивыми являются только те конфигурации, у которых  $\rho_0 \lesssim 10^9$  г/см<sup>3</sup>. Вращение очень мало изменяет эту границу области устойчивости [3—5]. Обсудим энергетические эффекты, обусловленные вращением, при фиксированном общем числе барионов в звезде. Вследствие вращения небесное тело приобретает не только кинетическую энергию

$$W_r = \frac{I\Omega^2}{2}, \quad (1)$$

( $I$  — момент инерции относительно оси вращения,  $\Omega$  — угловая скорость), но и вследствие центробежных сил происходит также увеличение внутренней (потенциальной) энергии его. Правда, разбухание, обусловленное центробежными силами, небольшое, но из-за сравнительно малых размеров увеличение гравитационной энергии (энергия деформации) у барионных звезд и белых карликов оказывается значительным, если, конечно, угловые скорости не слишком малы. Из совершенно общих соображений следует ожидать, что этот гравитационный запас энергии  $W_g$ , обусловленный вращением, должен превышать энергию (1), но по порядку не может сильно отличаться от нее.

Для того, чтобы иметь более точные данные, нами проводились специальные численные расчеты. Дифференциальные уравнения, определяющие параметры сферических конфигураций, простые. Сравнительно громоздкими являются уравнения для вращающихся конфигураций. Метод расчета последних приведен в работах [4, 5]. Здесь не имеет смысла выписывать все необходимые формулы и повторять ряд рассуждений и объяснений, связанных с ними. Мы приведем лишь окончательные результаты. В табл. 1  $x_0$  — граничный импульс электронов в единицах  $m_e c$ ;  $\rho_0$  — плотность массы в центре,  $N$  — полное число барионов,  $M$  — масса,  $I$  — момент инерции звезды относительно оси вращения,  $R$  — радиус сферической конфигурации. Параметры вращающихся конфигураций рассчитаны для предельного значения угловой скорости  $\Omega_m = (GM/R^3)^{1/2}$  (при  $\Omega > \Omega_m$  центробежные силы превышают гравитационное притяжение: произойдет истечение вещества на экваториальных широтах). Масса и радиусы были вычислены с относительной точностью  $10^{-6}$ . Для интересующего нас эффекта такая точность была необходима.

Зависимость массы от числа барионов с большой точностью описывается линейным законом

$$M = kN, \quad M_0 = k_0N, \quad \Delta M = \Delta kN. \quad (2)$$

Здесь индекс „нуль“ относится к сферическим конфигурациям. Из данных, приведенных в табл. 1, находим

$$k = 1.6712918 \cdot 10^{-21} \text{ г}; \quad k_0 = 1.6712022 \cdot 10^{-24} \text{ г}; \quad \Delta k = 8.96 \cdot 10^{-29} \text{ г},$$

следовательно,

$$\Delta M = 8.96 \cdot 10^{-29} N. \quad (3)$$

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ НЕКОТОРЫХ НЕВРАЩАЮЩИХСЯ И ВРАЩАЮЩИХСЯ  
УСТОЙЧИВЫХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

$x_0$	$\rho_0$ $\text{г/см}^{-3}$	Невращающиеся звезды			Вращающиеся звезды			
		$10^{-57} N$	$M/M_\odot$	$R$ км	$10^{-57} N$	$M/M_\odot$	$10^{-49} I$ $\text{г/см}^2$	$\Omega_m$
1	$2.403 \cdot 10^8$	0.50866957	0.42746893	8873	0.59458940	0.49968030	12.82	0.196
2	$1.938 \cdot 10^7$	0.88543376	0.74400500	5903	0.99938026	0.83977930	8.862	0.476
4	$1.577 \cdot 10^8$	1.16122955	0.97552748	3747	1.27306221	1.06953187	3.947	1.063
7	$8.661 \cdot 10^8$	1.25375573	1.05292080	2492	1.35024765	1.13404173	1.592	2.042
10	$2.586 \cdot 10^9$	1.25815976	1.056301430	1888	1.34122471	1.12614300	0.8171	3.105

Теперь обратимся к табл. 2. Она составлена, исходя из данных, приведенных в табл. 1, и формул (1) и (3). Численные расчеты параметров белых карликов (см. табл. 1) проводились по теории Эйнштейна, поэтому в разность масс входит как энергия деформации  $W_g$ , так и кинетическая энергия вращения  $W_r$ , т. е.

$$W_g = \Delta M c^2 - W_r. \quad (4)$$

Как мы видим из табл. 2,  $W_g \geq 2W_r$ . Для наглядности на рис. 1 приводится также график зависимости отношения  $W_g/W_r$  от числа барионов  $N$ . Не следует удивляться тому, что у некоторых сравнительно менее плотных конфигураций отношение  $W_g/W_r$  оказывается большим, чем это следовало бы ожидать по теореме вириала. По-видимому, причиной этого является то, что потенциальная энергия  $W_g$  здесь не имеет вида простой степенной функции, для которой обычно выводится эта теорема.

