

ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВЕЗДЫ КАК ЧИСТО
РАЗРЫВНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС. III.
ЗВЕЗДЫ РАЗЛИЧНЫХ МАСС В РАССЕЯННОМ СКОПЛЕНИИ

В. С. КАЛИБЕРДА, И. В. ПЕТРОВСКАЯ

Поступила 12 июля 1971

В схеме чисто разрывного случайного процесса рассматривается эволюция функции распределения скоростей группы звезд, погруженных в рассеянное звездное скопление. Масса рассматриваемой звезды предполагается равной половине средней массы звезды в скоплении. В результате численного решения второго уравнения Колмогорова—Феллера получена функция распределения скоростей звезд рассматриваемой группы в различные моменты времени, а также скорость диссипации этих звезд и уносимая ими энергия. Результаты, полученные в схеме чисто разрывного случайного процесса, для квазистационарного состояния, сравниваются с решением уравнения Фоккера—Планка (непрерывный случайный процесс) Спитцгера и Харма.

В ряде предыдущих работ было предложено рассматривать изменение характеристик движения звезды в звездной системе под действием иррегулярных сил как чисто разрывный марковский процесс. Этот процесс описывается уравнениями Колмогорова—Феллера [1]. Если пренебречь регулярным потенциалом звездной системы, то для исследования изменения модуля скорости звезды достаточно второго уравнения Колмогорова—Феллера, приближенный метод решения которого предложен в [1—3]. В предыдущих работах этот метод используется для описания эволюции функции распределения скоростей группы звезд, погруженных в рассеянное звездное скопление, причем в [2] масса m_1 каждой звезды рассматриваемой группы предполагается равной средней массе звезды в скоплении: $m_1 = \bar{m}$, в [4] (часть I настоящей работы) предполагается $m_1 = 0$, а в [5] (часть II)— $m_1 = 2\bar{m}$.

В предлагаемой части III рассматриваются звезды, массы которых вдвое меньше средней массы: $m_1 = 0.5\bar{m}$. При этом, как и в

[2, 4, 5], предполагается, что характеристики звездного поля не изменяются со временем, а распределение скоростей звезд поля является сферическим максвелловским.

Согласно результатам работ [2—5], функцию распределения скоростей рассматриваемой группы звезд можно приближенно представить в виде отрезка ряда

$$\varphi(x, \theta, y) = \sum_{j=1}^n C_j(x) e^{-\mu_j \theta} Y_j(y), \quad (1)$$

где θ — безразмерное время, x — модуль скорости звезды в начальный момент времени $\theta = 0$ в единицах средней квадратичной скорости звезд поля $\bar{v}$, $y = \frac{v}{\bar{v}}$ — модуль скорости звезды в момент θ ,

$$\theta = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\bar{v}^3}{G^2 m^2 D}, \quad (2)$$

D — плотность звездного поля.

В (1) μ_j и $Y_j(y)$ — собственные значения и соответствующие собственные функции оператора

$$AY \equiv - \int_0^{y_1} Y(z) \Phi_1(z, y-z) dz + Y(y) \int_0^\infty \Phi_1(y, z-y) dz, \quad (3)$$

$y_1 = 2$ — средняя по скоплению критическая скорость, выраженная в единицах $\bar{v}$, причем $Y(0) = Y(2) = 0$. Ядро Φ_1 , дающее вероятность перехода для звезд с массой $m_1 = 0.5 \bar{m}$, приводится в [6] (формулы I—II).

Все собственные значения получаются положительными. Наименьшему собственному значению μ_1 соответствует собственная функция $Y_1(y)$, представляющая собой функцию распределения скоростей звезд с массами $m_1 = 0.5 \bar{m}$ при $t \rightarrow \infty$, т. е. после достижения скоплением состояния, квазистационарного в целом. Нормированная функция

$$Y_1^{(0)}(y) = \frac{Y_1(y)}{\int_0^2 Y_1(y) dy} \quad (4)$$

приводится в табл. 1.

Функции распределения скоростей звезд различных масс в квазистационарном звездном скоплении, полученные в работах [4, 5, 7] и

в настоящей работе, представлены на рис. 1. Для случаев $m_1 = 0$, $m_1 = \bar{m}/2$ и $m_1 = \bar{m}$ приводятся функции распределения скоростей Спитцера и Харма [8], полученные в результате решения уравнения Фоккера—Планка, т. е. в схеме непрерывного случайного процесса.

