

УСТОЙЧИВОСТЬ И РАДИАЛЬНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ  
ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Ю. А. ВАРТАНЯН, А. В. ОВСЕПЯН, Г. С. АДЖЯН

Поступила 15 апреля 1971

С учетом эффектов общей теории относительности энергетическим методом рассмотрены пульсации вращающихся нейтронных звезд, находящихся вблизи точки потери устойчивости. Вычислены интегральные параметры и частота радиальных пульсаций для различных равновесных конфигураций. Показано, что вращение весьма незначительно изменяет период пульсаций стабильных нейтронных звезд. Результаты расчета приведены в табл. 1 и 2 и на рис. 2—5.

1. *Введение.* Численное интегрирование уравнений равновесия вращающихся сверхплотных конфигураций — белых карликов и барионных звезд в рамках общей теории относительности сопряжено с большими трудоемкими расчетами. В работе [1] для таких конфигураций во втором приближении по угловой скорости были вычислены интегральные параметры во всем интервале изменения плотности, в частности вычислена для вращающихся конфигураций кривая зависимости массы от центральной плотности. Задача еще более усложняется в случае рассмотрения радиальных пульсаций и устойчивости вращающихся сверхплотных конфигураций. В [2] рассмотрением уравнений общей теории относительности был развит вариационный метод нахождения частоты радиальных пульсаций релятивистских статических объектов, применением которого в [3, 4] вычислены для статических белых карликов и барионных звезд частоты радиальных пульсаций. Для вращающихся барионных звезд из-за математической сложности такая задача до сих пор не решена.

Однако для выявления физической сущности проблемы устойчивости сверхплотных конфигураций часто нет необходимости прибегать к вариационному принципу. Так, Я. Б. Зельдовичем было по-

казано [5], что и в релятивистской теории гравитации точка максимума кривой  $M(\rho_c)$  соответствует потере устойчивости статических холодных конфигураций. С физической точки зрения для вычисления частот пульсаций весьма наглядным и удобным является энергетический метод [6, 7]. Основным преимуществом этого метода является его относительная математическая простота. Кроме того, аддитивность выражения энергии, к нахождению минимума которой и сводится энергетический метод, позволяет оценить относительный вклад той или иной части энергии в вопросе потери устойчивости. Этого зачастую невозможно заметить при численных интегрированиях в вариационном методе.

Энергетический метод оказывается особенно удобным при рассмотрении устойчивости и радиальных пульсаций вращающихся белых карликов [8, 9]. Здесь применимость метода оправдывается двумя обстоятельствами: а) для конфигураций, расположенных в окрестностях точки потери устойчивости (точка Чандрасекара), электронный газ в доминирующей части звезды ультрарелятивистский, что позволяет для распределения плотности воспользоваться функцией Эмдена с показателем политропы  $n = 3$ ; б) эффекты общей теории относительности хотя и играют весьма важную роль для устойчивости белых карликов [10], но очень малы ( $\varphi/c^2 \approx 10^{-8}$ ). Это позволяет рассматривать вклад общей теории относительности как малый поправочный член.

В случае барионных звезд оба эти обстоятельства отсутствуют. Действительно, в случае идеального нейтронного газа максимум массы (точка Оппенгеймера—Волкова) оказывается  $M \approx 0.7 M_\odot$ , а радиус  $R \approx 10$  км [11, 12], откуда  $r_g/R \approx 0.2$ , параметр же релятивизма нейтронов  $x_c = 0.82$  ( $x_c = p_n/m_n c$ ,  $m_n$  и  $p_n$  — масса и импульс Ферми нейтронов в центре конфигураций у точки потери устойчивости). Поэтому для нейтронных звезд вообще нельзя использовать известные функции распределения, которые справедливы в предельных случаях для релятивистского ( $n = 3$ ) и нерелятивистского ( $n = 1.5$ ) газов. Правда, для получения качественных результатов можно воспользоваться этими распределениями. В частности, для невращающихся нейтронных звезд такой анализ подробно проведен в [7].

В предлагаемой работе делается попытка развить энергетический метод для рассмотрения устойчивости и основной частоты радиальных пульсаций вращающихся нейтронных звезд. Задача решается в первом приближении по релятивистским поправкам. Как было указано выше, эти поправки в случае нейтронных звезд немалы — они

порядка 10%. Поэтому ошибка, допускаемая при расчетах, того же порядка. Действительно, сравнение с результатами интегрирования точных релятивистских дифференциальных уравнений для невращающихся нейтронных звезд показывает, что результаты расчета, проведенного энергетическим методом, отличаются не более, чем на 10% (см. п. 3). Это позволяет надеяться, что и для вращающихся конфигураций ошибка, допускаемая при использовании энергетического метода, по сравнению с точными релятивистскими уравнениями—того же порядка. Конечно, весьма интересно рассмотреть эту задачу во втором приближении по релятивистским поправкам. Результаты такого расчета будут приведены отдельно.