Переход к угловым скоростям  $\Omega < \Omega_m$  совершается очень просто. Задача вращения решена в линейном приближении по малому безразмерному параметру  $\beta = \Omega^2 / (8\pi G\rho_0)$ . Это означает, что  $M = M_0 + \beta M_1$  и, следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta M &= \left(\frac{\Omega}{\Omega_m}\right)^2 \Delta M(\Omega_m), \\ W_g &= \left(\frac{\Omega}{\Omega_m}\right)^2 W_g(\Omega_m). \end{aligned} \quad (5)$$

Таблица 2  
ЭНЕРГИЯ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ  $W_g$  И КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ  $W_r$ ,  
БЕЛЫХ КАРЛИКОВ, ВРАЩАЮЩИХСЯ С ПРЕДЕЛЬНОЙ УГЛОВОЙ  
СКОРОСТЬЮ  $\Omega_m$

$10^{-6} \rho_0$ г/см <sup>3</sup>	$10^{-57} N$	$10^{-50} \Delta M c^2$ сп1	$10^{-49} W_r$ сп1	$10^{-49} W_g$ сп1	$W_g/W_r$
2.403	0.5946	0.4799	0.2462	4.553	18.5
19.38	0.9994	0.8066	1.004	7.062	7.03
157.7	1.273	1.027	2.230	8.045	3.61
866.1	1.350	1.090	3.319	7.577	2.28
2586	1.341	1.082	3.939	6.885	1.75

Таким образом, по табличным данным можно вычислить энергию  $W_g$  для любого значения угловой скорости.

2. Как мы видим, быстро вращающиеся белые карлики содержат в себе достаточно большие запасы энергии  $W_g$ , обусловленные центробежными силами. Пусть  $\Omega$  со временем уменьшается, тогда небесное тело будет соответственно сжиматься и, следовательно, в его объеме выделится часть энергии  $W_g$  в виде тепла. По-видимому, разумно предположить, что во внутренней части вращение твердотельное. Если это так, тогда кинетическая энергия  $W_r$  может израсходоваться лишь в атмосфере звезды, где угловая скорость с удалением от поверхности ее должна убывать, стремясь к нулю на бесконечности. Замедление вращения звезды может произойти благодаря явлениям, происходящим в атмосфере, а именно вследствие трения между различными слоями ее и индуцирования токов в ней, обусловленного дифференциальным вращением. Таким образом, разумно допустить, что эффектами трения в атмосфере определяется скорость израсходования излишних запасов гравитационного источника энергии. Не касаясь пока этого запутанного вопроса, ниже мы даем феноменоло-

гическое рассмотрение, предполагая, что энергия  $W_g$  выделяется в недрах звезды в виде тепла с постоянной скоростью в течение определенного промежутка времени  $\tau$ .

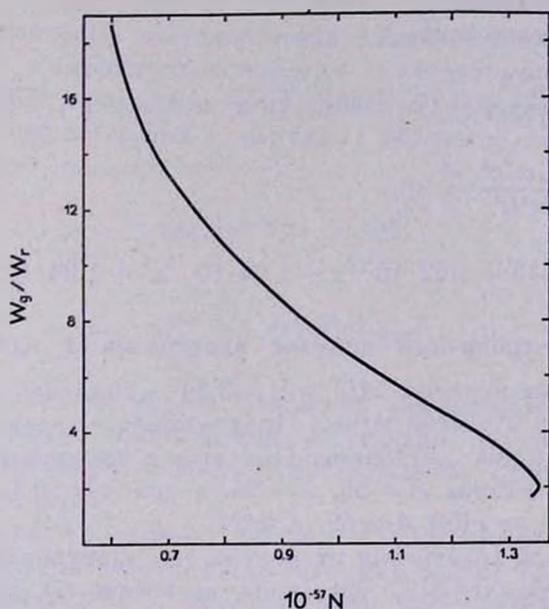


Рис. 1. Отношение потенциальной (энергии деформации) и кинетической энергий вращения как функция числа барионов для стабильной ветви белых карликов.

В проблеме горячих белых карликов исходной является следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2},$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho,$$

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon,$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\chi}{16\pi ac} \frac{\rho L}{r^2 T^3},$$

здесь  $r$  — расстояние от центра звезды,  $m(r)$  — масса в сфере с радиусом  $r$ ,  $T(r)$  — температура,  $L(r)$  — светимость,  $P(r)$  — давление,  $\rho(r)$  — плотность массы,  $\epsilon$  — энергия, выделяемая в единице объема

в единицу времени,  $\chi$  — непрозрачность,  $a$  — постоянная Стефана-Больцмана. Систему (6) нужно дополнить уравнением состояния, соответствующими выражениями для коэффициента непрозрачности и мощности источников.

