ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИХРЕВЫХ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ. IV.

Релятивистские эффекты в гидродинамике связаны не только с большой (сравнимой со скоростью света c) величиной скорости макроскопического движения жидкости или с большой (сравнимой с c^2) разностью гравитационного потенциала в масштабе движения; они проявляются, как известно, и тогда, когда оба эти фактора несущественны, но велики скорости микроскопического движения входящих в состав жидкости частиц. Релятивистский характер микроскопического движения может служить причиной специфического взаимодействия макроскопических движений жидкости. Ниже мы проиллюстрируем это одним формальным решением уравнений релятивистской гидродинамики. Взаимодействие движений, обязанное двум другим факторам релятивизма, исследовалось ранее [1—3].

Предположим, что макроскопические 3-скорости малы, а гравитацией среды можно пренебречь, и рассмотрим предельный случай, когда микроскопические скорости стремятся к скорости света и реализуется ультрарелятивистское уравнение состояния, при котором давление p составляет 1/3 плотности энергии ε. Будем искать решение уравнений гидродинамики в классе автомодельных решений, содержащих зависимость от одной пространственной переменной. Пусть эта пространственная переменная есть декартова координата x, временная переменная — t, автомодельная переменная — $\xi = x/t$. Тогда уравнения гидродинамики можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{2}{3}v_1 - \xi\right)v_1' = -\frac{c^2}{4p}\,p', \tag{1}$$

$$(v_1 - \xi)\,v_\alpha' = \frac{1}{3}\,v_\alpha v_1', \tag{2}$$

$$\frac{4}{3}\,p v_1' = -(v_1 - \xi)\,p'. \tag{3}$$

Здесь v_1 — компонента 3-скорости по направлению оси x, v_α — компоненты по перпендикулярным к оси x направлениям ($\alpha = 2, 3$), штрих означает дифференцирование по ξ.

Напомним, что в классической гидродинамике производные v_α' тождественно равны нулю, откуда следует известный результат: движения, зависящие от одной пространственной переменной, являются одномерными и потенциальными. В релятивистской среде движения указанного типа в общем случае имеют поперечные скорости, изменяющиеся со временем* и, следовательно, являются трехмерными.

Интегрируя систему (1)—(3), находим искомое решение:

$$v_1 = \frac{6}{5}\left(\xi \mp \frac{c}{\sqrt{3}}\right), \tag{4}$$

$$v_2 = v_2^0\left(1 \mp \frac{1}{3}\frac{v_1}{c/\sqrt{3}}\right), \tag{5}$$

$$p = p^0\left(1 \pm \frac{4}{3}\frac{v_1}{c/\sqrt{3}}\right). \tag{6}$$

Здесь $v_2^0 \geqslant 0$, $p^0 > 0$ — постоянные интегрирования; условию $v \ll c$ отвечает (при $x > 0$) верхний знак в (4)—(6) и значения ξ в окрестности $\xi = c/\sqrt{3}$. В частном случае $v_2^0 = 0$ решение описывает одномерное потенциальное движение (оно приводится при этом к одному из решений, рассмотренных в [5]).

В общем случае ($v_2^0 \neq 0$) ротор 3-скорости v отличен от нуля, и полная скорость есть сумма потенциальной v_1 и вихревой v_2 компонент.

Полное движение представляет собою наложение потенциального (со скоростью v_1) и вихревого (со скоростью v_2) движений. Эти движения не независимы; их взаимодействие описывается уравнением (2) и результатом его интегрирования (5). Вихревое движение не оказывает влияния на величины скорости v_1 и давления p, тогда как переменная составляющая вихревой скорости целиком определяется взаимодействием вихревого движения с потенциальным.

Согласно (4), (5), ротор 3-скорости рассматриваемого движения изменяется со временем. Сохраняющимся и притом тождественно равным нулю является вихрь „псевдоскорости" $u_i = wU_i$ (где $w \sim p^{1/4}$ — энтальпия одной частицы, U_i — 4-скорость). Сохранение вихря „псевдоскорости" в решении (4)—(6) есть следствие одной из общих теорем релятивистской гидродинамики [6].

Приведем для сравнения решение, описывающее движение того же типа (автомодельное, зависящее от одной пространственной переменной) в нерелятивистской жидкости с малыми микроскопическими скоростями частиц. В этом решении ротор 3-скорости также отличен от нуля и изменяется со временем, если скорость продольного движения v_1 не слишком мала по сравнению со скоростью света. Связь поперечной скорости v_2 с продольной легко находится из того усло-

* Это заключение содержится и в более общей теории [4].

вия [4], что поперечная „псевдоскорость" есть константа. В рассматриваемом случае $w \simeq mc^2$, где m — масса частицы жидкости, и тогда

$$u_\alpha \simeq mc^2 \frac{v_\alpha}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \text{const}, \qquad v_\alpha = v_\alpha^0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{7}$$

Продольная скорость (но при $v_\alpha = 0$) вычислена в [5].

Заметим, что в обоих приведенных решениях имеется — при определенных условиях — возможность нарастания со временем отношения поперечной 3-скорости к продольной от величины, малой по сравнению с единицей, до единицы или более; это обстоятельство можно, по-видимому, рассматривать (в духе работы [7]) как проявление особого рода релятивистской гидродинамической неустойчивости одномерных движений относительно возмущений, связанных с возбуждением поперечной скорости.

Мы благодарны И. С. Шикину за обсуждения и полезные замечания.

1 сентября 1970

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР — А. Д. ЧЕРНИН

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина — Е. Д. ЭЙДЕЛЬМАН

Interaction of vortex and potential motions in relativistic hydrodynamics. IV. The interaction of motions in the ultrarelativistic fluid is considered on the basis of a new solution of the relativistic hydrodynamic equations.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Д. Чернин, Е. Д. Эйдельман*, Астрофизика, 5, 654, 1969
2. *А. Д. Чернин*, Астрофизика, 5. 656, 1969.
3. *Е. А. Тиунов, А. Д. Чернин*, Астрофизика, 7, 161, 1971.
4. *И. С. Шикин*, ДАН СССР, 159, 1240, 1964.
5. *Ф. А. Баум, С. А. Каплан, К. П. Станюкович*, Введение в космическую газодинамику, М., 1958, стр. 363.
6. *Ф. И. Франкль*, ЖЭТФ, 31, 490, 1956.
7. *Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович*, ДАН СССР, 118, 671, 1958.