2. *Основные уравнения.* В [9], используя метод, предложенный в [6], из закона сохранения энергии для сверхплотных конфигураций, совершающих радиальные пульсации, было получено

$$(\partial E / \partial y_c)_{S, M, K} = 0, \quad (1)$$

$$(y_c^2 / I_0) (\partial^2 E / \partial y_c^2)_{S, M, K} = \omega^2, \quad (2)$$

где  $E$  — полная энергия звезды,  $S$  — энтропия,  $M$  — масса,  $K$  — момент вращения,  $I_0$  — момент инерции относительно центра звезды

$$I_0 = \int_0^{M_0} r^2 dm, \quad (3)$$

$y_c = n_c^{1/3}$ ,  $n_c$  — плотность числа нейтронов в центре конфигураций,  $\omega$  — основная частота радиальных пульсаций. Условие (1) есть условие экстремума энергии (условие равновесия звезды), а (2) — условие минимума (условие устойчивости). Значению  $y_c$ , при котором  $\omega^2 = 0$ , соответствует критическое состояние, т. е. состояние потери устойчивости.

В данной работе мы рассматриваем модели звезд, состоящих из идеального вырожденного нейтронного газа. Конечно, в общем случае в звезде будут присутствовать кроме нейтронов и другие элементарные частицы [13], но их учет весьма незначительно изменяет общий характер уравнения состояния (зависимость давления от плотности). Для уравнения состояния более существенную роль играет учет взаимодействия между барионами [14, 15]. В [16, 17] было подробно исследовано влияние взаимодействия на интегральные параметры статистических барионных звезд. Однако при выяснении роли вращения в устойчивости барионных звезд достаточно ограничиться моделью идеального нейтронного газа.

В дальнейшем в качестве независимой переменной весьма удобно использовать величину  $x = p_n/m_n c$ , где  $m_n$  и  $p_n$  — масса и импульс Ферми нейтронов. Величина  $x$  с точностью до постоянного множителя совпадает с  $y \equiv n^{1/3}$ :  $y = ax$ , где  $a = (3\pi^2)^{1/3} (\hbar/m_n c)$ . Поэтому дифференцирование по  $y_c$  эквивалентно дифференцированию по  $x$  ( $x_c$  — значение параметра  $x$  в центре конфигураций), где

$$x = x_c \varphi(m), \quad (4)$$

$m$  — текущее значение массы. В энергетическом методе функция  $\varphi(m)$  предполагается одной и той же для всех конфигураций. Как уже было отмечено выше, в случае нейтронных звезд для распределения  $\varphi(m)$  нельзя использовать известные функции распределения (как, например, в случае белых карликов). Для определения этой величины воспользуемся результатом численного интегрирования релятивистских дифференциальных уравнений равновесия (уравнения Толмена—Оппенгеймера—Волкова, „ТОВ“). Для давления  $P$ , плотности энергии  $\rho$  и плотности массы покоя  $\rho_0 = m_n n$  идеального вырожденного нейтронного газа имеем [7, 18]

$$P = (1/3\pi) f(x). \quad (5)$$

$$\rho = (1/3\pi) (8x^3 \sqrt{1+x^2} - f(x)), \quad (6)$$

$$\rho_0 = (8/3\pi) x^3, \quad (7)$$

$$f(x) = x(2x^2 - 3) \sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}). \quad (8)$$

Здесь и в дальнейшем мы пользуемся системой единиц [11], при которой

$$c = G = 1, \quad m_n^4 c^3 / (32 \pi^2 \hbar^3) = 1/4\pi, \quad (9)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $c$  — скорость света,  $m_n$  и  $\hbar$  масса нейтрона и постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ . Для того, чтобы перейти к обычным единицам, необходимо массу умножить на 9.29 радиус на 13.7. При этом масса будет измеряться в массах Солнца, а радиус — в километрах.

С учетом (5)—(8) для статических нейтронных звезд уравнения „ТОВ“ можно представить в виде

$$dx/dr = -(x^2 + 1)(3u + 4r^3 f(x)) / [3xr(r - 2u)], \quad (10)$$

$$du/dr = 4r^3 [x(2x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})], \quad (11)$$

$$dm/dr = (32/3) r^2 \sqrt{r/(r - 2u)} x^3. \quad (12)$$

Задавая определенные начальные условия  $x(0) = x_c$ ,  $u(0) = 0$ ,  $m(0) = 0$ , эти уравнения численно интегрируются до значения  $x(R) = 0$ ; при этом  $R$  отождествляется с радиусом нейтронной звезды,  $u(R) = M$ ,  $m(R) = M_0 = m_n N$ , где  $M$  — масса звезды, а  $N$  — полное число нейтронов. Впервые уравнения „ТОВ“ для нейтронных звезд численно были проинтегрированы Оппенгеймером и Волковым [11]. В настоящее время при использовании ЭВМ численное интегрирование этих уравнений не представляет особой трудности. В результате численного интегрирования становится возможным для различных конфигураций определить зависимости  $x(r)$ ,  $u(r)$  и  $m(r)$ , а следовательно и вид функции  $\varphi(\nu)$  (см. (4)), где  $\nu = m/M_0$  ( $0 \leq \nu \leq 1$ ). На рис. 1 показан вид этой функции для трех конфигураций с  $x_c = 0.5$  ( $M_0 = 0.611 M_\odot$ );  $x_c = 0.823$  ( $M_0 = M_{0\max} = 0.738 M_\odot$ ) и  $x_c = 1$  ( $M_0 = 0.72 M_\odot$ ). Мы заме-

