

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ГАЗОВЫХ ПОТОКАХ В ТЕСНЫХ
ДВОЙНЫХ СИСТЕМАХ ЗВЕЗД-КАРЛИКОВ

В. И. ТАРАНОВ

Поступила 27 января 1971

Исследуется поведение фронта ударной волны в газовых потоках. Считается, что за фронтом ударной волны происходят потери энергии через излучение. Показано, что фронт ударной волны совершает колебательное движение. Найдена зависимость периода и амплитуды колебаний от параметров системы.

Изучение газовых потоков, наблюдаемых в тесных двойных системах звезд-карликов, представляет большой интерес для объяснения спектрофотометрических особенностей данных систем. При концентрации атомов в струе порядка 10^{11} — 10^{12} см⁻³ [1, 2] исследование динамики газовых струй необходимо проводить с газодинамической точки зрения. Согласно этому подходу, в газовых струях в области вхождения в газовый диск, окружающий звезду, должна существовать ударная волна.

При прохождении через фронт ударной волны газ нагревается и затем, в силу малой оптической толщины струи, теряет энергию в результате высвечивания. В [3] было найдено распределение газодинамических параметров за фронтом ударной волны. При этом делалось предположение о стационарности фронта.

Для более точного определения закона движения фронта ударной волны необходимо решение нестационарной задачи о столкновении струи с газовым диском. В данной работе эта задача решается методом Уитема [4]. Описание метода и обзор задач, решенных в астрофизике этим методом, даны в [5].

Основные уравнения. Движение газа в струях можно считать одномерным, поскольку скорость расширения струи значительно меньше радиальной скорости движения [3].

Уравнения неразрывности и движения имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad (2)$$

где ρ , v , p — плотность, скорость, давление газа, соответственно; t — время, r — пространственная координата, отсчитываемая от центра звезды, в газовый диск которой входит струя; G — гравитационная постоянная; M — масса звезды.

Будем считать, что потери энергии газом на излучение E единицей объема за 1 сек в области высвечивания можно представить в виде

$$E = -\rho^2 L(T), \quad (3)$$

где $L(T)$ — сложная функция температуры газа, график которой дан в [3]. Считая газ идеальным, получим следующее уравнение энергии:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial r} + \gamma \rho \frac{\partial v}{\partial r} = -(\gamma - 1) \rho^2 L(T), \quad (4)$$

где γ — показатель адиабаты.

Из (1), (2) и (4) получается следующее уравнение вдоль C_+ характеристик:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\alpha \rho} \frac{dp}{dt} = -\frac{GM}{r^2} - (\gamma - 1) \frac{\rho L(T)}{\alpha}, \quad (5)$$

где α — скорость звука.

Поскольку ударная волна в газовых струях сильная, то условия на фронте имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_1, \\ v_2 &= \frac{2}{\gamma + 1} D + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} v_1, \\ p_2 &= \frac{2}{\gamma + 1} \rho_1 (D - v_1)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

где D — скорость фронта ударной волны; значения с индексом 1 соответствуют параметрам до фронта, с индексом 2 — за фронтом ударной волны.

Движение газа до фронта определяется в основном гравитационным полем звезды [3], поэтому

$$v_1 = -\sqrt{\frac{2GM}{r}}. \quad (7)$$

Будем рассматривать стационарную струю с постоянным расходом массы. В таком случае

$$\rho_1 v_1 = -\rho_1 \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \text{const} = J, \quad (8)$$

или

$$\rho_1 = \frac{JV\sqrt{r}}{\sqrt{2GM}}. \quad (9)$$

Поскольку $D = dR/dt$, где R — радиус фронта ударной волны, то, подставляя (6) в (5), с учетом (7) и (9) после простых преобразований получим следующее уравнение для определения $R(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2R}{dt^2} + a_1 \frac{\sqrt{2GM}}{R\sqrt{R}} \frac{dR}{dt} + a_2 \frac{1}{R} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + a_3 \frac{2GM}{R^3} + \\ + a_4 \frac{JL(T)}{\sqrt{2GM}} \frac{\sqrt{R}}{\left(\frac{dR}{dt} + \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R}}\right)} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 = \frac{\gamma^2 - \lambda}{4\lambda}, \quad a_2 = \frac{\lambda - \gamma}{4\lambda}, \quad a_3 = \frac{\gamma(\gamma + 1)}{4\lambda}, \\ a_4 = \frac{\gamma(\gamma + 1)^2}{2\lambda(\lambda - \gamma)}, \quad \lambda = \gamma + \sqrt{2\gamma(\gamma - 1)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для определения скорости фронта ударной волны при $t = 0$ в момент столкновения струи с газовым диском необходимо решение задачи о распаде начального разрыва. Однако, поскольку плотность газового диска более чем на порядок превосходит плотность газа в струе, то удар струи о газовый диск можно рассматривать как удар о твердую стенку. В этом случае момент удара за фронтом ударной волны $v_2 = 0$. Поэтому из (6) при $t = 0$ следует

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R_0}}. \quad (12)$$

Если считать скорость газа за фронтом при $t = 0$; $v_2 \neq 0$, то это приведет к уменьшению начальной скорости фронта ударной волны. В общем случае при $t = 0$ имеем

$$\frac{dR}{dt} = z \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{R_0}}, \quad (13)$$

где параметр $z \leq 1$.

