АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 7 МАЙ, 1971 ВЫПУСК 2

БАРИОНЫ И АНТИБАРИОНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

И. Н. МИШУСТИН

Поступила 21 июля 1970

Исследуется процесс „закалки" барионов и антибарионов на стадии анизотропного расширения Вселенной, причем рассмотрение проводится как для зарядово-симметричного, так и для зарядово-несимметричного мира. Строится аналитическая зависимость остаточной концентрации барионов и антибарионов от параметра анизотропии t_0 (длительности анизотропной стадии расширения Вселенной). Показывается, что для получения наблюдаемой плотности барионов в симметричном мире требуется неразумно большое значение $t_0 > 10^{16}$ *сек* (без учета влияния слабовзаимодействующих частиц на физику процессов). Учет влияния слабовзаимодействующих частиц не приводит к существенным изменениям.

Введение. Вопрос об остаточной концентрации барионов в горячей модели Вселенной является принципиально важным, так как барионы и составляют практически весь окружающий нас мир. Как показано в [1—4], в рамках фридмановского решения уравнений тяготения Эйнштейна не может быть получена наблюдаемая плотность барионов и антибарионов в зарядово-симметричном мире. Попытаемся обойти эту трудность в рамках анизотропных решений.

При этом предполагается, что после того, как в ходе расширения плотность упала и аннигиляция барионов и антибарионов прекратилась, какой-то механизм, типа предлагаемых Альфвеном [5], способен отделить вещество от антивещества и предотвратить аннигиляцию при образовании плотных объектов. Эта часть задачи здесь не рассматривается. Отметим, что Омнес [6] рассматривает возможность разделения барионов и антибарионов за счет сильного их взаимодействия в области температур порядка 400 *Мэв*. Такое разделение осуществляется лишь в весьма малом масштабе и поэтому не должно существенно влиять на последующую аннигиляцию.

Считаем, что на ранней стадии $t < t_0$ Вселенная расширялась анизотропно — согласно решению Гекмана и Шюкинга [7]:

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\,dx_1^2 - b^2(t)\,dx_2^2 - c^2(t)\,dx_3^2. \tag{1}$$

При $t \to 0$

$$a(t) = a_0 t^{p_1}, \quad b(t) = b_0 t^{p_2}, \quad c(t) = c_0 t^{p_3}.$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 1, \quad p_1 \leqslant p_2 \leqslant p_3.$$

В этом решении на ранней стадии сопутствующий объем меняется $\sim abc \sim t$, а плотность ультрарелятивистской плазмы с уравнением состояния $P = \varepsilon/3$, соответственно, как $\rho \sim t^{-4/3}$. Положим $\rho = A/t^{4/3}$, константу A найдем из условия сшивки анизотропного решения с однородным изотропным фридмановским решением при $t = t_0$:

$$\rho\big|_{t=t_0} = \frac{A}{t_0^{4/3}} = \frac{3}{32\pi G t_0^2}, \qquad A = \frac{3}{32\pi G t_0^{2/3}}. \tag{2}$$

$G = 6.67 \cdot 10^{-8}\, см^3 г^{-1} сек^{-2}$ — гравитационная постоянная.

При $t > t_0$ Вселенная расширяется согласно фридмановскому решению. Итак,

$$\rho = \frac{\varepsilon}{c^2} = \begin{cases} \dfrac{3}{32\pi G t_0^{2/3} t^{4/3}} & t < t_0, \\[2ex] \dfrac{3}{32\pi G t^2} & t > t_0. \end{cases} \tag{3}$$

1. *Уравнение аннигиляции.* Предполагаем, что выполняется закон сохранения барионного заряда, т. е. барионы и антибарионы могут рождаться и аннигилировать только парами. При достаточно высокой температуре (но все же ниже mc^2, m — масса нуклона) концентрация барионов и антибарионов определяется термодинамическим равновесием, которое осуществляется за счет баланса между аннигиляцией барионов и антибарионов при соударениях и рождением пар. При этих условиях равновесная плотность барионов — n_{eq} и антибарионов — $\bar{n}_{eq}$ — связаны по формуле Саха:

$$n_{eq}\bar{n}_{eq} = \frac{2m^3(kT)^3}{\pi^3\hbar^6}\, e^{-\frac{2mc^2}{kT}}, \qquad kT < mc^2. \tag{4}$$

Время установления равновесия τ существенно зависит от концентрации барионов, поэтому концентрация следует равновесной (4) лишь при достаточно высокой температуре. Начиная с некоторой температуры, аннигиляция идет пренебрежимо медленно, происходит „закалка" и концентрация барионов и антибарионов остается неравновесной. Так как связь между T и t зависит от закона расширения, то момент закалки t^* будет функцией параметра анизотропии t_0. Случай $t^* > t_0$ не интересен, ибо он практически не отличается от фридмановского.