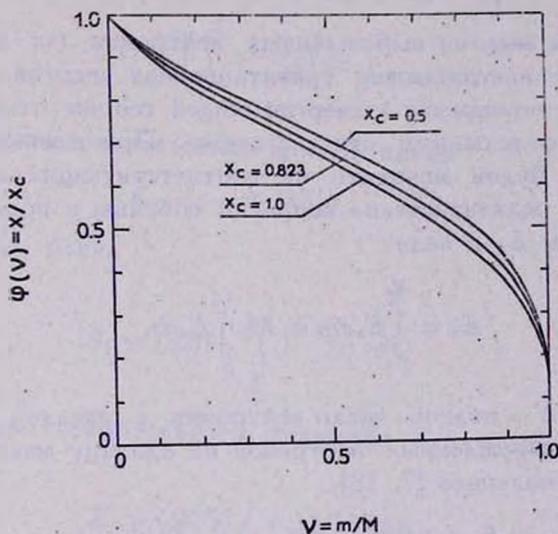


Рис. 1. Вид функции  $\varphi(\nu) = (\rho_0/\rho_{0c})^{1/3}$  для трех различных конфигураций, расположенных в окрестностях максимума массы:  $x_c = 0.5$  ( $M_0 = 0.611 M_\odot$ ),  $x_c = 0.823$  ( $M_0 = M_{0\max} = 0.738 M_\odot$ ),  $x_c = 1$  ( $M_0 = 0.72 M_\odot$ ).

чаем, что в довольно широком интервале плотностей около точки максимума кривой  $M(\rho_c)$  изменение функции  $\varphi(\nu)$  весьма незначительно. Поэтому при рассмотрении задач, связанных с устойчивостью нейтронных звезд (т. е. при рассмотрении конфигураций, расположенных в окрестностях точки максимума массы), с весьма хорошей точностью для всех конфигураций можно использовать распределение  $\varphi(\nu)$  для

максимальной массы статических нейтронных звезд. Нами это распределение использовано также для вращающихся нейтронных звезд. Это оправдано следующим обстоятельством. Даже в случае предельного вращения, когда начинается истечение массы с экватора вращающихся конфигураций, энергия вращения порядка одной десятой гравитационной энергии (см. п. 3), поэтому при нахождении параметров вращающихся конфигураций численным интегрированием дифференциальных уравнений вращение рассматривается как возмущение к статической задаче. Следовательно, для относительного распределения плотности можно также воспользоваться соответствующим распределением статических конфигураций.

В случае вращающейся холодной нейтронной звезды полная энергия может быть записана в виде

$$E = E_s + E_G + E_r + E_{\text{ото}}, \quad (13)$$

где  $E_s$  — полная энергия вырожденных нейтронов (за вычетом энергии покоя),  $E_G$  — ньютоновская гравитационная энергия,  $E_r$  — энергия вращения,  $E_{\text{ото}}$  — поправки к энергии общей теории относительности. Рассмотрим в отдельности эти слагаемые. При вычислении первых трех членов мы будем исходить из соответствующих ньютоновских выражений; все релятивистские поправки собраны в последнем члене.

Представим  $E_s$  в виде

$$E_s = \int_0^{M_0} E_n dm = M_0 \int_0^1 E_n d\nu, \quad (14)$$

где  $M_0 = m_0 N$  ( $N$  — полное число нейтронов в звезде),  $E_n$  — кинетическая энергия вырожденных нейтронов на единицу массы. Для этой величины легко получить [7, 18]

$$E_n = \sqrt{1+x^2} - 1 - f(x)/8x^3, \quad (15)$$

где  $f(x)$  определяется соотношением (8). После подстановки для  $x$  выражения (4)  $E_s$  будет функцией только от  $x_c$ . Но в отличие от аналогичного выражения для белых карликов эта зависимость трансцендентная. Таким образом, для  $E_s$  имеем

$$E_s = M_0 F_1(x_c); \quad F_1(x_c) = \int_0^1 E_n d\nu. \quad (16)$$

Перейдем к рассмотрению ньютоновской гравитационной энергии, которая определяется соотношением

$$E_G = - \int_0^{M_0} (m/r) dm = - M_0^2 \int_0^1 (v/r) dv. \quad (17)$$

Имея в виду ньютоновское выражение для массы покоя в сфере толщиной  $dr$

$$dm = 4\pi\rho_0 r^2 dr \quad (18)$$

и подставляя для  $\rho_0$  соотношение (7), после интегрирования для  $r(v)$  получим [7]

$$r(v) = (9/32)^{1/3} M_0^{1/3} x_0^{-1} \xi(v), \quad (19)$$

где

$$\xi(v) = \left( \int_0^v \varphi^{-3}(z) dz \right)^{1/3}. \quad (20)$$

Таким образом, окончательно для  $E_G$  имеем

$$E_G = - A_1 M_0^{5/3} x_c, \quad (21)$$

где постоянная  $A_1$  равна

$$A_1 = (32/9)^{1/3} \int_0^1 \xi^{-1}(v) v dv. \quad (22)$$

Для энергии твердотельного вращения с угловой скоростью  $\Omega$  имеем

$$E_r = (\Omega^2/3) I_0 = (3K^2/4I_0), \quad (23)$$

где  $K$  — момент вращения, а  $I_0$  — момент инерции относительно центра

$$I_0 = \int_0^{M_0} r^2 dm = M_0 \int_0^1 r^2(v) dv. \quad (24)$$

Подставляя значение  $r(v)$  из (19), для энергии вращения получим

$$E_r = (3/4) (32/9)^{2/3} \left( \int_0^1 \xi^2(v) dv \right)^{-1} M_0^{-5/3} x_c^2 K^2. \quad (25)$$