При решении уравнения (10) считалось, что $L(T) = L = \text{const}$. Это оправдывается двумя соображениями.

1. При скоростях газовых потоков порядка 1000 км/сек температура газа за фронтом ударной волны достигает нескольких миллионов градусов. При этих температурах функция $L(T)$ меняется с температурой слабо.

2. Функция высвечивания $L(T)$ зависит от химического состава газа струи, который известен в настоящее время недостаточно точно.

Перейдем в уравнении (10) к безразмерным радиусу и времени, положив

$$R = \alpha x, \quad t = \beta \tau, \quad (14)$$

где

$$\alpha = \frac{(2GM)^{\frac{2}{3}}}{(JL)^{\frac{1}{3}}}, \quad \beta = \left(\frac{2GM}{JL} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Тогда из (10) для $x(\tau)$ получается следующее уравнение:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{a_1}{x\sqrt{x}} \frac{dx}{d\tau} + \frac{a_2}{x} \left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + \frac{a_3}{x^2} + a_4 \frac{\sqrt{x}}{\frac{dx}{d\tau} + \frac{1}{\sqrt{x}}} = 0, \quad (16)$$

с начальными условиями при $\tau = 0$

$$\frac{dx}{d\tau} = z \frac{\gamma - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{x_0}}. \quad (17)$$

Результаты численного интегрирования. Уравнение (16) решалось численно методом Рунге-Кутты, со значением $\gamma = 5/3$, при трех начальных координатах $x_0 = 0.5$; 1.0; 2.0 и двух значениях параметра $z = 0.5$; 1.0.

На рис. 1 представлен график зависимости $x(\tau)$ для $x_0 = 1$ и $z = 1$.

Графики для других значений x_0 и z аналогичны. Основное отличие заключается в величинах периода P и амплитуды A колебаний.

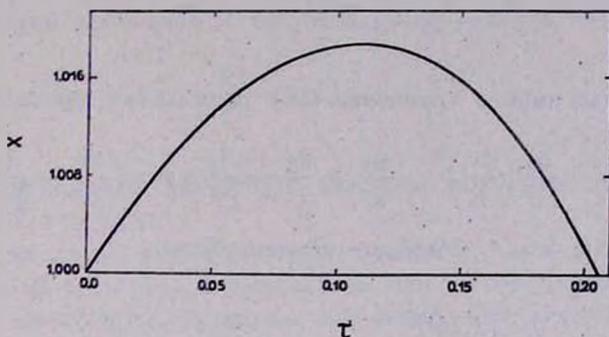


Рис. 1.

В табл. 1 представлены значения P и A при различных значениях x_0 и z .

Результаты интегрирования показывают, что фронт ударной волны в газовой струе совершает колебательное движение. Форма колебаний близка к синусоидальной, но несколько асимметрична. При уменьшении x_0 амплитуда и период колебаний увеличиваются. Это связано

Таблица 1

x_0	z	P	A
2.0	1.0	0.0861	0.00536
2.0	0.5	0.0395	0.00123
1.0	1.0	0.2061	0.01872
1.0	0.5	0.0996	0.00433
0.5	1.0	0.3314	0.04101
0.5	0.5	0.1623	0.00970

с тем, что при уменьшении x_0 начальная скорость фронта ударной волны, согласно (17), возрастает, а потери энергии на излучение, согласно (9), уменьшаются. Интересно отметить хорошее совпадение для периода и амплитуды колебаний с выражениями, найденными в [7] на основе других соображений.

Для определения влияния зависимости функции высвечивания от температуры на характер движения фронта ударной волны, были найдены решения, когда потери энергии пропорциональны температуре

$$E = -\rho^2 BT \quad (18)$$

и обратно пропорциональны температуре

$$E = -\frac{\rho^2 C}{T}. \quad (19)$$

В первом случае вместо уравнения (16) получается уравнение

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{a_1}{x\sqrt{x}} \frac{dx}{d\tau} + \frac{a_2}{x} \left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \frac{a_3}{x^2} + \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} a_4 \sqrt{x} \left(\frac{dx}{d\tau} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = 0, \quad (20)$$

связь между R и x и t , τ дается соотношениями

$$R = \sqrt{\frac{R_2}{B\mu}} \frac{(2GM)^{\frac{3}{4}}}{J} x, \quad t = \left(\frac{R_2}{B\mu}\right)^{\frac{3}{4}} \frac{(2GM)^{\frac{5}{8}}}{J^{\frac{3}{2}}} \tau, \quad (21)$$

где R_2 — газовая постоянная, μ — молекулярный вес.