Мы исследуем случай, когда $t^* < t_0$, т. е. закалка происходит на анизотропной стадии.

Общее уравнение баланса барионов и антибарионов удобнее записывать не для n_B и $n_{\bar{B}}$, а для отношений $N = n_B/n_\gamma$ и $\bar{N} = n_{\bar{B}}/n_\gamma$, где n_γ — плотность γ-квантов, потому что N и $\bar{N}$ остаются при адиабатическом расширении постоянными, если пренебречь аннигиляцией. Уравнение баланса имеет вид

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = \sigma_0 c n_\gamma N_{eq} \bar{N}_{eq} - \sigma_0 c n_\gamma N \bar{N}, \qquad N_{eq} = \frac{n_{eq}}{n_\gamma}, \quad \bar{N}_{eq} = \frac{\bar{n}_{eq}}{n_\gamma}. \tag{5}$$

$$n_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{3kT} = \frac{\sigma T^4}{3kT} \approx 0.2 \left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 \tag{6}$$

отсюда и из (4)

$$N_{eq} \bar{N}_{eq} \simeq \left(\frac{mc^2}{kT}\right)^{-3} \exp\left\{-\frac{2mc^2}{kT}\right\}. \tag{7}$$

При составлении уравнения (5) учтено, что сечение аннигиляции в интересующей нас области есть

$$\sigma_{B\bar{B}} = \sigma_0 \frac{c}{v}, \qquad \sigma_0 \approx 10^{-26}\ см^2,$$

v — тепловая скорость частиц.

2. *Зарядово-симметричный случай.* По определению имеем $N = \bar{N}$, и уравнение (5) принимает вид

$$\frac{dN}{dt} = \sigma_0 c n_\gamma (N_{eq}^2 - N^2). \tag{8}$$

Весь интервал изменения времени распадается на две части:

$$t < t^*, \text{ когда } N - N_{eq} \ll N_{eq},$$

$$t > t^*, \text{ когда } N \gg N_{eq}.$$

Момент закалки t^* определяем, подставляя в левую часть (8) $N \approx N_{eq}$ и полагая $\frac{N - N_{eq}}{N_{eq}} \sim 1$

$$\frac{N - N_{eq}}{N_{eq}} = -\frac{1}{2\sigma_0 c n_\gamma N_{eq}} \frac{d \ln N_{eq}}{dt} \sim 1.$$

Используя (7), легко находим производную $\frac{d \ln N_{eq}}{dt}$ и, пренебрегая логарифмически малыми членами, получаем

$$\alpha^{-\frac{1}{2}} e^{\alpha} = 0.1 \frac{\sigma_0}{\lambda^2} \left(\varkappa \frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{\lambda}{ct_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{9}$$

Здесь введено обозначение $\alpha = \left.\frac{mc^2}{kT}\right|_{t=t^*}$, кроме того $\lambda = \hbar/mc \approx \approx 2 \cdot 10^{-14}$ *см* — комптоновская длина протона, $Gm^2/\hbar c \approx 6 \cdot 10^{-39}$ — гравитационный аналог постоянной тонкой структуры. При выводе (9) использовано выражение t через T, которое легко получить из (3), учитывая, что $\varepsilon = \rho c^2 = \varkappa\sigma T^4$ ($\varkappa$ — характеризует число сортов частиц, находящихся в равновесии с излучением):

$$\frac{ct}{\lambda} = 0.1 \left(\frac{mc^2}{kT}\right)^3 \left(\varkappa \frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{-3/4} \left(\frac{\lambda}{ct_0}\right)^{1/2}.$$

Легко получаем решение (9), пренебрегая $\ln \alpha$ по сравнению с α:

$$\alpha = 66.4 + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\lambda}{ct_0}\right) = 40 - \frac{1}{2} \ln t_0.$$