Таблица 1

y	$Y_1^{(0)}(y)$	y	$Y_1^{(0)}(y)$	y	$Y_1^{(0)}(y)$
0.0	0.0000	0.7	0.7061	1.4	0.6668
0.1	0.0716	0.8	0.7686	1.5	0.5771
0.2	0.1760	0.9	0.8090	1.6	0.4697
0.3	0.2932	1.0	0.8268	1.7	0.3559
0.4	0.4121	1.1	0.8193	1.8	0.2391
0.5	0.5242	1.2	0.7889	1.9	0.1198
0.6	0.6238	1.3	0.7384	2.0	0.0000

Случай $m_1 = 2\bar{m}$ в [8] не рассматривался, поэтому на рис. 1 для сравнения приводится результат Спитцера и Харма для $m_1 = 1.4\bar{m}$ (наиболее массивные массы, рассмотренные в [8]). Значения средней скорости и средней квадратичной скорости по отношению к средней квадратичной скорости звезд поля, а также дисперсии полученных распределений приводятся в табл. 2. Некоторое размывание наших функций по сравнению с результатами Спитцера и Харма для более массивных звезд объясняется учетом в схеме чисто разрывного случайного процесса близких взаимодействий, вызывающих существенные изменения модуля скорости звезды.

Для вычисления функции распределения скоростей звезд с $m_1 = \bar{m}/2$ в различные моменты времени в формуле (1) было принято $n = 5$. Коэффициенты $C_i(x)$ определяются по функции распределения скоростей рассматриваемой группы звезд при $t = 0$. На рис. 2 представлена эволюция распределения скоростей группы звезд, начальные скорости которых в момент $t = 0$ были равномерно распределены в интервале $0.75\bar{v} - 1.25\bar{v}$, а на рис. 3—аналогичные данные для звезд с начальными скоростями в интервале $1.25\bar{v} - 1.65\bar{v}$. Время, указанное на рисунках, выражено в единицах времени релаксации типичного рассеянного скопления $\tau = 0.01 t_0$.

Обе группы звезд при $t \approx 20\tau$ достигают квазистационарного состояния, при котором их функция распределения скоростей изменяется гомологично вследствие диссипации, т. е. в формуле (1) все слагаемые, начиная со второго, пренебрежимо малы в сравнении с

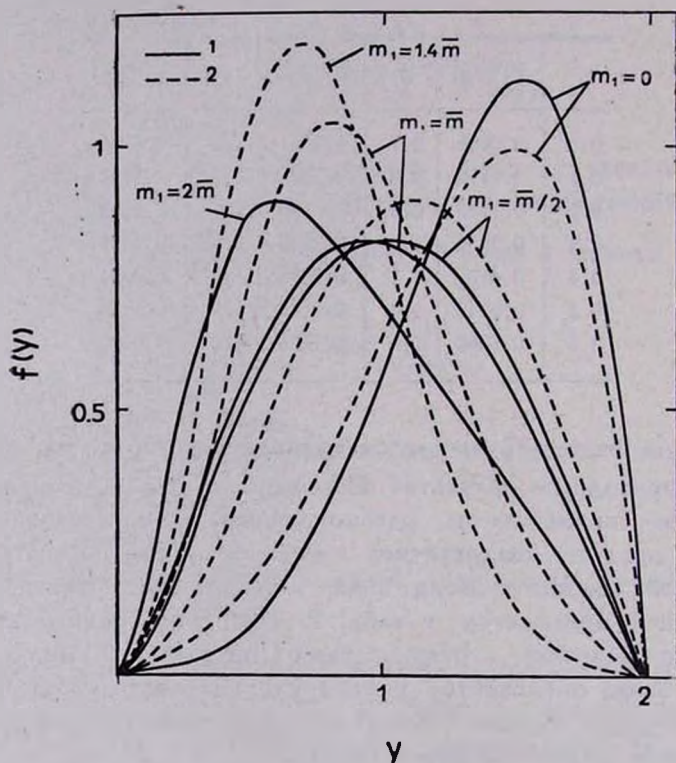


Рис. 1. Функции распределения скоростей звезд различных масс в квазистационарном скоплении; 1—чисто разрывный случайный процесс, 2—данные Спитцера и Харта [8].