Если потери энергии определяются выражением (19), то вместо (16) получается следующее уравнение:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{a_1}{x\sqrt{x}} \frac{dx}{d\tau} + \frac{a_2}{x} \left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \frac{a_3}{x^2} + \frac{(\gamma+1)^2 a_4}{2(\gamma-1)} \frac{\sqrt{x}}{\left(\frac{dx}{d\tau} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)} = 0, \quad (22)$$

где

$$R = \left(\frac{\mu}{cR_2}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{(2GM)^{\frac{3}{4}}}{J^{\frac{1}{4}}} x; \quad t = \left(\frac{\mu}{cR_2}\right)^{\frac{3}{8}} \frac{(2GM)^{\frac{5}{8}}}{J^{\frac{3}{8}}} \tau. \quad (23)$$

Уравнения (20) и (22) решались при начальных условиях, определяемых в формуле (17) для $x_0 = 1$ и $z = 1$.

Характер движения фронта ударной волны аналогичен приведенному на рис. 1. Для безразмерных периода P и амплитуды A в случае уравнения (20) получились значения $P = 0.289$, $A = 0.0463$ и в случае уравнения (23): $P = 0.0331$, $A = 0.00623$.

Обсуждение результатов интегрирования. Из полученных результатов следует, что фронт ударной волны совершает колебания при произвольной зависимости функции высвечивания от температуры. Зависимость от температуры сказывается на периоде и амплитуде колебаний.

Из соотношений (14), (15) и (21), (23) следует, что независимо от функции высвечивания между максимальным радиусом ударной волны и периодом колебаний T существует следующая связь:

$$\frac{R^3}{T^2} = kGM, \quad (24)$$

где k — коэффициент, численное значение которого зависит от вида функции высвечивания.

Как указывалось в [7], соотношение (24), справедливое и для колебаний белых карликов и цефеид, не зависит от уравнения энергии и тем самым механизма и природы колебаний. Оно с точностью до множителя k определяется уравнением движения (2) и справедливо для любой системы, движущейся в центральном ньютоновском поле тяготения.

Применим полученные результаты к системе DQ Her, у которой были найдены короткопериодические, с периодом $T = 71$ сек, колебания блеска [8]. Из (14) и (15) получим следующее выражение для расхода массы:

$$J = \frac{2 GMP^2}{LT^2}, \quad (25)$$

где T — период колебания в секундах, P — безразмерный период, значения которого берутся из табл. 1.

Полагая $x_0 = 1$, получим для P значение 0.2. При массе звезды $M = 0.2 M_{\odot}$ [1] и $L \approx 3 \cdot 10^{45}$ эрг/см³сек [3] получим $J \approx 10^{-5}$ г/см³сек, что хорошо совпадает со значением, найденным на основе изменения периода системы [9] и анализа кривой блеска [2].

Из данной интерпретации короткопериодических пульсаций блеска можно сделать следующие выводы:

1. Колебания блеска возможны в тесных двойных системах, в которых происходит перенос массы из одного компонента системы в другой в виде газовой струи.

2. Поскольку период колебания определяется параметрами системы и расходом массы в газовой струе J , то для различных систем периоды колебания блеска различны.

3. Если расход массы в газовой струе J не является постоянным, то период колебания блеска будет меняться. Этим можно объ-

яснить квазипериодические колебания блеска, наблюдаемые в некоторых тесных двойных системах, аналогичных DQ Her [10, 11].

Калининградский государственный
университет

SHOCK WAVES IN THE GASEOUS STREAMS IN CLOSE BINARY SYSTEMS OF DWARF STARS

V. I. TARANOV

The behaviour of the shock wave's front in the gaseous streams is investigated. It is supposed, that there is a loss of the radiative energy behind the shock wave's front. The shock wave's front is shown to do oscillatory motion. The dependence of the period and the amplitude of the oscillations on the system's parameters are found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Р. Крафт, Взрывные переменные как двойные звезды, Мир, М., 1965.
2. В. Г. Горбацкий, *Астрофизика*, 3, 245, 1967.
3. В. И. Таранов, *Труды АО ЛГУ*, 26, 1969.
4. С. В. Whitham, *J. Fluid Mech.*, 4, № 4, 337, 1958.
5. И. А. Климишин, *Проблемы космической физики*, № 2, 69, Киев, 1967.
6. S. Pottasch, *BAN*, 18, № 1, 1965.
7. В. И. Таранов, *Астрофизика*, 5, 337, 1969.
8. M. F. Walker, *Ap. J.*, 123, 68, 1956.
9. R. E. Nather, B. M. Warner, *M. N.*, 143, 145, 1969.
10. J. Smak, *Acta Astr.*, 17, 255, 1967.
11. S. M. Mumford, *Ap. J.*, 146, 411, 1966.