

## О НЕЛИНЕЙНОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АСТРОФИЗИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

С. А. КАПЛАН, Г. М. ХАПЛАНОВ, Ю. Г. ХРОНОПУЛО

Поступила 18 июня 1970

Рассматривается влияние сильного высокочастотного электромагнитного излучения на коэффициент поглощения в низкочастотной линии в трехуровневом атоме (предполагается, что второй уровень близок к первому, основному, т. е.  $\omega_{12} \ll \omega_{13} \approx \omega_{23}$ ). Нелинейная часть коэффициента поглощения на частоте  $\omega_{12}$  пропорциональна как плотности излучения на частотах  $\omega_{13}$ ,  $\omega_{23}$ , так и разности  $A_{32} - A_{31}$  эйнштейновских коэффициентов спонтанных переходов. В частности, возможна раскачка электромагнитного излучения на низких частотах и при прямой (не инверсной) заселенности уровней, если  $A_{32} < A_{31}$ .

При астрофизических исследованиях переноса излучения в спектральных линиях обычно используется коэффициент поглощения в виде (в расчете на один атом)

$$\kappa(\omega_{12}) = \frac{\hbar \omega_{12}}{c \cdot \Delta \omega_{12}} B_{12} = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{f_{12}}{\Delta \omega_{12}}, \quad (1)$$

где  $\omega_{12}$  и  $\Delta \omega_{12}$  — частота и ширина линии,  $B_{12}$  — коэффициент Эйнштейна  $f_{12}$  — сила осциллятора для поглощения. Соотношение (1) справедливо в линейном приближении, т. е. здесь не учитываются возможные нелинейные эффекты взаимодействия электромагнитного поля излучения на разных частотах. Разумеется, поле излучения влияет на населенность уровней — и в этом смысле обычно рассчитывается так называемый нелинейный перенос излучения, но изменение самого коэффициента поглощения (1) за счет нелинейных эффектов еще не рассматривалось, по крайней мере, применительно к астрофизическим и радиоастрономическим проблемам. В настоящей заметке мы сделаем это для частной задачи.

Пусть у нас есть атом с тремя уровнями (из которых второй близок к первому, основному, т. е.  $\omega_{12} \ll \omega_{13} \approx \omega_{23}$ ). Будем считать,

что атом находится в поле сильного электромагнитного излучения со спектральной плотностью  $\rho(\omega)$ . В дальнейшем ради простоты будем считать  $\rho(\omega_{12}) \sim \rho(\omega_{23})$ , хотя это и не обязательно. Также не принципиальны, но удобны для расчета ограничения  $\hbar\omega_{12} \approx \hbar\omega_{23} \gg kT$ ,  $\hbar\omega_{12} \ll kT$ , где  $T$  — температура возбуждения уровней атомов. Примем, наконец, что  $\rho(\omega_{12}) \ll \rho(\omega_{13})$ .

Для определенных таким образом условий вопрос о нелинейности восприимчивости на частоте  $\omega_{12}$  под действием полей накачек на частотах  $\omega_{31}$  и  $\omega_{32}$  рассматривался в связи с попыткой интерпретации поведения коэффициента усиления радиочастотного сигнала в лазере на парах  $\text{Rb}^{87}$  [1]. Восприимчивость вычислялась из уравнений движения для матрицы плотности системы [2] в предположении квазимонохроматичности сигналов накачки на частотах  $\omega_{31}$  и  $\omega_{32}$ . При этом учитывалось, что вклад в восприимчивость могут дать только члены, квадратичные по энергии взаимодействия обеих компонент накачки с соответствующими переходами в веществе. Это предположение вытекает из того, что в газах фазовые скорости взаимодействующих волн с частотами  $\omega_{31}$ ,  $\omega_{32}$  и  $\omega_{21}$  сильно отличаются друг от друга, поэтому в выражении для восприимчивости атома на частоте  $\omega_{21}$  допустимо пренебречь слагаемыми параметрического типа [2]. Точно также подобные слагаемые должны отсутствовать и в случае некогерентных накачек. Указанное приближение тогда недостаточно для строгого описания нелинейной восприимчивости, так как оно не учитывает корреляционных свойств накачки. Однако результаты работы [1] показывают, что это приближение качественно описывает все особенности поведения коэффициента усиления рубидиевого лазера даже при ширине спектра полей накачки порядка ширины линий перехода в  $\text{Rb}^{87}$ . Это позволяет предположить, что оно применимо и в случае рассматриваемой здесь задачи.