Уравнение состояния

$$P = \frac{m_e c^5}{24 \pi^2 h^3} [x(2x^2 - 3) \sqrt{1+x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1+x^2})],$$

$$\rho = \frac{m_n m_e^3 c^3}{3 \pi^2 h^3} \frac{\bar{A}}{Z} x^2, \quad (7)$$

$$\frac{A}{Z} = 2.15 + 1.82 \cdot 10^{-2} x + 1.54 \cdot 10^{-5} x^2 + 1.04 \cdot 10^{-17} x^3,$$

где  $x = p_e/m_e c$  — граничный импульс электронов в единицах массы покоя,  $m_n$  — масса нуклона,  $A/Z = \sqrt{A}/3.54$  — отношение чисел нуклонов и протонов в атомном ядре. Предполагается неустойчивое состояние для вещества „ $Ae$ “-фазы. При этом у поверхности, где  $x \ll 1$ , мы имеем ядра железа  $A = 56$ ,  $Z = 26$ , а при  $x = 10$  (максимум кривой  $M(x_0)$ , где  $x_0 \equiv x(0)$ )  $A \approx 69$ ,  $Z \approx 29$ .

На некотором расстоянии от центра, где электронный газ нельзя уже считать вырожденным, уравнение состояния (7) нужно заменить следующим:

$$P = \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{k p T}{m_p} + \frac{a T^4}{3} \quad (8)$$

У самой поверхности можно допустить также существование ядер с разными  $A$  и  $Z$ , поэтому в (8) входит среднее значение  $\overline{A/Z}$ . Расстояние, где следует произвести замену уравнений состояния, приблизительно определяется условием равенства давления вырожденного нерелятивистского электронного газа

$$P \approx 3.14 \cdot 10^{12} \rho^{5/3}$$

первому слагаемому (8), при этом давление излучения оказывается достаточно малым, поэтому оно не учитывается. Эта процедура приводит к следующему уравнению, определяющему границу раздела между внутренним вырожденным ядром и невырожденной оболочкой звезды:

$$\rho \approx 4.8 \cdot 10^{-6} T^{3/2}. \quad (9)$$

## Непрозрачность

$$\chi = \frac{\chi_c \chi_r}{\chi_c + \chi_r}, \quad (10)$$

где  $\chi_c$  — непрозрачность, обусловленная теплопроводностью (она является основной в вырожденном ядре),  $\chi_r$  — непрозрачность, обусловленная различными процессами поглощения и рассеяния излучения (она становится существенной в наружных областях звезды, где вырождение неполное или отсутствует):

$$\chi_c = 3.844 \cdot 10^{-18} T^2 \frac{1 + x^2}{x^6},$$

$$\chi_r = 0.19 + 1.4 \cdot 10^{25} \frac{\sqrt{\rho}}{T^{3.5}}.$$

В последнем выражении первое слагаемое представляет непрозрачность, обусловленную томсоновским рассеянием излучения на электронах, а второе — непрозрачность, обусловленную „свободно-свободными“ переходами [6].

Теперь перейдем к вопросу об источниках внутренней энергии. Как уже было сказано выше, здесь нас интересует только избыток гравитационной энергии  $W_g$ , обусловленный центробежными силами. Для корректного решения вопроса скорости выделения этой энергии в объеме звезды необходимо подробно исследовать все механизмы трения, приводящие к торможению вращения. Эта проблема сложная. Пока мы ставим перед собою более скромную задачу: произвести упрощенное феноменологическое рассмотрение возможных космологических следствий, связанных с энергией  $W_g$ . Так, зададим некоторое среднее космологическое время  $\tau$ , предполагая, что за этот промежуток гравитационный запас энергии  $W_g$  расходуется приблизительно равномерно. Далее разумно допустить, что энергия  $W_g$  в объеме звезды распределена по закону  $C\rho\Omega^2 r^2$ , где  $C$  — коэффициент пропорциональности,

$$\epsilon\rho = \frac{C}{\tau} \rho\Omega^2 r^2.$$

Из очевидного условия

$$W_g = \int \epsilon\rho dV$$

находим

$$\varepsilon\rho = \frac{W_g}{2\tau W_r} \rho\Omega^2 r^3 = \frac{8\pi G\rho_0}{2\tau} \frac{W_g}{W_r}, \quad (11)$$

где  $\beta = \Omega^2/(8\pi G\rho_0)$  — известный безразмерный параметр, фигурирующий в теории вращения.