Выразим момент вращения  $K$  также через массу звезды  $M_0$  и параметр  $x_c$ . Имеем

$$K = (2/3) \Omega I_0 = (2/3) (9/32)^{2/3} \int_0^1 \xi^2 (\nu) d\nu M_0^{5/3} x_c^{-2} \Omega. \quad (26)$$

Выберем для угловой скорости твердотельного вращения

$$\Omega = n \Omega_{\max} \quad (n^2 = 0; 0.25; 0.5; 0.81; 1.0), \quad (27)$$

где  $\Omega_{\max}$  — максимально допустимая угловая скорость, при которой начинается истечение вещества с экватора

$$\Omega_{\max} = (M_0/R^3)^{1/2}, \quad (28)$$

$R$  — радиус звезды. Эта величина определяется из соотношения (19)

$$R \equiv r(1) = (9/32)^{1/3} \xi(1) M_0^{1/3} x_c^{-1}. \quad (29)$$

С учетом (26)—(29) для  $K$  получим

$$K = (2/3) (9/32)^{1/6} \xi^{-3/2}(1) \int_0^1 \xi^2 (\nu) d\nu M_0^{5/3} x_c^{-1/2} n. \quad (30)$$

Здесь мы  $x_c$  заменили через  $x_c^*$ , чтобы выделить вклад момента вращения. Дело в том, что условия равновесия и устойчивости (см. соотношения (1)—(2)) находятся дифференцированием полной энергии при постоянном моменте вращения. Поэтому при дифференцировании необходимо рассматривать  $x_c$  как постоянную величину, в то время как при решении (1)—(2) эту величину необходимо отождествлять с  $x_c$ . Подставляя (30) в (25), окончательно для энергии вращения получим

$$E_r = A_2 M_0^{5/3} (x_c^*/x_c) n^2, \quad (31)$$

где постоянная  $A_2$  равна

$$A_2 = (1/3) (32/9)^{1/3} \xi^{-3}(1) \int_0^1 \xi^3 (\nu) d\nu. \quad (32)$$

Наконец, рассмотрим вклад в выражение энергии общей теории относительности  $E_{\text{отг}}$ . Для этой величины в первом порядке по релятивистским поправкам можно получить [7]

$$E_{\text{ото}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5, \quad (33)$$

где

$$I_1 = - \int_0^{M_0} (E_n m / r) dm; \quad I_2 = - (1/2) \int_0^{M_0} (m^2 / r^2) dm;$$

$$I_3 = - \int_0^{M_0} \left[ \left( \int_0^m E_n dm \right) / r \right] dm; \quad I_4 = \int_0^{M_0} \left[ \left( \int_0^m (m/r) dm \right) / r \right] dm; \quad (34)$$

$$I_5 = - \int_0^{M_0} \left[ \left( \int_0^m m r (dr/dm) dm \right) / r^4 \right] m dm,$$

$E_n$  — определяется соотношением (15). В случае белых карликов, используя уравнение состояния для вырожденных релятивистских электронов, удастся все эти пять слагаемых свести к одному члену [7]. В случае нейтронных звезд также возможно произвести ряд преобразований: однако относительно сложный характер уравнения состояния (зависимость  $E_n$  от  $x$  трансцендентна (см. 15)) не позволяет существенно упростить выражение  $E_{\text{ото}}$ , поэтому мы будем при расчетах для этой величины использовать исходные соотношения (34). После подстановки для  $r(v)$  соотношения (19) для  $E_{\text{ото}}$  получим

$$E_{\text{ото}} = - a M_0^{5/3} x_c [F_2(x_c) + F_3(x_c)] - \\ - a^2 M_0^{7/3} x_c^2 [A_3/2 - A_4 + A_5/3], \quad (35)$$

где постоянные  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$  и  $a$  равны

$$A_3 = \int_0^1 |\nu/\xi(\nu)|^2 d\nu; \quad A_4 = \int_0^1 [\Phi_1(\nu)/\xi(\nu)] d\nu, \\ A_5 = \int_0^1 [\nu \Phi_2(\nu)/\xi^4(\nu)] d\nu; \quad a = (32/9)^{1/3}, \quad (36)$$

$\xi(\nu)$  определяется соотношением (20),  $\Phi_1(\nu)$  и  $\Phi_2(\nu)$  равны

$$\Phi_1(\nu) = \int_0^{\nu} (z/\xi(z)) dz, \quad \Phi_2(\nu) = \int_0^{\nu} [z/(\varphi^3(z) \xi(z))] dz, \quad (37)$$

а  $F_2(x_c)$  и  $F_3(x_c)$  равны

$$F_2(x_c) = \int_0^1 |\nu E_n(x)/\xi(\nu)| d\nu; \quad F_3(x_c) = \int_0^1 \left[ \left( \int_0^{\nu} E_n(x) dz \right) / \xi(\nu) \right] d\nu. \quad (38)$$

Имея в виду (16), (21), (31) и (35), для полной энергии получим

$$E = F_1(x_c) M_0 - x_c [A_1 - A_2(x_c/x_c) n^2 + \alpha(F_2(x_c) + F_3(x_c))] M_0^{5/3} - \alpha^2 [A_3/2 - A_4 + A_5/3] x_c^2 M_0^{7/3}. \quad (39)$$