Если сначала пренебречь возбуждением столкновениями, то из хорошо известных уравнений нелинейной оптики [2] можно получить следующее выражение для коэффициента поглощения в линии  $\omega_{12}$ :

$$\chi(\omega_{12}) = \frac{\hbar\omega_{12}B_{12}}{c\Delta\omega_{12}} \left[ \frac{B_{23}A_{31} - B_{13}A_{32}}{B_{23}A_{31} + B_{13}A_{32}} + \frac{\pi\rho(\omega_{13})}{\Delta\omega_{13}} \cdot \frac{B_{13}B_{23}(A_{32} - A_{31})}{B_{23}A_{31} + B_{13}A_{32}} \right] \quad (2)$$

при  $A_{3i} \gg B_{3i}\rho_{3i}/c\Delta\omega_{3i} \gg W_{21}^*$  ( $i = 1, 2$ ). Здесь  $A_{31}$  и  $A_{32}$  — эйнштейн-

\* Первое неравенство означает, что интенсивность накачки меньше насыщающей; второе обычно выполняется, если  $\omega_{3i} \gg \omega_{21}$ . Например, в условиях лазера на  $\text{Rb}^{87}$  ( $\omega_{31} \approx 2.4 \cdot 10^{15}$ ;  $\omega_{21} \approx 4.3 \cdot 10^{10}$ )  $W_{21} \sim 10^2 \text{ сек}^{-1}$  (при плотности частиц  $10^{12} \text{ см}^{-3}$ ) это неравенство выполняется при интенсивности компонент накачки, больше  $10^{-5} \text{ вт/см}^2$ .

новские коэффициенты спонтанного излучения,  $W_{21}$  — вероятность перехода между состояниями 1 и 2 с учетом столкновений. Первый член (2) есть относительная разность населенностей уровней 1 и 2, обязанная чисто радиационному механизму возбуждения (поглощение с 1 и 2 уровней и обратный спонтанный переход). Второй член в (2) описывает эффект резонансного смещения частот при нелинейном взаимодействии некогерентных электромагнитных полей теоретически предсказанного и экспериментально проверенного в работе [1].

В астрофизических условиях при  $\hbar\omega_{12} \ll kT$  относительная населенность уровней определяется возбуждением столкновениями. Поэтому первый член (2) мы заменим на величину  $\hbar\omega_{12}/kT$ . Разделив в формуле (2) второй член на первый, получим выражение для отношения нелинейной части коэффициента поглощения к линейному значению:

$$\frac{\chi_{\text{нелин.}}}{\chi_{\text{лин.}}} = \frac{kT}{\hbar\omega_{12}} \frac{\pi\rho(\omega_{13})}{\Delta\omega_{13}} \frac{B_{13}B_{23}(A_{32} - A_{21})}{B_{23}A_{31} + B_{13}A_{32}}. \quad (3)$$

Заменим величину  $\rho(\omega_{13})$  на выражение

$$\rho(\omega_{13}) = \frac{\hbar\omega_{13}^3}{\pi^2c^3} N(\omega_{13}), \quad (4)$$

где  $N(\omega_{13})$  — число квантов в линии  $\omega_{13}$  в единице фазового объема.

Для равновесного излучения  $N(\omega) = 1 / \left( \exp \frac{\hbar\omega}{kT} - 1 \right)$  и в максимуме плотности излучения  $N(\omega) \approx 0.05$ . В реальных астрофизических условиях  $N(\omega)$  может быть и много больше в случае нетеплового происхождения электромагнитного излучения.

Выражая также коэффициенты Эйнштейна через силы осцилляторов для поглощения, заменяя  $\Delta\omega_{13}$  на  $\omega_{13}\sqrt{kT/m_a c}$ , где  $m_a$  — масса атома, окончательно получаем

$$\frac{\chi_{\text{нелин.}}}{\chi_{\text{лин.}}} = \frac{e^2}{\hbar c} \sqrt{\frac{kT}{m_a c}} \sqrt{\frac{m_a}{m_e} \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} \frac{g_2 f_{23} - g_1 f_{13}}{g_1 + g_2}} N(\omega_{13}), \quad (5)$$

где  $g$  — статистические веса,  $m_e$  — масса электрона.

В формуле (5) первые два множителя много меньше единицы, вторые два — много больше единицы, третьи два — порядка единицы, так что роль нелинейных эффектов в вычислении коэффициентов поглощения должна рассматриваться отдельно в каждом конкретном случае.