Строго говоря, взамен (6) нужно было написать соответствующие уравнения для вращающихся конфигураций. Однако, учитывая то обстоятельство, что отклонения распределения масс от сферической симметрии невелики (так, при  $\rho_0 \approx 10^8$  г/см<sup>3</sup> мы имеем следующую картину:  $(R - R_p)/R \approx 0.09$ ;  $(R_e - R)/R \approx 0.2$ , где  $R_p$  и  $R_e$  — полярный и экваториальный радиусы, а  $R$  — радиус соответствующей сферической конфигурации), мы можем при вычислении светимости и распределении температур не усложнять задачу, довольствуясь сферическим приближением. Следует оговориться также относительно временной зависимости угловой скорости. По сути дела, здесь мы имеем дело с эволюционной задачей. Нам следовало бы задавать также закон изменения  $\Omega$  со временем. Однако наше качественное рассмотрение не нуждается в этом. В самом деле, достаточно и половины энергии для того, чтобы обеспечить нужную светимость в течение времен порядка космогонических, при этом в конце  $\Omega$  уменьшится не более, чем в 1.5 раза. При строгом подходе нужно, конечно, учитывать также изменение  $\Omega$ . Это можно сделать, например, решая систему (6) для ряда последовательных значений  $\Omega$ . Ниже мы увидим, что из результатов наших расчетов можно получить также некоторые сведения о светимости и температурном градиенте для разных значений  $\Omega$  (см. формулы (19) и (20)).

3. Перейдем теперь к вопросу об интегрировании системы уравнений (6). Казалось бы, с этой целью стоит только задать время  $\tau$ , определяющее среднюю скорость выделения запасов внутренней энергии и значения функций в центре конфигураций,

$$P(0) = P_0, \quad m(0) = 0, \quad L(0) = 0, \quad T(0) = T_0. \quad (12)$$

Таким образом, создается впечатление, что мы имеем дело с задачей Коши. На самом деле это не так. Задавая значение параметра  $\tau$ , мы тем самым задаем и светимость звезды  $L$ . Но весь вопрос в том, что мы не имеем права произвольным образом задавать значения параметров  $L$  и  $T_0$ , поскольку из совершенно общих соображений (вспомним хотя бы теорию теплопроводности) очевидно, что между этими величинами должна существовать определенная связь (см. ниже).

Разумеется, эта связь может быть получена после завершения интегрирования системы (6), поэтому мы должны найти другой критерий, позволяющий при заданном  $\tau$  из бесконечного множества возможных значений  $T_0$  выбирать то единственное, которое является истинным, т. е. соответствующим выбранному значению светимости.

Рассмотрим систему (6) в наружной области звезды, где масса и светимость практически достигают насыщения. Разделим первое уравнение этой системы на последнее

$$\frac{dP}{dT} = \frac{16 \pi a c G}{3\chi} \frac{M}{L} T^2. \quad (13)$$

Интегрируем это уравнение для случаев, когда непрозрачность определяется томсоновским рассеянием ( $\chi_r = 0.19$ ), или „свободно-свободными“ переходами ( $\chi_r = 1.4 \cdot 10^{25} \sqrt{\rho} T^{-3.5}$ ), считая при этом  $M$  и  $L$  постоянными. Мы рассматриваем эти случаи, так как непрозрачность в оболочке звезды определяется именно ими. Случай, когда оба эти процесса одинаково важны, мало будет отличаться от первого из них. Подставляя в (13) значения  $\chi$  и используя уравнение состояния  $P = (\overline{Z/m_p A}) k_f T$ , находим

$$P = \begin{cases} C_1 \frac{M}{L} T^4, & \text{при } \chi = 0.19, \\ C_2 \left( \frac{M}{L} T^2 \right)^{2/3}, & \text{при } \chi = \chi_{ff} = 1.4 \cdot 10^{25} \sqrt{\rho} T^{-3.5}, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$C_1 = \frac{4 \pi a c G}{3\chi} = 3.33 \cdot 10^{-10},$$

$$C_2 = \left( \frac{3 \pi a c G}{4.2 \cdot 10^{25}} \right)^{2/3} \left( \frac{k \overline{Z}}{m_p A} \right) = 1.42 \cdot 10^{-21} \left( \frac{\overline{Z}}{A} \right)^{1/3}.$$

В обоих случаях постоянная интегрирования предполагается равной нулю, поскольку когда  $T \rightarrow 0$ , то и  $P \rightarrow 0$ .

При произвольном задании значений параметра  $\tau$  (т. е. светимости  $L$ ) и температуры в центре, очевидно, соотношение (14) не будет выполняться. Итак, фактически мы имеем дело с краевой задачей: путем пробных интегрирований мы должны найти то значение  $T_0$  при заданном  $\tau$ , для которого это соотношение выполняется. Численное интегрирование проводилось от центра к поверхности до наступления насыщения массы и светимости. Затем, после выполнения соотношения (14), проводилось повторное контрольное интегрирование

от поверхности к центру, и результат считался окончательным, если при этом масса  $m(r)$  и светимость  $L(r)$  обращались в нуль (разумеется, с определенной точностью).