Для t^* и плотности в момент закалки получаем соответственно выражения

$$t^* = 8.3 \cdot 10^{-10} \alpha^3 t_0^{-1/2}. \tag{10а}$$

$$N^* = N_{eq}\big|_{t=t^*} = 8\alpha \left(\varkappa \frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{3/4} \left(\frac{ct_0}{\lambda}\right)^{1/2} \frac{\lambda^2}{\sigma_0} \approx 4 \cdot 10^{-17} \alpha \sqrt{t_0}. \tag{10б}$$

После момента закалки ($t > t^*$) равновесия уже нет, концентрация барионов и антибарионов изменяется медленнее, чем по экспоненциальному закону ($N \gg N_{eq}$). Для получения остаточной концентрации барионов и антибарионов пренебрегаем рождением пар и интегрируем уравнение (8) с начальным условием $N = N^*$ при $t = t^*$. Кроме того, учитываем (3) и (10)

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = -\sigma_0 c n_\gamma N^2 \\ N = N^*, \quad t = t^* \end{cases} \tag{11}$$

Легко находим решение уравнения (11)

$$N_\cdot = N_{|t\to\infty} = N^* \left[1 + \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{2}\ln\frac{t_0}{t^*}\right)\right]^{-1}. \tag{12}$$

Скобка при N^* слабо зависит от t_0 и в интересующей нас области t_0 имеет значение ≈ 100. С учетом (10б) получаем окончательное выражение для остаточной концентрации барионов:

$$N_\cdot = \overline{N}_\cdot \cong \left(\frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{3/4}\left(\frac{ct_0}{\lambda}\right)^{1/2}\frac{\lambda^2}{\sigma_0} \approx 10^{-18}\sqrt{t_0}\,. \tag{13}$$

Для получения наблюдаемых значений $N_* = 10^{-9} \div 10^{-8}$ необходимо предположить $t_0 > 10^{18}$ *сек*. Однако при таком t_0 асимметрия реликтового фона была бы порядка $Ht_0 \sim 3\,\%$, что резко противоречит наблюдениям [8].

3. *Зарядово-несимметричный случай.* Предположим, что во Вселенной, начиная от сингулярного состояния, имеется избыток барионов $n = n_B - n_{\overline{B}}$, который никак не проявляется на начальной стадии расширения и который сейчас существует в виде наблюдаемой нами материи. В рамках этой модели интересно оценить остаточную концентрацию антибарионов. Введем отношение $N_0 = n/n_\gamma = (n_B - n_{\overline{B}})/n_\gamma$. Ясно, что эта величина не зависит от времени. По современным данным $n_\gamma \approx 400 см^{-3}$, поэтому

$$N_0 = \Omega\,\frac{\rho_c}{mn_\gamma} = 3\cdot 10^{-8}\Omega, \qquad \Omega = \frac{\rho}{\rho_c}. \tag{14}$$

$\rho_c \approx 2\cdot 10^{-29}$ *г/см*^{3} — критическая плотность материи, ρ — современная плотность материи.

Легко проверить, что при $T < 50$ *Мэв*, когда и происходит закалка, $N_0 > \overline{N}_{eq}$, поэтому $N_{eq} = \overline{N}_{eq} + N_0 \simeq N_0$. Это позволяет вблизи момента закалки записать (5) в виде

$$\frac{d\overline{N}_{eq}}{dt} = \sigma_0 c n_\gamma N_0 (\overline{N}_{eq} - \overline{N}). \tag{15}$$

Поступая точно так же, как в зарядово-симметричном случае, получаем уравнение для момента закалки t^*:

$$\frac{1}{3}\frac{mc^2}{kT} = \sigma_0 c n_\gamma N_0 t^*, \quad t^* < t_0.$$

$$n = 0.1\, N_0 \frac{\sigma_0}{\lambda^2}\left(\frac{Gm^2}{\hbar c}\varkappa\right)^{-3/4}\left(\frac{ct_0}{\lambda}\right)^{-1/2} \approx 10^7\, \Omega t_0^{-1/2}. \tag{16}$$

Плотность антибарионов в момент закалки находим по формуле (7), полагая в ней $N_{eq} \simeq N_0$:

$$\overline{N}^* = \overline{N}\big|_{t=t^*} = 2\cdot 10^{28}\, \Omega^2 t_0^{-3/2} \exp\{-2\cdot 10^7 \Omega t_0^{-1/2}\}.$$