первым. Таким образом, звезды с массами $m_1 = \bar{m}/2$ приобретают квазистационарное распределение скоростей за то же время, что и звезды средней массы ($m_1 = \bar{m}$), обладающие тем же начальным распределением скоростей [2]. Как показано в [4, 5], у звезд нулевой массы этот переход совершается за время $\sim 5\tau$, а у звезд с $m_1 = 2\bar{m}$ — за время $\sim 50\tau$, т. е. время установления квазистационарного состояния тем больше, чем больше масса рассматриваемых звезд.

В качестве дополнительной иллюстрации этого результата на рис. 4 представлен переход к квазистационарному состоянию группы звезд с массами $m_1 = \bar{m}/2$, функция распределения скоростей которых в начальный момент $t = 0$ совпадала с квазистационарным законом

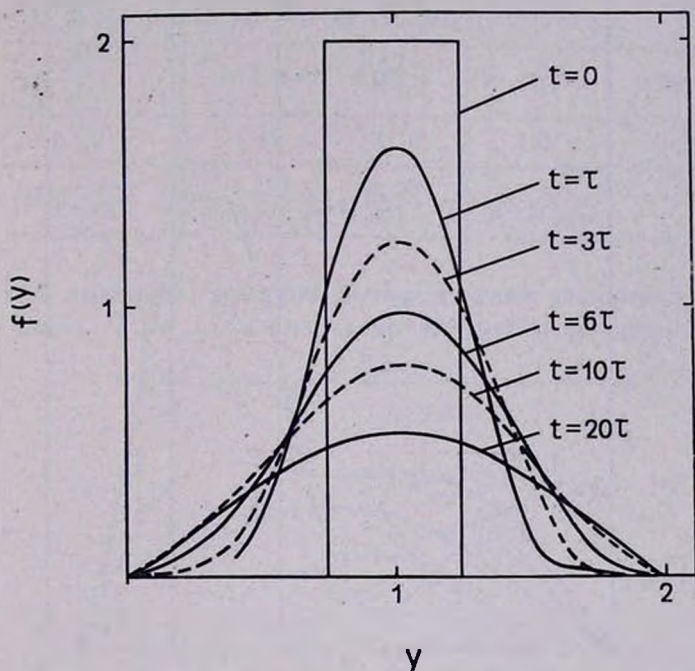


Рис. 2. Функция распределения скоростей в различные моменты времени группы звезд с массами $m_1 = 0.5 \bar{m}$.

распределения скоростей звезд массы $m_1 = 2\bar{m}$ [5]. На рис. 5 для сравнения представлен переход к квазистационарному распределению группы массивных звезд с $m_1 = 2\bar{m}$, у которых в качестве начального принято распределение скоростей, совпадающее с распределением скоростей звезд $m_1 = \bar{m}/2$ в квазистационарном состоянии. Более легкие звезды, как это следует из рис. 4, совершают переход от начальной функции распределения к квазистационарному закону за время $\sim 6\tau$, а более массивные (рис. 5) — за время $\sim 40\tau$, т. е. в 6 раз медленнее. При этом, ввиду того, что в обоих случаях в качестве начального распределения взята гладкая функция, этот переход со-

вершается быстрее, чем в рассмотренных ранее случаях, когда начальные скорости звезд предполагались равномерно распределенными в некотором промежутке.

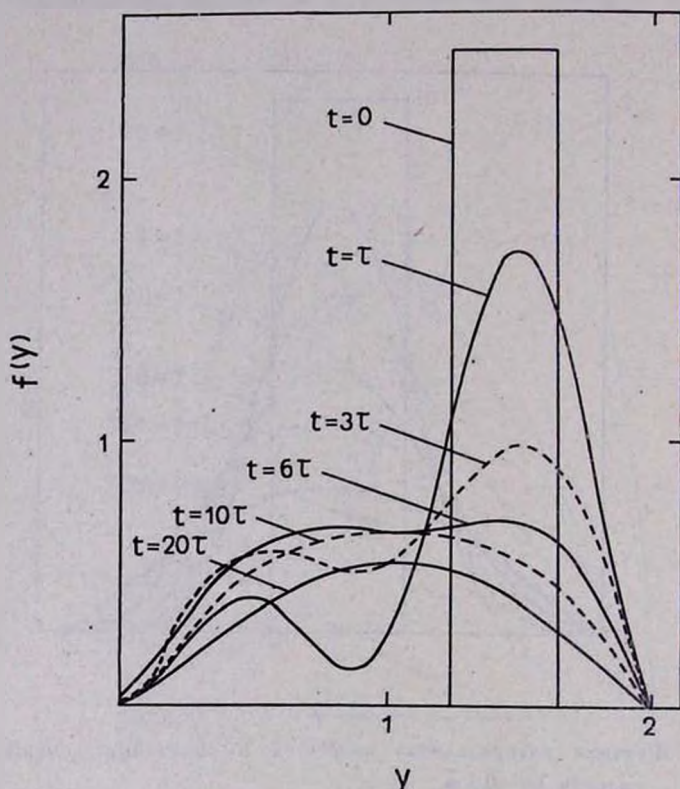


Рис. 3. Функция распределения скоростей в различные моменты времени группы звезд с массами $m_1 = 0.5 \bar{m}$.

