АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 7 НОЯБРЬ, 1971 ВЫПУСК 4

# ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВЕЗДЫ КАК ЧИСТО РАЗРЫВНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС. II. МАССИВНЫЕ ЗВЕЗДЫ В СКОПЛЕНИЯХ

В. С. КАЛИБЕРДА, И. В. ПЕТРОВСКАЯ

Поступила 25 января 1971

Метод решения второго уравнения Колмогорова—Феллера, разработанный ранее, применяется для исследования эволюции функции распределения скоростей группы звезд с массами $m_1 = 2\overline{m}$, где $\overline{m}$ — средняя масса звезды в скоплении. Получены также темп диссипации рассматриваемых звезд и доля уносимой ими энергии в различные моменты времени.

В предыдущей работе [1] была рассмотрена эволюция распределения скоростей группы звезд нулевой массы ($m_1 = 0$), погруженных в звездное скопление. Функция распределения скоростей рассматриваемой группы звезд в различные моменты времени получена в результате решения второго уравнения Колмогорова—Феллера, описывающего изменение скорости звезды под действием сближений со звездами поля как чисто разрывный случайный процесс [2].

В [3] аналогичное исследование было выполнено для звезд, масса которых равна средней массе звезды в скоплении ($m_1 = \overline{m}$). В настоящей работе рассматривается изменение под действием иррегулярных сил функции распределения скоростей группы звезд, погруженных в звездное скопление, масса которых вдвое превышает среднюю массу звезды в скоплении ($m_1 = 2\overline{m}$). При этом, как и в работах [1, 3], регулярный потенциал скопления не учитывается, а также предполагается, что характеристики звездного поля не изменяются со временем.

Для описания изменения модуля скорости звезды $v$ используем второе уравнение Колмогорова—Феллера в виде, полученном в [3],

$$\frac{\partial\varphi(x,\ \theta,\ y)}{\partial\theta} = -\varphi(x,\ \theta,\ y)\int\limits_{0}^{\infty}\Phi_1(y,\ z-y)\,dz + \int\limits_{0}^{y_1}\varphi(x,\ \theta,\ z)\,\Phi_1(z,\ y-z)\,dz, \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\varphi(x,\ 0,\ y) = \delta(y-x), \tag{2}$$

где введены обозначения

$$x = \frac{v}{\bar{v}}, \qquad y = \frac{v_1}{\bar{v}}, \qquad \theta = \frac{t}{t_0}, \qquad t_0 = \frac{\bar{v}^3}{G^2\bar{m}^2 D}, \tag{3}$$

$\bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}}$ — средняя квадратичная скорость звезд поля, $v_1$ — критическая скорость, $D$ — плотность звезд поля, $G$ — гравитационная постоянная, $\delta$ — дельта-функция Дирака.

В уравнении (1) $\varphi(x,\ \theta,\ y)$ — неизвестная функция, причем $\varphi(x,\ \theta,\ y)\,dy$ равна вероятности того, что у звезды, имевшей в момент $\theta = 0$ отношение модуля скорости к средней квадратичной скорости, равное $x$, в момент $\theta$ эта характеристика будет заключена в интервале $(y,\ y+dy)$. Величина $\Phi_1(x,\ y-x)\,dy d\theta$ равна вероятности того, что за время $d\theta$ величина $x$ испытает приращение, причем ее новое значение будет заключено в интервале $(y,\ y+dy)$.

Выражение для вероятности перехода $\Phi_1$ для звезды с массой $m_1 = 2\bar{m}$ приводится в работе [4] (формулы (III), (IV)). Это выражение получено из формул (61)—(69) работы [5], выведенных при условии максвелловского распределения скоростей звезд поля.