Дифференцируя это соотношение по  $x_c$ , из (1) и (2), соответственно, получим

$$2\alpha^2 [A_3/2 - A_4 + A_5/3] x_c M_0^{4/3} + [A_1 - 2A_2 n^2 + \alpha(F_2(x_c) + F_3(x_c) + F_2'(x_c) + F_3'(x_c))] M_0^{2/3} - F_1'(x_c)/x_c = 0, \quad (1')$$

$$\omega^2 = (x_c^2/A_0 M_0^{2/3}) \{F_1'(x_c) - F_1'(x_c) - x_c [-2A_2 n^2 + \alpha(F_2'(x_c) + F_3'(x_c) + F_2''(x_c) + F_3''(x_c))] M_0^{2/3} - 2\alpha^2 x_c^2 [A_3/2 - A_4 + A_5/3] M_0^{4/3}\}, \quad (2')$$

где постоянные  $\alpha$  и  $A_i$  ( $i=1, \dots, 5$ ) определяются соотношениями (22), (32) и (36),  $A_0$  равно

$$A_0 = (9/32)^{2/3} \int_0^1 \xi^2(\nu) d\nu, \quad (40)$$

$F_i(x_c)$  ( $i=1, 2, 3$ ) определяются соотношениями (16) и (38),  $F_i'(x_c)$  ( $i=1, 2, 3$ ) получаются из соответствующих значений  $F_i(x_c)$  заменой  $E_n(x)$  на  $3f(x)/8x^3$ , а  $F_i''(x_c)$  из  $F_i'(x_c)$  заменой  $E_n(x)$  на  $[3x^2/\sqrt{1+x^2} - 9f(x)/8x^3]$ .

**3. Результаты численных расчетов.** Из соотношения (1) мы замечаем, что в рассматриваемом случае, когда задача решается в первом приближении по релятивистским поправкам, условие равновесия для нейтронных звезд (так же, как в случае белых карликов, [9]) свелось к квадратному уравнению относительно  $M_0^{2/3}$ . Придавая параметру  $x_c$  различные значения, что соответствует выбору различных центральных плотностей, из соотношения (1') вычисляем соответ-

ствующие значения массы покоя звезды  $M_0$ . Подставляя из решения уравнения (1') значение  $M_0$  и соответствующее ему значение  $x_c$  во второе уравнение, мы найдем для каждой равновесной конфигурации значение  $\omega^2$ . Вычисления проводились для значений  $l=0, \dots$  (см. (27)). Вычисления были проведены на ЭВМ.

На рис. 2 показана зависимость массы от центральной плотности для различных угловых скоростей вращения, составляющих доли предельно допустимой. Линия  $aa'$  соответствует точкам максимума массы, а  $aa''$  — точкам потери устойчивости, т. е. configura-

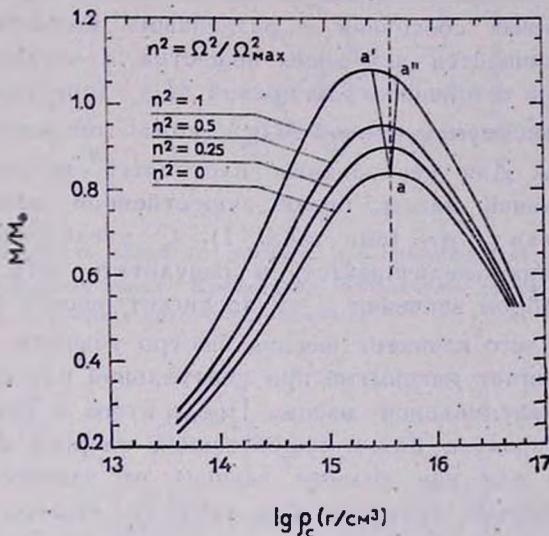


Рис. 2. Зависимость массы от центральной плотности для вращающихся нейтронных звезд. Линия  $aa'$  соответствует максимумам массы, а  $aa''$  — точкам потери устойчивости.

циям, для которых  $\omega^2 = 0$ . Кривая  $l = 0$  соответствует невращающимся равновесным нейтронным звездам, а  $l = 1$  — вращающимся с максимальной угловой скоростью. Сравнение этих кривых с соответствующими кривыми, вычисленными интегрированием дифференциальных уравнений, показывает, что отклонение от точных расчетов не превосходит 10%. Так из интегрирования системы (10)–(12) для максимальной массы покоя и ей соответствующей центральной плотности имеем:  $(M_0)_{\max} = 0.738 M_{\odot}$ ;  $x_c = 0.823$  ( $\rho_c = 3.00 \cdot 10^{15}$  г/см³). В нашем же случае  $(M_0)_{\max} = 0.843 M_{\odot}$ ;  $x_c = 0.922$  ( $\rho_c = 4.11 \cdot 10^{15}$  г/см³). Это показывает, что уже первое приближение общей теории относительности является хорошим. Интересно отметить, что такое совпа-

дение с результатами интегрирования дифференциальных уравнений имеет место не только в области максимума  $M(\rho_c)$ , но и почти на всем интервале изменения центральной плотности для стабильных конфигураций.