Для отыскания остаточной концентрации антибарионов решаем уравнение

$$\begin{cases} \dfrac{d\overline{N}}{dt} = -\sigma_0 c n_\gamma N_0 \overline{N} \\ t = t^*, \; N = N^*. \end{cases}$$

Решение этого уравнения имеет вид при $t \to \infty$

$$\overline{N}_\infty = N^* \, (t^*/t_0)^{\alpha^*3} \exp\{-10^7\, \Omega t_0^{-1/2}\}. \tag{17}$$

Выражая все величины через t_0, получаем

$$\overline{N}_\infty = 10^{28} t_0^{-3/2}\, (10^{16} t_0^{-3})^{3\cdot 10^6 t_0^{-1/2}} \exp\{-3\cdot 10^7 \Omega t_0^{-1/2}\}. \tag{18}$$

Наблюдения космических лучей [9] показывают $\overline{N}_\infty < 10^{-28}$. Это условие выполняется при $t_0 < 10^{13}$ *сек* для $\Omega = 1$ и $t_0 < 10^{10}$ *сек* для $\Omega = 1/40$.

Таким образом, даже в моделях с анизотропией расширения на начальной стадии не удается удовлетворительно объяснить наблюдаемую плотность вещества. В зарядово-несимметричном мире отсутствие антивещества в наблюдаемых количествах получается довольно естественно.

Уточнение сечения аннигиляции может существенно изменить результат (см. примечание при корректуре).

4. *Закалка с учетом влияния слабовзаимодействующих частиц на динамику анизотропной модели.* Как показано в работах [10—13], учет слабовзаимодействующих частиц (нейтрино, гравитонов) резко меняет картину анизотропного расширения и физику процессов на ранней стадии. В частности, после

момента освобождения нейтрино $\tau_\nu = \tau'^{9/4} t_0^{-5/4}$ (где τ' — момент освобождения во фридмановской модели) из-за роста компоненты импульса вдоль сжимающейся оси (X_1) происходит необратимая перекачка энергии нейтрино в пары e^+e^-, которые находятся в равновесии с γ-квантами. Это ведет к тому, что

$$\varepsilon_\gamma \sim \varepsilon_\nu \sim t^{-\left(1+\frac{|p_1|}{3}\right)}, \qquad T \sim t^{-\frac{3+|p_1|}{12}}. \tag{19}$$

Описанные процессы приводят к более быстрой изотропизации решения, которая наступает к моменту

$$\theta = t_0 \left(\frac{\tau'}{t_0}\right)^{\frac{9}{4}\frac{1-|p_1|}{3-|p_1|}}. \tag{20}$$

Если $t^* > \tau_\nu$, т. е. закалка происходит после отрыва нейтрино (это имеет место при $t_0 > 4\cdot 10^4$ *сек* для зарядово-симметричного случая), то из-за иной связи между T и t она будет характеризоваться иными параметрами, чем раньше.

Расчет показывает: в зарядово-симметричном варианте

$$\alpha = \left.\frac{mc^2}{kT}\right|_{t=t^*} = \begin{cases} 78.2 - \dfrac{4}{5}\ln\left(\dfrac{c\theta}{\lambda}\right) = 33.8 - \dfrac{4}{5}\ln\theta, & |p_1| = \dfrac{1}{3}, \\ 86.7 - \ln\left(\dfrac{c\theta}{\lambda}\right) = 31.1 - \ln\theta, & |p_1| = 0. \end{cases} \tag{21}$$

$$N^* = \left.\frac{n}{n_\gamma}\right|_{t=t^*} = 5\left(1+\frac{|p_1|}{3}\right)\alpha^{4-\frac{12}{3+|p_1|}}\left(\varkappa\frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{\frac{3}{3+|p_1|}}\left(\frac{c\theta}{\lambda}\right)^{\frac{3-|p_1|}{3+|p_1|}}. \tag{22}$$

$$|p_1| = \frac{1}{3} \qquad N^* = 2.4\cdot 10^{-15}\alpha^{0.4}\,\theta^{4/5}.$$

$$|p_1| = 0 \qquad N^* = 7\cdot 10^{-13}\,\theta.$$

После закалки $N = n_B/n_\gamma$ даже в пренебрежении аннигиляцией не остается постоянным, из-за неадиабатического изменения n_γ до момента $t = 0$. Это изменение происходит так, что при $t \to \infty$ выражение (22) переходит в (13) с заменой t_0 на θ. Изменение N за счет последующей аннигиляции дается выражением, аналогичным (12).