Используя приближенный метод решения уравнения (1) [1, 3], представляем решение уравнения (1) в виде отрезка ряда

$$\varphi(x,\ \theta,\ y) = \sum_{j=1}^{n} C_j(x)\,e^{-\mu_j\theta}\,Y_j(y), \tag{4}$$

в котором коэффициенты $C_j(x)$ определяются из начальных условий, а $\mu_j$ и $Y_j(y)$ — соответственно, собственные значения и собственные функции линейного оператора

$$AY \equiv -\int\limits_{0}^{y_1} Y(z)\,\Phi_1(z,\ y-z)\,dz + Y(y)\int\limits_{0}^{\infty}\Phi_1(y,\ z-y)\,dz. \tag{5}$$

Вычисление $\mu_j$ и $Y_j(y)$ было выполнено на ЭВМ, причем, как и в [1, 3], было принято $y_1 = 2$, $Y(0) = Y(2) = 0$. После получения собственных функций $Y_j(y)$ собственные значения $\mu_j$ были уточнены по формуле

$$\mu_j = \frac{\int\limits_0^2 Y_j(y) \int\limits_2^\infty \Phi_1(y, z-y)\, dz dy}{\int\limits_0^2 Y_j(y)\, dy}. \tag{6}$$

Функция $Y_1(y)$, соответствующая наименьшему собственному значению $\mu_1$, представляет собой функцию распределения скоростей звезд с массой $m_1 = 2\overline{m}$ после достижения скоплением состояния, квазистационарного в целом. Нормированная функция

$$Y_1^{(0)}(y) = \frac{Y_1(y)}{\int\limits_0^2 Y_1(y)\, dy} \tag{7}$$

приводится в табл. 1 и на рис. 1, на котором для сравнения приводятся функции распределения скоростей в квазистационарном скоплении звезд средней массы ($m_1 = \overline{m}$) и звезд нулевой массы ($m_1 = 0$), полученные, соответственно, в [6] и [1] при тех же параметрах звездного поля.

*Таблица 1*

| $y$ | $Y_1^{(0)}(y)$ | $y$ | $Y_1^{(0)}(y)$ | $y$ | $Y_1^{(0)}(y)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0000 | 0.7 | 0.8752 | 1.4 | 0.4194 |
| 0.1 | 0.1691 | 0.8 | 0.8276 | 1.5 | 0.3479 |
| 0.2 | 0.3886 | 0.9 | 0.7661 | 1.6 | 0.2755 |
| 0.3 | 0.6046 | 1.0 | 0.6990 | 1.7 | 0.2033 |
| 0.4 | 0.7722 | 1.1 | 0.6285 | 1.8 | 0.1313 |
| 0.5 | 0.8680 | 1.2 | 0.5601 | 1.9 | 0.0621 |
| 0.6 | 0.8960 | 1.3 | 0.4902 | 2.0 | 0.0000 |

Отношение средней квадратичной скорости звезд с массой $m_1 = 2\overline{m}$ к средней квадратичной скорости звезд поля при $\theta \to \infty$ равно

$$\bar{y} = \left[ \int_0^2 y^2 Y_1^{(0)}(y)\, dy \right]^{1/2} = 0.897.$$

Для звезд средней и нулевой масс эта характеристика равна соответственно 1.18 и 1.41. Отличие значения $y$ для звезд средней массы от единицы объясняется тем, что полученная в [3, 6] функция распределения скоростей этих звезд существенно отличается от максвелловского распределения, принятого для звезд поля при выводе вероятности перехода.

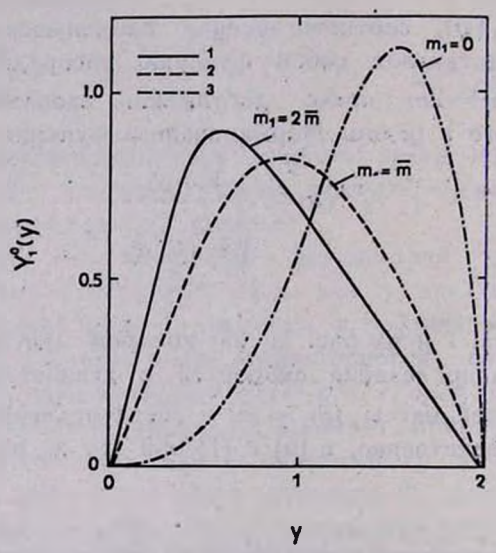


Рис. 1. Функция распределения скоростей в квазистационарном скоплении: 1—звезд двойной массы $m_1=2\bar{m}$; 2—звезд средней массы $m_1=\bar{m}$; 3 — звезд нулевой массы $m_1=0$.