На рис. 2 мы замечаем, что в случае вращающихся нейтронных звезд с  $\Omega = \Omega_{\max}$ , так же, как в случае белых карликов [9], точка потери устойчивости находится за максимумом кривой  $M(\rho_c)$  (линия  $aa'$  расположена левее  $aa''$ ). Это означает, что в случае вращающихся конфигураций в области плотностей, примыкающей к состоянию потери устойчивости, звезды с одной и той же массой покоя могут иметь по два устойчивых состояния с различными моментами вращения, при которых начинается истечение вещества с экватора. Тот факт, что точка потери устойчивости на кривой  $M(\rho_c)$  (при условии  $\Omega = \Omega_{\max}$ ) находится за максимумом кривой  $M(\rho_c)$ , можно объяснить следующим обстоятельством. Для центральных плотностей, меньших чем плотность максимальной массы, более существенной является энергия вращения, нежели  $E_{\text{грав}}$  (см. табл. 1). С увеличением плотности энергия вращения увеличивается, в результате чего увеличивается и  $\omega^2$ . При некотором значении  $\rho_c$   $\omega^2$  достигает своего максимального значения, после чего начинает весьма быстро убывать. Как видно из табл. 2,  $\omega^2$  достигает максимума при центральной плотности меньшей, чем плотность максимальной массы. После этого в уравнении устойчивости (2') становится более существенной энергия  $E_{\text{грав}}$ , которая отрицательна и так как сильнее зависит от плотности, то растет быстрее, чем энергия вращения (см. табл. 1). Поэтому  $\omega^2$  начинает уменьшаться. Однако, так как уже за счет вращения „накоплена“ определенная устойчивость, т. е. имеется запас положительной энергии, то  $\omega^2$  приравнивается нулю за максимумом кривой  $M(\rho_c)$ .

На рис. 3 показана зависимость массы от радиуса для невращающихся ( $\Omega = 0$ ) и вращающихся с предельной угловой скоростью ( $\Omega = \Omega_{\max}$ ) нейтронных звезд. На кривых кружочком указано состояние максимальной массы, а крестиком — состояния потери устойчивости, рядом с которыми приводятся соответствующие им значения центральной плотности. Из рис. 3 видно, что для стабильных конфигураций при одной и той же массе покоя (полном числе барионов) в случае вращающихся звезд радиус оказывается больше, чем для статических конфигураций. Центробежные силы приводят к набуханию конфигураций.

На рис. 4 для устойчивых нейтронных звезд приводится зависимость квадрата частоты пульсаций от массы покоя. Кривая 1 от-

носится к невращающимся конфигурациям, а 2 — к вращающимся с  $\Omega = \Omega_{\max}$ . Точка возврата на кривой 2 соответствует максимуму кривой  $M(\rho_c)$  вращающихся нейтронных звезд (см. рис. 2). Если по ве-

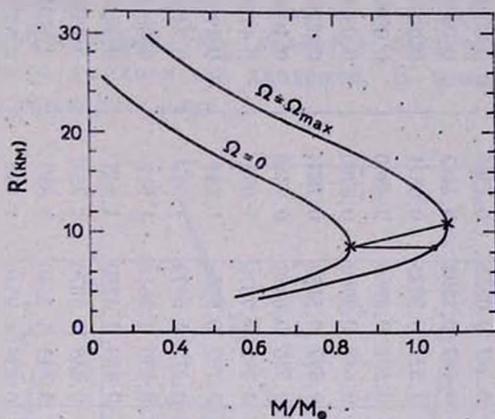


Рис. 3. Зависимость массы от радиуса для вращающихся ( $\Omega = \Omega_{\max}$ ) и статических ( $\Omega = 0$ ) нейтронных звезд. Крестиками обозначены состояния максимальной массы, кружочком — состояния потери устойчивости.

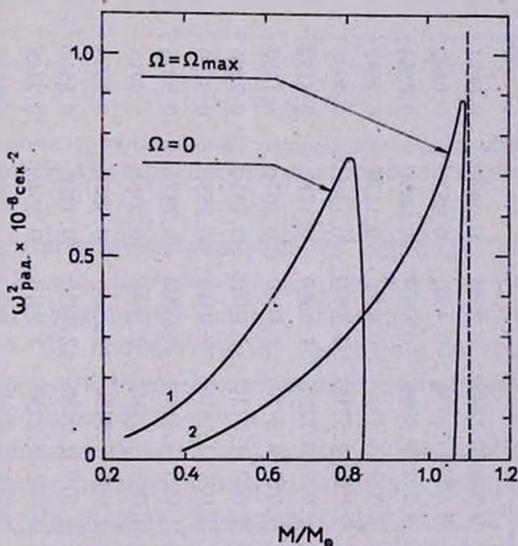


Рис. 4. Зависимость квадрата частоты радиальных пульсаций от массы для статических ( $\Omega = 0$ ) и вращающихся нейтронных звезд ( $\Omega = \Omega_{\max}$ ).