У наиболее плотных конфигураций ( $x \geq 2$ ) насыщение достигалось до снятия вырождения, а у менее плотных оно переходило границу раздела между вырожденным ядром и невырожденной оболочкой. В области расстояний, на которых масса и светимость практически остаются постоянными, уравнения (6) допускают аналитическое интегрирование.

Из (14), учитывая уравнение состояния, в котором опущено давление излучения, находим

$$\rho = \begin{cases} C_1 \frac{m_p}{k} \left(\frac{\bar{A}}{\bar{Z}}\right) \frac{M}{L} T^3, & \text{при } \lambda = 0.19, \\ C_2 \frac{m_p}{k} \left(\frac{\bar{A}}{\bar{Z}}\right) \left(\frac{M}{L}\right)^{2/3} T^{13/3}, & \text{при } \lambda = \lambda_{ff}. \end{cases} \quad (15)$$

Для большинства моделей давление излучения мало и лишь у самой поверхности некоторых конфигураций становится сравнимым с давлением вещества. Только у двух моделей с  $x_0 = 2$ ,  $L = 1.47 \cdot 10^{35}$  эрг/сек и  $L = 1.04 \cdot 10^{35}$  эрг/сек на самой поверхности давление излучения несколько превышает давление вещества.

Подставим эти выражения плотности в последнее уравнение системы (6) и проинтегрируем его:

$$T(r) = \begin{cases} T(R_1) - C_3 \left(1 - \frac{R_1}{r}\right), & \text{при } \lambda = 0.19 \\ T(R_1) - 0.75 C_3 \left(1 - \frac{R_1}{r}\right), & \text{при } \lambda = \lambda_{ff}, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$C_3 = \frac{G m_p}{4k} \left(\frac{\bar{A}}{\bar{Z}}\right) \frac{M}{R_1} = 2.02 \cdot 10^{-16} \left(\frac{\bar{A}}{\bar{Z}}\right) \frac{M}{R_1}$$

Поверхность звезды определяется условием

$$L = 4\pi R_2^2 T^4. \quad (17)$$

Подставляя сюда выражение температуры из (16) и значение светимости  $L$ , получаем уравнение для радиуса звезды  $R_2$ .

В табл. 3 приведены основные данные, характеризующие рассчитанные нами модели белых карликов. Из табличных данных сле-

## МОДЕЛИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ГОРЯЧИХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

$x_0$	$M/M_{\odot}$	$10^{-7} T_0$	$10^{-33} L$ (эрг сек <sup>-1</sup> )	$10^{-9} \tau$ (лет)	$10^{-8} R_1$ (см)	$10^{-7} T_1$	$10^{-3} \rho (R_1)$ (г см <sup>-3</sup> )	$\gamma (R_1)$ (г <sup>-1</sup> см <sup>2</sup> )	$10^{-8} R_2$ (см)	$10^{-5} T_c$	$\lambda_m$ (А)
10	1.066	62.06	36.5	0.0666	1.879	6.87	28.4	1.06	1.880	1.95	149
10	"	43.96	15.2	0.160	1.882	5.58	20.6	1.72	1.891	1.56	186
10	"	14.29	0.857	2.84	1.884	2.84	7.15	16.4	1.888	0.762	381
10	"	8.271	0.200	12.1	1.889	2.02	4.14	23.3	1.892	0.529	548
10	"	2.066	0.00523	465	1.893	0.855	1.19	204	1.895	0.213	1360
7	1.061	55.10	32.4	0.0818	2.472	6.68	25.8	1.10	2.491	1.645	176
7	"	38.74	13.6	0.195	2.476	5.45	20.6	1.85	2.491	1.324	219
7	"	16.36	1.04	2.49	2.482	2.98	7.82	10.2	2.490	0.696	417
7	"	7.274	0.155	17.2	2.491	1.90	3.94	27.6	2.496	0.432	671
7	"	1.322	0.00161	1640	2.496	0.649	0.784	382	2.498	0.138	2101
4	0.982	57.90	70.0	0.0401	3.678	8.16	36.8	0.723	3.734	1.629	178
4	"	42.50	32.3	0.0870	3.689	6.80	28.0	1.08	3.736	1.342	216
4	"	16.89	1.78	1.58	3.722	3.44	9.83	5.86	3.746	0.649	447
4	"	7.450	0.178	15.8	3.736	2.00	4.36	24.4	3.750	0.365	795
4	"	4.990	0.0593	47.3	3.741	1.54	2.84	47.1	3.752	0.277	1050
2	0.746	53.77	147	0.0177	5.617	10.4	50.6	0.460	5.846	1.567	185
2	"	50.38	104	0.0251	5.641	9.56	44.5	0.533	5.852	1.436	202
2	"	24.16	7.10	0.370	5.771	5.08	17.2	2.13	5.887	0.732	396
2	"	18.19	3.00	0.876	5.800	4.15	12.7	3.56	5.895	0.590	492
2	"	4.260	0.0268	98.3	5.885	1.37	2.4	64.8	5.917	0.181	1602
1	0.477	60.00	2750	0.001	15.40	5.89	0.667	0.19	19.63	1.778	163
1	0.449	54.42	1570	0.00139	13.40	2.52	0.080	0.19	14.60	1.792	162
1	0.418	23.41	29.8	0.0586	8.001	8.13	34.9	0.725	8.677	0.863	336
1	"	8.986	0.02211	8.19	8.601	2.55	6.14	12.7	8.832	0.141	2057
1	"	3.005	0.00925	195	8.761	1.21	2.01	87.6	8.872	0.113	2566