Функция распределения скоростей звезд двойной массы в различные моменты времени, вычисленная по формуле (4) с $n = 5$, приводится на рис. 2, 3. Рассмотрены три варианта начальных условий, определяющих коэффициенты $C_l(x)$ в (4). На рис. 2 показана эволюция распределения скоростей группы звезд, начальные скорости которых в момент $\theta = 0$ были равномерно распределены в интервале $0.5\,\bar{v} - 0.9\,\bar{v}$. На рис. 3 аналогичные данные приводятся для звезд с начальными скоростями в интервале $0.8\,\bar{v} - 1.2\,\bar{v}$. Время, указанное на рисунках, как и в [1, 3], выражено в единицах времени релаксации

типичного рассеянного скопления, которое связано с принятой ранее единицей времени соотношением

$$\tau = 0.01\, t_0. \tag{11}$$

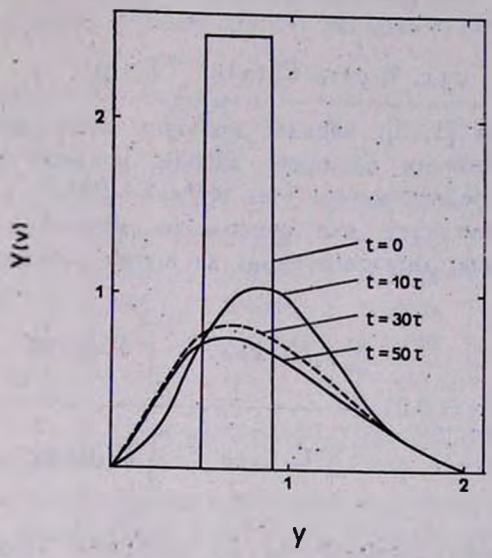


Рис. 2. Функция распределения скоростей звезд двойной массы в различные моменты времени при $0.5 < x < 0.9$.

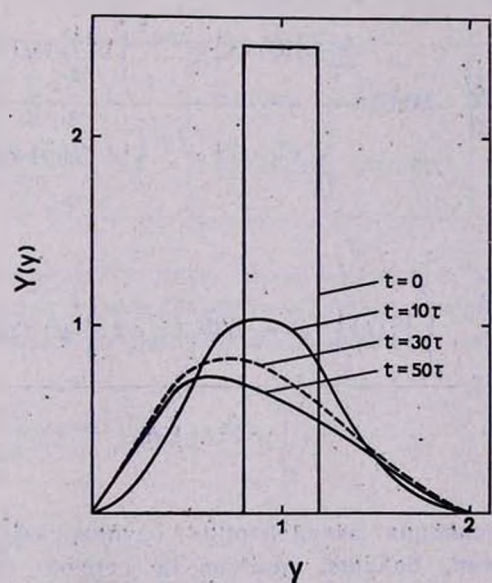


Рис. 3. Функция распределения скоростей звезд двойной массы в различные моменты времени при $0.8 < x < 1.2$.

Обе группы звезд при $t \approx 50\tau$ достигают квазистационарного состояния, так как при $t > 50\tau$ слагаемые в (4), соответствующие $j > 1$, малы в сравнении с первым, и изменение функции распределения скоростей со временем происходит гомологично вследствие диссипации.

$$\varphi(x, \theta, y) \cong C_1(x) e^{-\mu_1 \theta} Y_1(y). \tag{8}$$

Как это следует из [1, 3], звезды меньших масс достигают квазистационарного состояния быстрее: звезды нулевой массы за время $\sim 10\tau$, а звезды средней массы — за время $\sim 20\tau$.