личие  $\omega^2$  судить о запасе устойчивости (удаленности от состояния потери устойчивости;  $\omega^2 = 0$ ), то, как видно из рис. 4, для одного и

## ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД В ОКРЕСТНОСТЯХ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

$x_c$	Вращение с максимальной угловой скоростью								Без вращения				
	$\rho_c \cdot 10^{-15}$ г/см <sup>3</sup>	$M_0/M_\odot$	$E_n \cdot 10^{-53}$ эрг	$-E_G \cdot 10^{-53}$ эрг	$E_r \cdot 10^{-53}$ эрг	$-E_{\text{ОТО}} \cdot 10^{-53}$ эрг	$T_p \cdot 10^3$ сек	$T_r \cdot 10^3$ сек	$M_0/M_\odot$	$E_n \cdot 10^{-53}$ эрг	$-E_G \cdot 10^{-53}$ эрг	$-E_{\text{ОТО}} \cdot 10^{-53}$ эрг	$T_p \cdot 10^3$ сек
0.30	0.142	0.574	0.1289	0.3085	0.0399	0.0091	1.722	2.604	0.382	0.0858	0.1565	0.0046	1.73
0.35	0.225	0.678	0.2088	0.4802	0.0622	0.0192	1.39	2.066	0.457	0.1394	0.2462	0.0098	1.41
0.40	0.336	0.772	0.3094	0.6807	0.0881	0.0354	1.17	1.640	0.527	0.2093	0.3571	0.0185	1.18
0.45	0.478	0.853	0.4310	0.9046	0.1170	0.0592	1.02	1.410	0.591	0.2956	0.4860	0.0317	1.03
0.50	0.656	0.921	0.5718	1.1300	0.1462	0.0908	0.904	1.210	0.648	0.3980	0.6280	0.0504	0.92
0.55	0.873	0.976	0.7220	1.1690	0.1710	0.1132	0.820	1.050	0.697	0.5152	0.7804	0.0753	0.839
0.60	1.134	1.019	0.8920	1.6040	0.2074	0.1830	0.759	0.920	0.738	0.6457	0.9364	0.1068	0.782
0.65	1.442	1.050	1.0721	1.8280	0.2364	0.2436	0.718	0.816	0.771	0.7876	1.092	0.1153	0.746
0.70	1.801	1.071	1.2610	2.0340	0.2630	0.3120	0.695	0.730	0.797	0.9386	1.243	0.1906	0.732
0.75	2.215	1.083	1.4150	2.2200	0.2872	0.3885	0.691	0.658	0.817	1.0972	1.387	0.2424	0.743
0.80	2.688	1.088	1.6510	2.3840	0.3084	0.4713	0.714	0.598	0.830	1.2610	1.521	0.3002	0.793
0.85	3.224	1.086	1.8480	2.5256	0.3267	0.5593	0.782	0.546	0.839	1.4280	1.643	0.3634	0.933
0.90	3.827	1.078	2.0430	2.6450	0.3420	0.6514	0.971	0.501	0.849	1.5970	1.753	0.4314	1.520
0.95	4.501	1.067	2.2350	2.7410	0.3546	0.7462	2.370	0.492	0.843	1.7660	1.850	0.5031	—
1.00	5.250	1.052	2.4240	2.8170	0.3645	0.8429	—	0.428	0.839	1.9340	1.934	0.5779	—
1.05	6.077	1.034	2.6070	2.8750	0.3720	0.9405	—	0.397	0.833	2.0990	2.005	0.6553	—
1.10	6.988	1.014	2.7840	2.9160	0.3773	1.0380	—	0.371	0.824	2.2630	2.065	0.7342	—
1.15	7.984	0.992	2.9540	2.9430	0.3806	1.1350	—	0.347	0.813	2.4220	2.113	0.8138	—
1.20	9.072	0.930	3.1180	2.9550	0.3823	1.2300	—	0.325	0.801	2.5770	2.150	0.8943	—

того же полного числа барионов (массе покоя) в случае вращения значение  $\omega^2$  меньше, чем для статических звезд. Для таких конфигураций можно утверждать, что вращение приводит к уменьшению запаса устойчивости. Однако при наличии вращения могут находиться в состоянии устойчивого равновесия массы, большие, нежели в случае статических конфигураций. Это является следствием сложения центробежных сил с градиентом давления. В этом смысле вращение играет стабилизирующую роль.

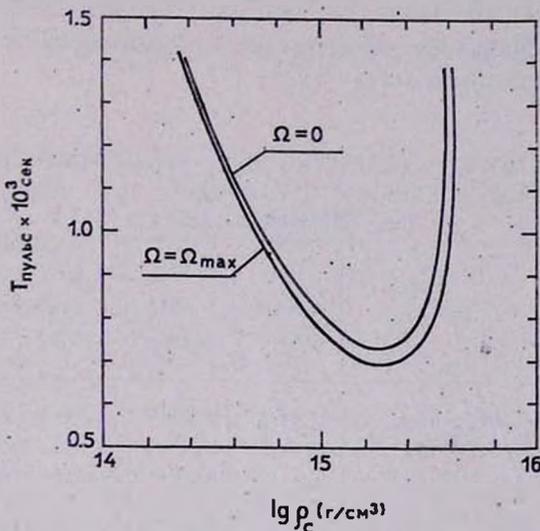


Рис. 5. Зависимость минимального периода пульсаций для статических ( $\Omega=0$ ) и вращающихся ( $\Omega=\Omega_{\max}$ ) нейтронных звезд от плотности в центре.

На рис. 5 приводится зависимость периода радиальных пульсаций от центральной плотности для статических ( $\Omega=0$ ) и вращающихся ( $\Omega=\Omega_{\max}$ ) нейтронных звезд. Значению плотности, при котором  $T \rightarrow \infty$  ( $\omega=0$ ), соответствует состояние потери устойчивости. Мы замечаем, что вращение лишь весьма незначительно изменяет период пульсаций статических звезд.