В табл. 3 приводится доля звезд с массой $m_1 = \bar{m}/2$, диссипирующих за время релаксации τ , и доля энергии этих звезд, уносимая ими за время релаксации τ , а также доля энергии этих звезд, уносимая ими за время τ , вычисленная по формулам (12)–(14) работы [5].

В работах [2, 4, 5, 7] в качестве ядра оператора (3) использовалось выражение для вероятности перехода, полученное Т. А. Агекяном [9]. Проверка показала, что в формуле (78) работы [9] была допущена опечатка, а именно, вероятность перехода для звезд нулевой массы $m_1 = 0$ следует увеличить в два раза. После исправле-

ния диссипация и доля уносимой энергии, приведенные в [4] для звезд нулевой массы, увеличиваются вдвое, и примерно в два раза

Таблица 2

	$m_1=0$	$m_1=0.5\bar{m}$	$m_1=\bar{m}$	$m_1=2\bar{m}$
$\left(\frac{\tau}{N} \frac{dN}{dt}\right)_{t=\infty}$	0.1542 (0.205 SH)	0.291 (0.0615 SH)	0.01038 (0.0114 SH)	0.00582
$\left(\frac{\tau}{E} \frac{dE}{dt}\right)_{t=\infty}$	0.0254	0.00556	0.00187	0.000536
$\sqrt{g^2}$	1.41	1.10	1.07	0.947
$\overline{(y-\bar{y})^2}$	0.122 (0.145 SH)	0.176 (0.154 SH)	0.175 (0.127 SH)	0.178

ускоряется эволюция функции распределения скоростей рассматриваемых звезд. При этом характер изменения со временем функции

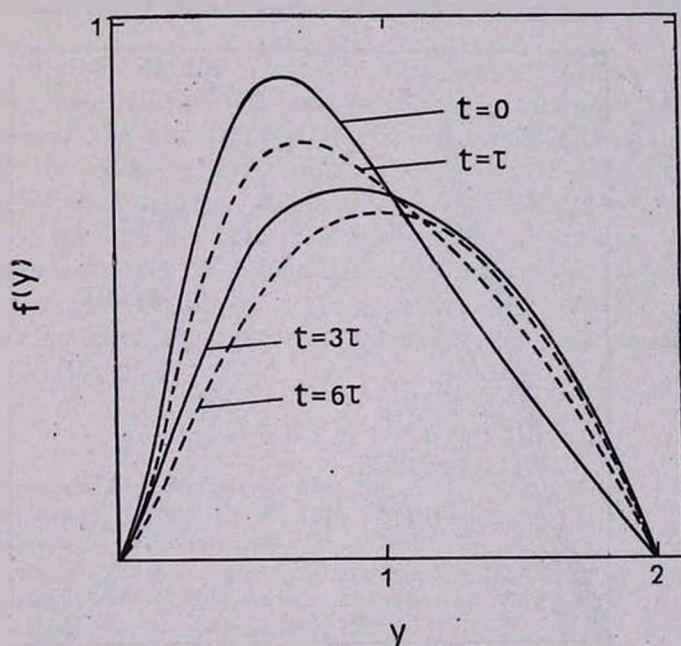


Рис. 4. Функция распределения скоростей в различные моменты времени группы звезд с массами $m_1=0.5\bar{m}$, начальное распределение которых совпадает с квазистационарным распределением скоростей звезд массы $m_1=2\bar{m}$.

распределения скоростей остается прежним, а уменьшается лишь масштаб времени. Квазистационарное состояние достигается группами

звезд нулевой массы, рассматриваемыми в [4], за время $\sim 5\tau$, а не 10τ , как указано в [4].