Примечания к таблице:  $x_0$  — граничный импульс электронов в единицах  $m_e c$  в центре конфигурации,  $M$  — масса,  $T_0$  — температура в центре,  $L$  — светимость,  $\tau$  — среднее время выделения энергии,  $R$  — радиус,  $\gamma$  — непрозрачность, величины с индексом „1“ относятся к поверхности, на которой масса и светимость достигают насыщения (с точностью до 4 знаков), для конфигураций с  $x_0 \gg 2$  в качестве  $\tau$  ее выбрана периодичность, где  $\tau$  берется с погрешностью,  $T_c$  — поверхностная температура,  $\lambda_m$  — длина волны, соответствующая максимуму планковского излучения,  $R_2 \equiv R_c$ .

дует, что светимость связана с температурой в центре конфигурации соотношением

$$L_{30} = CT_7^n, \quad (18)$$

где  $L_{30}$  — светимость в единицах  $10^{30}$  эрг/сек, а  $T_7$  — температура в единицах  $10^7$  °К. Для конфигураций с заданным значением  $x_0$  (для  $x_0 \geq 2$ )  $C$  и  $n$  постоянны, а при изменении плотности в центре они медленно меняются. Зависимость  $C$  и  $n$  от параметра  $x_0$  дана на рис. 2.

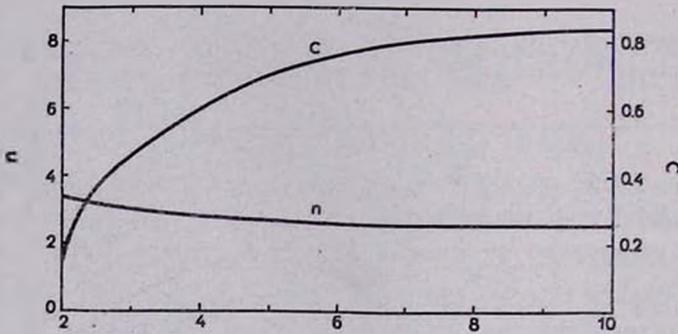


Рис. 2. Зависимости показателя  $n$  и коэффициента пропорциональности  $C$  в формуле  $L_{30} = CT_7^n$  от параметра  $x_0$  — граничного импульса электронов в единицах  $m\cdot c$ .

Отметим, что табличные данные содержат в себе значительно больше информации, чем кажется на первый взгляд. Причиной этого является то, что система уравнений (6) инвариантна относительно таких изменений  $\Omega$ ,  $L$  и  $\tau$ , для которых

$$\frac{\Omega^2}{\tau} = \text{const}, \quad (19)$$

$$L\tau = \text{const}. \quad (20)$$

Табл. 3 получена для случая, когда конфигурации вращаются с угловой скоростью  $\Omega = \Omega_m$ . Из (19) следует, что те же самые светимости получаются и для меньших значений  $\Omega$ , если соответственно уменьшить продолжительность  $\tau$ . Смысл второго инварианта очевиден. Он означает, что при заданных запасах внутренней энергии (т. е. при заданном  $\Omega$ ) светимость пропорциональна скорости выделения энергии.

Для конфигураций, у которых  $M \sim L$ ,  $T_e \sim 10^5$ , из (15) следует, что плотность  $\rho \sim 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>. За этой поверхностью плотность вещества очень быстро падает и на расстоянии

$$\Delta R = \frac{T_e R_2}{0.75 C_3} \approx 3450 \frac{M_{\odot}}{M} \frac{T_e}{10^5} \left( \frac{R_2}{10^8} \right)^2 \quad (21)$$

обращается в нуль. Фактически  $\Delta R$  представляет собой высоту атмосферы. Легко убедиться в том, что оптическая толщина этого слоя приблизительно равна 2/3, как и следовало ожидать. В случае, когда непрозрачность определяется томсоновским рассеянием, толщина атмосферы будет в 1.33 раза меньше.