Надо заметить, что здесь имеют место некоторые ограничения. Ширина линии  $\Delta\omega_{12}$  при наличии сильного поля излучения в линиях 1 — 3 и 3 — 2 определяется формулой

$$\Delta\omega_{12} \approx \omega_{12} \sqrt{\frac{kT}{m_e c^2}} + \pi\rho_{13} B_{13} \approx \frac{2e^2}{\hbar c} \frac{\hbar\omega_{12}}{m_e c^2} f_{13} \omega_{13} N(\omega_{13}). \quad (6)$$

Линия 1 — 2 не замыкается, если  $\omega_{12} \gg \Delta\omega_{12}$  и если  $\omega_{12} > \Delta\omega_{13}$ . Отсюда следуют два неравенства

$$\frac{\omega_{12}}{\omega_{13}} \gg \frac{2e^2}{\hbar c} \frac{\hbar\omega_{12}}{m_e c^2} N(\omega_{13}), \quad \frac{\omega_{12}}{\omega_{13}} > \sqrt{\frac{kT}{m_e c^2}} \sqrt{\frac{m_e}{m_a}}. \quad (7)$$

Учет более сильного из этих неравенств ограничивает максимальный нелинейный коэффициент поглощения.

Рассмотрим некоторые примеры. Вблизи поверхности обычных звезд имеем  $\sqrt{kT/m_e c^2} \approx 10^{-3}$ ,  $\sqrt{m_a/m_e} \approx 10^2$ ,  $N(\omega_{13}) \approx 10^{-2}$  при  $\omega_{13} \approx 10^{15}$  цу. Тогда условие (5) и более сильное неравенство дают

$$\frac{\chi_{\text{нелин.}}}{\chi_{\text{лин.}}} \approx 10^{-5} \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} \frac{g_2 f_{23} - g_1 f_{13}}{g_1 + g_2}, \quad \frac{\omega_{12}}{\omega_{13}} < 10^5. \quad (8)$$

Здесь нелинейный коэффициент поглощения в лучшем случае может быть одного порядка с линейным коэффициентом поглощения для линий сантиметрового радиодиапазона ( $\omega_{12} \approx 10^{10}$  цу).

В случае экзотических объектов типа пульсаров (нейтронных звезд) можно принять  $\sqrt{kT/m_e c^2} \approx 10^{-1}$  и  $N(\omega) \sim 1$  для оптического и ультрафиолетового диапазонов. Тогда

$$\frac{\chi_{\text{нелин.}}}{\chi_{\text{лин.}}} \approx 10^{-1} \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} \frac{g_2 f_{23} - g_1 f_{13}}{g_1 + g_2}, \quad \frac{\omega_{12}}{\omega_{13}} < 10^3. \quad (9)$$

Здесь может быть очень заметный эффект и в оптическом диапазоне. Правда, пока у пульсаров не наблюдались спектральные линии, но ясно, что теория пульсарных атмосфер должна строиться с учетом нелинейности коэффициентов поглощения.

И, наконец, самое главное. Нелинейный коэффициент поглощения может быть как положительный, так и отрицательный в зависимости от знака разности  $g_2 f_{23} - g_1 f_{13}$ . Это означает, что здесь может иметь место усиление поля излучения даже при отсутствии инверсной заселенности уровней (при  $\chi_{\text{нелин.}}/\chi_{\text{лин.}} > 1$ ). Правда, случай  $g_2 f_{23} < g_1 f_{13}$ , или, что то же самое,  $A_{32} < A_{31}$ , встречается у нижних уровней редко (например, у атома  $\text{He}^3$ ). Однако сама принципиальная

возможность усиления электромагнитного поля излучения без требования инверсной заселенности и то, что такая возможность может реализоваться в объектах типа пульсаров, представляет определенный интерес. Для дальнейшего анализа необходимо рассмотреть эффект комбинационного смещения частот в спектральных линиях, соответствующих переходам на верхние уровни, а также этот эффект в непрерывном спектре.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт, г. Горький  
Институт радиотехники и электроники  
АН СССР

## ON THE NONLINEAR ABSORPTION COEFFICIENT OF ELECTROMAGNETIC RADIATION IN ASTROPHYSICAL CONDITIONS

S. A. KAPLAN, G. M. KHAPLANOV, Yu. G. KHRONOPULO

The influence of strong electromagnetic radiation on the absorption coefficient in low frequency spectral line of an atom with three levels is considered. It is assumed that the second level is near to the first ground level, i. e.  $\omega_{12} \ll \omega_{13} \approx \omega_{23}$ . Nonlinear part of the absorption coefficient at the frequency  $\omega_{12}$  is proportional to the radiation density at frequencies  $\omega_{13} - \omega_{23}$  and to the difference  $A_{32} - A_{31}$  of Einstein coefficients as well. In particular, it is possible to receive the enhancement of electromagnetic radiation at the low frequency with the direct (not inverse) population of levels.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Хапланов, Кандидатская диссертация, М., 1968.
2. В. М. Файн, Я. И. Ханин, Квантовая радиофизика, Сов. радио, М., 1965.