Таблица 3

$\frac{t}{\tau}$	$-\frac{\tau}{N} \frac{dN}{dt}$		$-\frac{\tau}{2E} \frac{dE}{dt}$	
	$0.75 < x < 1.25$	$1.25 < x < 1.65$	$0.75 < x < 1.25$	$1.25 < x < 1.65$
4	0.0148	0.0424	0.000231	0.00480
5	0.0172	0.0396	0.000324	0.00448
6	0.0192	0.0375	0.000779	0.00420
10	0.0245	0.0328	0.00188	0.00345
20	0.0284	0.0296	0.00264	0.00288
30	0.0290	0.0292	0.00276	0.00280
40	0.0291	0.0291	0.00278	0.00278

Доля диссипирующих звезд и доля уносимой энергии при $t = \infty$, т. е. в квазистационарном состоянии, для звезд различных масс при-

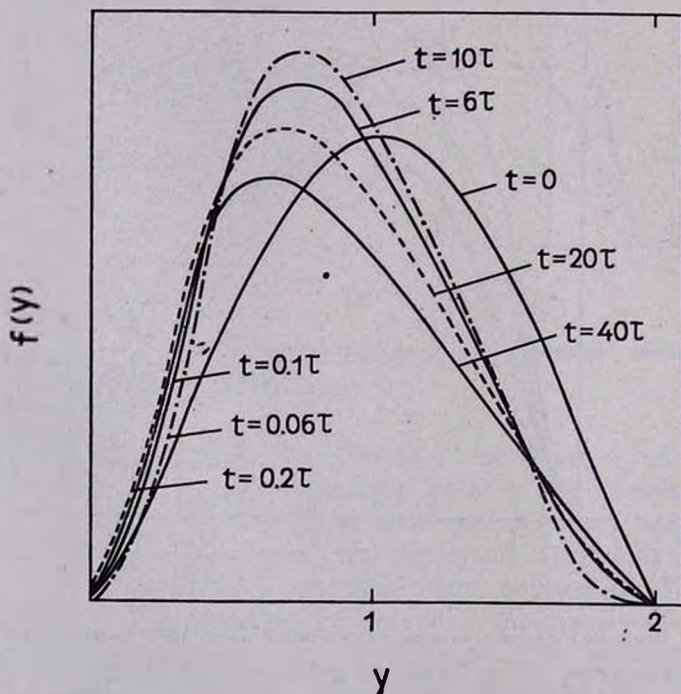


Рис. 5. Функция распределения скоростей в различные моменты времени групп звезд с массами $m_1 = 2\bar{m}$, начальное распределение которых совпадает с квазистационарным распределением звезд массы $m_1 = 0.5\bar{m}$.

водятся в табл. 2, при этом для звезд нулевой массы приведены исправленные значения. Как и следовало ожидать, диссипация и вынос энергии легких звезд происходят быстрее, чем массивных. В табл. 2 приводятся также значения доли диссипирующих звезд, полученные Спитцером и Хармом в [8]. Диссипация по Спитцеру и Харму получается несколько больше, чем в нашем случае. Это, по-видимому, объясняется тем, что в [8] не учитывался эффект кратности далеких сближений и поэтому их роль оказалась завышенной.

Ленинградский государственный
университет

THE VELOCITY VARIATION OF STAR AS A PURELY DISCONTINUOUS RANDOM PROCESS. III. THE STARS OF DIFFERENT MASSES IN OPEN CLUSTER

V. S. KALIBERDA, I. V. PETROVSKAYA

The evolution of the velocity distribution function of a group of stars in open cluster is considered as a purely discontinuous random process. The mass of the star under consideration is proposed to be half the average mass of a cluster star. Using the second Kolmogorov—Feller equation the velocity distribution function of considered stars, the escape rate and the amount of energy, taken away by the dissipated stars are found for different moments of time. The results for the quasi-stationary state are compared with the solution of Fokker-Plank equation by Spitzer and Harm (a continuous random process):

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. В. Петровская, Астрон. ж., 46, 824, 1969.
2. И. В. Петровская, Астрон. ж., 46, 1220, 1969.
3. И. В. Петровская, Астрон. ж., 48, 309, 1971.
4. В. С. Калиберда, И. В. Петровская, Астрофизика, 6, 135, 1970.
5. В. С. Калиберда, И. В. Петровская, Астрофизика, 7, 663, 1971.
6. В. С. Калиберда, Астрон. ж., 48, 969, 1971.
7. В. С. Калиберда, Астрон. ж., 47, 960, 1970.
8. L. Spitzer, R. Harm, Ap. J., 127, 544, 1958.
9. Т. А. Азелян, Астрон. ж., 36, 41, 1959.