4. Можно допустить также наличие атмосферы, состоящей из водорода. Тогда, как легко заметить из (21), у всех моделей, за исключением моделей с  $x_0 \leq 1$  и  $T_0 \sim 6 \cdot 10^8$ , высота атмосферы будет в  $A/Z = 2.154$  раза больше по сравнению с атмосферой, состоящей из железа. Протяженную атмосферу при  $x_0 \geq 1$  можно было получить, если допустить, что  $T_0 \gtrsim 10^9$ , но, по-видимому, такие температуры невозможны из-за катастрофических нейтринных потерь. Имеется возможность построить модели с протяженной атмосферой при умеренных температурах  $T_0$  лишь для конфигураций с  $x_0 \leq 1$ . Такие модели нами пока не рассчитаны, кроме одной ( $x_0 = 1$ ,  $T_0 = 6 \cdot 10^8$ ), на которой следует особо остановиться.

В случае атмосферы, состоящей из водорода, имеем следующее решение [7]:

$$P = \frac{4\pi acG}{3\%} \frac{M}{L} T^4, \quad \rho = \frac{am_p \varepsilon}{6k} T^3, \quad (22)$$

$$T(r) = T_R \left[ 1 - b \left( 1 - \frac{R}{r} \right) \right], \quad b = \frac{\% m_p \varepsilon L}{32 \pi kc R T_R},$$

где  $R$  — радиус звезды,  $T_R$  — температура на поверхности,  $\% = 0.38$  — непрозрачность, обусловленная томсоновским рассеянием на электронах,

$$\varepsilon = \frac{ML_m}{M_{\odot} L} - 1, \quad L_m = \frac{4\pi GM_{\odot} c}{\%} = 1.32 \cdot 10^{38} \text{ эрг/сек.}$$

Для упомянутой выше конфигурации:  $x_0 = 1$ ,  $T_0 = 6 \cdot 10^8$ ,  $L = 2.75 \cdot 10^{36}$  эрг/сек,  $R_1 \approx 1.54 \cdot 10^9$  см,  $T_R = 5.89 \cdot 10^7$ ,  $\varepsilon = 21.9$ ,  $b = 1.0141$ . На поверхности, где железо заменяется водородом, температура и давление должны оставаться непрерывными, тогда как плотность может

испытывать скачок. Место скачка, по-видимому, можно определить из требования устойчивости водорода относительно процессов термоядерного синтеза у основания атмосферы. Из процессов синтеза наиболее существенными являются реакции протон-протонной цепочки. Средняя продолжительность жизни водорода относительно протекающей реакции  $H' + H' \rightarrow H^2$  определяется следующей формулой [8]:

$$t \approx \frac{1.8 T_6^{2/3}}{n} 10^{(36 + 14.65 T_6^{-1.3})}, \quad (23)$$

где  $n$  — плотность числа частиц. У основания атмосферы, согласно (22), плотность числа частиц равна

$$n_{R_1} = \frac{\alpha^3}{6k} T_{R_1}^3 \approx 4.27 \cdot 10^{25}. \quad (24)$$

Подставляя это значение плотности в (23), находим  $t \approx 3.64 \cdot 10^{13}$  лет. Таким образом, для рассматриваемой модели водородная атмосфера вполне устойчивая.

Толщину водородной атмосферы можно определить, исходя из (22). Имеем

$$l = R_3 - R_1 = \frac{R_1}{b-1}, \quad (25)$$

где  $R_3$  — расстояние, на котором плотность обращается в нуль. Для конфигурации с  $b = 1.0141$  получаем  $l = 1.1 \cdot 10^6$  км,

$$M = 4\pi m_p n_{R_1} R_1^3 \left( b^3 \ln \frac{b}{b-1} - b^2 - \frac{1}{2} b - \frac{1}{3} \right) = 8.48 \cdot 10^{30} \text{ г}.$$

Протяженную атмосферу можно получить лишь при  $b = 1$ . В этом случае [7]

$$T(r) = T_{R_1} \frac{R_1}{r}, \quad \rho = m_p n_{R_1} \left( \frac{R_1}{r} \right)^3. \quad (26)$$

У рассматриваемой нами конфигурации  $b$  чуть больше единицы, но путем незначительного изменения плотности или температуры в центре, очевидно, можно добиться выполнения условия  $b = 1$ . Разумно за радиус протяженной атмосферы считать то расстояние, где плотность падает до значения  $\rho_3 = 1.02 \cdot 10^{-24}$  г см<sup>-3</sup>, имеющегося в межзвездном пространстве:

$$R_3 = R_1 \left( \frac{n_{R_1} m_p}{\rho_3} \right)^{1/3} = 6.35 \cdot 10^{17} \text{ см}. \quad (27)$$