В табл. 1 в зависимости от центральной [плотности приводятся значения некоторых интегральных параметров вращающихся нейтронных звезд с  $\Omega=\Omega_{\max}$ . Для сравнения для тех же значений плотности приводятся данные для невращающихся конфигураций. В табл. 1 кроме значения массы приводятся также значения периодов пульсаций  $T_p$  и вращения  $T_g$ , гравитационной энергии  $E_{Gp}$ , энергии вырожденных нейтронов  $E_n$ , энергии вращения  $E_r$  и  $E_{\text{отс}}$  — вклада общей теории относительности. Мы замечаем, что даже в случае предельного

вращения энергия вращения почти в восемь раз меньше гравитационной энергии, причем отношение энергии вращения к гравитационной энергии одно и то же для всех конфигураций (см. (21), (31)). В отличие от энергии вращения отношение  $E_{\text{ото}}/E_G$  с увеличением массы растет. Так, если при  $x_c = 0.5$  ( $M_0 = 0.92 M_\odot$ ) это отношение равно 0.08, то в непосредственной окрестности точки потери устойчивости при  $x_c = 0.9$  ( $M_0 = 1.078 M_\odot$ ) оно достигает 0.245. При этом вначале энергия вращения превосходит  $|E_{\text{ото}}|$ , однако в дальнейшем эта величина быстро растет и при  $x_c = 0.9$  уже почти вдвое превосходит энергию вращения. Именно такой быстрый рост  $E_{\text{ото}}$  и приводит к потере устойчивости.

Таблица 2

СОСТОЯНИЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ, МАКСИМАЛЬНОЙ МАССЫ  
И МИНИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА ПУЛЬСАЦИЙ ДЛЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ  
НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Состояние потери устойчивости	$\Omega^2/\Omega_{\text{max}}^2$	0	0.25	0.5	0.81	1
	$M_0/M_\odot$	0.8431	0.8921	0.9449	1.0166	1.0645
	$\rho_c 10^{-15} \text{ г/см}^3$	4.115	4.236	4.3606	4.529	4.6158
Состояние с максимальной массой	$M_{\text{max}}/M_\odot$	0.8431	0.8930	0.9494	1.0305	1.0878
	$\omega 10^{-7} \text{ сек}^{-2}$	0	2.324	4.612	6.7505	7.557
	$\rho_c 10^{-15} \text{ г/см}^3$	4.115	3.827	3.457	3.0019	2.7901
Состояние с минимальным периодом пульсаций	$T_{\text{min}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{max}}} \cdot 10^4 \text{ сек}$	7.3715	7.214	7.112	6.982	6.904
	$M_0/M_\odot$	0.7999	0.8589	0.9234	1.0171	1.0794
	$\rho_c 10^{-15} \text{ г/см}^3$	1.8474	1.8949	1.919	2.0256	2.0423

В табл. 2 для различных значений  $\Omega/\Omega_{\text{max}}$  приведены значения массы,  $\rho_c$ ,  $\omega$  и  $T_{\text{min}}$  для состояния потери устойчивости, состояния максимальной массы и минимального периода пульсаций.

Выражаем благодарность академику В. А. Амбарцумяну и профессору Г. С. Саакяну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория  
Ереванский государственный  
университет

STABILITY AND RADIAL PULSATIONS OF THE ROTATING  
NEUTRON STARS

Yu. L. VARTANIAN, A. V. HOVSEPIAN, G. S. HAJIAN

Radial pulsations of rotating cold neutron stars that are near the state of stability loss are studied by the energetic method. The effects of the general relativity are taken into account. The integral parameters and frequency of radial pulsations for different equilibrium configurations are calculated.

The results of calculations are shown in fig. 2—5 and in table 1 and 2.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. J. B. Hartle, K. S. Thorne, *Ap. J.*, 153, 807, 1968.
2. C. Chandrasekhar, *Ap. J.*, 140, 417, 1964.
3. D. W. Meltzer, K. S. Thorne, *Ap. J.*, 145, 514, 1966.
4. J. M. Bardeen, K. S. Thorne, D. W. Meltzer, *Ap. J.*, 145, 505, 1966.
5. Я. Б. Зельдович, *Вопросы космогонии*, 9, 232, 1963.
6. В. Ф. Дьяченко, Я. Б. Зельдович, В. С. Имшенник, В. В. Палейчик, *Астрофизика*, 4, 189, 1968.
7. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, Наука, М., 1967.
8. В. С. Имшенник, Э. Ф. Сеидов, *Астрофизика*, 6, 301, 1970.
9. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овсепян, *Астрофизика*, 6, 601, 1970.
10. С. А. Каплан, *Зап. Львовского ун-та*, 15, вып. 4, 101, 1949.
11. J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, *Phys. Rev.*, 55, 374, 1939.
12. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, *Астрофизика*, 1, 3, 1965.
13. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, *Астрон. ж.*, 37, 193, 1960.
14. J. S. Levinger, L. M. Stapp, *Phys. Rev.*, 124, 916, 1961.
15. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, *Nuovo Cimento*, 30, 82, 1963.
16. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, *Астрон. ж.*, 41, 193, 1964.
17. S. Tsuruta, A. G. Sategor, *Can. J. Phys.*, 47, 2171, 1969.
18. С. Чандрасекар, *Введение в учение о строении звезд*, ИЛ, М., 1950.