Итак

$$N_\infty = \frac{\lambda^3}{\sigma_0}\left(\varkappa\frac{Gm^2}{\hbar c}\right)^{3/4}\left(\frac{c\theta}{\lambda}\right)^{1/2} \approx 10^{-18}\sqrt{\theta}.$$

В зарядово-несимметричном случае единственным изменением в формулах будет замена в выражениях (16) и (18) t_0 на θ. Это следует из того, что концентрация избытка $n \sim t^{-1}$, а в уравнении для α правая часть $\sim nt = \mathrm{const}$, т. е. не зависит от времени. Следовательно в зарядово-несимметричном случае нигде не требуется связь между T и t.

Как отмечено в [11], режим (19), (20) с ростом энтропии имеет место лишь в том случае, если $E_\nu \leqslant 300$ *Бэв* (это соответствует $\theta = 10^4$ *сек*, $t_0 = 3 \cdot 10^{10}$ *сек*). При больших энергиях необходимо считать нейтрино невзаимодействующими, при этом их влияние на динамику модели начинается лишь после окончания вакуумной стадии. Но расчет показывает, что при $t_0 < 3 \cdot 10^{10}$ *сек* закалка барионов и антибарионов успевает пройти именно на вакуумной стадии, никаких существенных отличий от выражений (13), (18), кроме замены t_0 на θ не будет. Так как $\theta \ll t_0$, то учет слабовзаимодействующих частиц усугубляет трудности, отмеченные в разделах 2 и 3.

Автор выражает глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу за постановку задачи и многочисленные обсуждения.

Примечание при корректуре. При температуре $T < 0.02$ *Мэв* существенный вклад в сечение аннигиляции вносит процесс рекомбинации протонов и антипротонов. Это заметно изменяет численные оценки лишь при $\alpha(t_0)/\sigma_0 c \approx 0.1\, t_0^{1/4} \ln t_0 \gg 1$, где $\alpha(t)$ — коэффициент рекомбинации. При этом в формуле (13) появляется множитель $2\sigma_0 c/\alpha(t_0)$, а в формуле (18) — множитель $\exp\{-2(\alpha(t_0)/\sigma_0 c)\}$. Принципиальные же выводы не изменяются.

Московский
государственный университет

BARIONS AND ANTIBARIONS IN ANISOTROPIC UNIVERSE

I. N. MISHUSTIN

The process of barions and antibarions freezing in the stage of the anisotropic expansion of the Universe is investigated. Consideration is made for symmetric charge and for nonsymmetric charge Universe.

The analytical dependence of barions and antibarions residual concentrations upon the anisotropy parameter t_0 (the duration of anisotropic stage of expansion) is constructed. To obtain the observed barion

density in the symmetric Universe an unreasonably large value $t_0 > 10^{18}$ *sec* is necessary (without taking into account the influence of weakly interacting particles).

If the influence of weakly interacting particles is taken into account no considerable change occurs.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Yu. B. Zeldovich*, Adv. Astr. Astrophys., 3, 2, 41, 1965.
2. *Я. Б. Зельдович, Л. Б. Окунь, С. Б. Пикельнер*, УФН, 87, 113, 1965.
3. *H. Y. Chiu*, Phys. Rev. Lett., 17, 712, 1966.
4. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967, § 5.
5. *H. Alfven*, Preprint, Stockholm, 1964.
6. *E. Omnes*, On the Origin of Matter and Galaxies, Laboratoire de Physique Theorique et Hautes Energies, France (Preprint).
7. *O. Heckmann, E. Schilking*, Conseil de Physique Solvay, Bruxelles, 1958.
8. *R. B. Partridge, D. T. Wilkinson*, Nature, 215, 70, 1967.
9. *В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский*, Происхождение космических лучей, Изд. АН СССР, М., 1963.
10. *А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Письма ЖЭТФ, 5, 119, 1967.
11. *А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, ЖЭТФ, 53, 844 1967.
12. *C. W. Misner*, Phys. Rev. Lett., 19, 53, 1967.
13. *C. W. Misner*, Ap. J., 158, 431, 1968.