В табл. 2 приводится для нескольких моментов времени доля звезд двойной массы, диссипирующих за время релаксации $\tau$

$$-\frac{\tau}{N}\frac{dN}{dt} = 0.01 \frac{\sum \mu_j C_j(x) e^{-\mu_j \theta} \int\limits_0^2 Y_j(y)\, dy}{\sum C_j(x) e^{-\mu_j \theta} \int\limits_0^2 Y_j(y)\, dy}, \tag{9}$$

и доля энергии звезд двойной массы, уносимая этими звездами за время $\tau$

$$-\frac{\tau}{E}\frac{dE}{dt} = 0.01 \frac{\sum E_j C_j(x) e^{-\mu_j \theta} \int\limits_0^2 y^2 Y_j(y)\, dy}{\sum C_j(x) e^{-\mu_j \theta} \int\limits_0^2 y^2 Y_j(y)\, dy}, \tag{10}$$

где

$$E_j = 0.01 \frac{\int\limits_0^2 Y_j(y) \int\limits_2^\infty (z^2 - 4)\, \Phi_1(y, z - y)\, dz dy}{\int\limits_0^2 y^2 Y_j(y)\, dy}. \tag{11}$$

При $t = 0$ диссипация звезд второй группы, обладающих более высокими скоростями, больше, чем звезд первой группы. В обоих случаях диссипация возрастает со временем ввиду увеличения отно-

сительного числа звезд со скоростями, близкими к критической, причем, начиная с момента времени $t \approx 30\tau$, наблюдается некоторый избыток звезд первой группы со скоростями, близкими к критической, по сравнению со звездами второй группы, за счет чего диссипация и вынос энергии у звезд первой группы несколько больше.

*Таблица 2*

| $\frac{t}{\tau}$ | $-\frac{\tau}{N}\frac{dN}{dt}$ | | $-\frac{\tau}{E}\frac{dE}{dt}$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $0.5<x<0.9$ | $0.8<x<1.2$ | $0.5<x<0.9$ | $0.8<x<1.2$ |
| 10 | 0.0006 | 0.0007 | 0.00000 | 0.00000 |
| 30 | 0.0048 | 0.0046 | 0.00012 | 0.00010 |
| 50 | 0.0056 | 0.0055 | 0.00023 | 0.00023 |
| $\infty$ | 0.0058 | 0.0058 | 0.00027 | 0.00027 |

При $t = \infty$, т. е. в квазистационарном скоплении, доля диссипирующих звезд и доля уносимой энергии равны, соответственно, $\mu_1$ и $E_1$. Эти значения, а также соответствующие величины для звезд средней и нулевой масс, полученные в [6] и [1], приводятся в табл. 3.

*Таблица 3*

| | $m_1=2\bar{m}$ | $m_1=\bar{m}$ | $m_1=0$ |
|---|---|---|---|
| $-\left(\frac{\tau}{N}\frac{dN}{dt}\right)_{t=\infty}$ | 0.00582 | 0.01038 | 0.0771 |
| $-\left(\frac{\tau}{E}\frac{dE}{dt}\right)_{t=\infty}$ | 0.000268 | 0.00187 | 0.0127 |

Как и следовало ожидать, более массивные звезды диссипируют медленнее и уносят меньшую долю энергии, а переход к квазистационарному состоянию совершается ими дольше, чем звездами меньших масс.

Ленинградский государственный
университет

# THE VELOCITY VARIATION OF A STAR AS A PURELY DISCONTINUOUS RANDOM PROCESS. II. MASSIVE STARS IN THE CLUSTERS

V. S. KALIBERDA, I. V. PETROVSKAYA

The method of solution of the second Kolmogorov-Feller equation developed earlier is applied to the investigation of the evolution of the velocity distribution function for the group of stars with masses $m_1 = 2\overline{m}$, where $\overline{m}$ is the average mass of a cluster star. The escape rate of stars considered and the amount of energy, taken away by the dissipated stars in different moments of time are also found.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *В. С. Калиберда, И. В. Петровская,* Астрофизика, 6, 135, 1970.
2. *И. В. Петровская,* Астрон. ж., 46, 824, 1969.
3. *И. В. Петровская,* Астрон. ж., 46, 1220, 1969.
4. *В. С. Калиберда,* Астрон. ж., 48, 969, 1971.
5. *Т. А. Агекян,* Астрон. ж., 36, 41, 1959.
6. *В. С. Калиберда,* Астрон. ж., 47, 960, 1970.