Расстояние, где имеет место  $L = 4\pi\sigma R_2^2 T_*^4$ , равно

$$R_2 = R_1^2 T_{R_1}^2 \left( \frac{4\pi\sigma}{L} \right)^{1/2} = 1.32 \cdot 10^{14} \text{ см.} \quad (28)$$

На этой поверхности (на оптической глубине  $\tau \approx 2/3$ ) температура равна

$$T_* = T_{R_1} \frac{R_1}{R_2} \approx 685. \quad (29)$$

Определим, наконец, массу протяженной атмосферы

$$M_{\text{ат}} = 4\pi \int_{R_1}^{R_2} \rho r^2 dr = 4\pi m_p n_{R_1} R_1^3 \ln \frac{R_2}{R_1} = 6.3 \cdot 10^{31} \text{ г.}$$

5. Приведенное выше рассмотрение указывает на наличие у вращающихся белых карликов заметных запасов внутренней энергии, связанной с разбуханием их. Добавочная гравитационная энергия, обусловленная разбуханием белого карлика, порядка  $10^{50} (\Omega/\Omega_m)^2 \text{ эрг}$ , где  $\Omega$  — угловая скорость вращения, а  $\Omega_m$  — ее максимально допустимое значение для данной конфигурации. По мере замедления вращения небесное тело, конечно, будет соответственно сжиматься, что, безусловно, приведет к постепенному выделению этой добавочной гравитационной энергии в виде тепла во всем ее объеме.

Итак, имеется основание усомниться в правильности представления о том, что все барионные звезды и белые карлики обязательно являются сравнительно „холодными“, слабо светящимися объектами. При не слишком малых моментах количества движения эти небесные тела содержат в себе достаточно большие запасы внутренней энергии, обеспечивающие им заметные и даже большие светимости. По-видимому, наряду с обычными белыми карликами, у которых светимости на два-три порядка меньше солнечной, должны существовать также и такие, светимость которых порядка и даже значительно выше солнечной. У ярких объектов максимум излучения находится в ультрафиолетовой части спектра.

Представляют особенно большой интерес звезды с центральными плотностями  $\rho \lesssim 3 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$  (т. е.  $x_0 \lesssim 1$ ). У этих объектов возможно существование протяженной атмосферы с массой порядка  $10^{31} \text{ г}$  и радиусом порядка  $0.1 \text{ пс}$ . У них на оптической глубине (т. е. на поверхности) температура порядка 685, а радиус соответствующей поверхности порядка  $1.32 \cdot 10^{14} \text{ см}$ .

Авторы признательны академику В. А. Амбарцумяну за ценные замечания и проявленный интерес к работе.

Ереванский государственный  
университет

## TO THE THEORY OF WHITE DWARFS

G. S. SAHAKIAN, D. M. SEDRAKIAN, E. V. CHUBARIAN

The additional gravitational energy of the rotating white dwarfs is in the order of  $10^{50} (\Omega/\Omega_m)^2 \text{ erg}$  ( $\Omega$  — is the angular velocity and  $\Omega_m$  is its maximum value).

The loss of the angular momentum a star is contracted and the additional gravitational energy of deformation is transferred to heat. If  $\Omega$  is of the order of  $\Omega_{\text{max}}$ , then this store of energy is enough to supply the luminosity of the order of solar luminosity and higher.

For the configuration with parametres  $x_0 \lesssim 1$  and  $T_0 \sim 6 \cdot 10^8$  we have got extend atmospheres with masses of the order of  $M \sim 10^{31} \text{ g}$  radius  $R \sim 0.1 \text{ pc}$  and the surface temperature  $T_s \simeq 685$ .

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Саакян, Р. М. Авакян, *Астрон. ж.*, 49, 316, 1972.
2. Р. М. Авакян, Г. С. Саакян, *Астрофизика*, 8, 123, 1972.
3. Г. С. Саакян, *Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс*, Наука М., 1972.
4. Г. Г. Арутюнян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, *Астрон. ж.*, 49, 1216, 1972.
5. Д. М. Седракян, *Докторская диссертация*, Ереванский государственный университет, 1972.
6. D. Morton, *Nature*, 201, 1308, 1964.
7. Г. С. Саакян, Д. М. Седракян, *Астрофизика*, 8, 283, 1972.
8. X. Рисс, *Источники энергии звезд*, в сб. „Внутреннее строение звезд“ под ред. Л. Аллера и Д. Б. Мак-Лафлина, Мир, М., 1970.