

К ВОПРОСУ О ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ
ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД

В. П. ГРИНИН, Х. ДОМКЕ

Поступила 8 февраля 1971

Рассматривается задача о диффузном отражении света точечного источника (вспышки) полубесконечной плоскопараллельной атмосферой холодного карлика. Предполагается, что в атмосфере происходит молекулярное (релеевское) рассеяние и истинное поглощение.

Параметры Стокса усредненного по азимуту отраженного излучения выражаются через H -матрицу для случая релеевского рассеяния.

Вычислена степень поляризации отраженного излучения P и суммарного излучения (включающего прямое излучение вспышки) P_s в зависимости от косинуса угла отражения μ и вероятности выживания кванта λ . Максимальное значение $P_{s, \max} = 4.1\%$ достигается при $\lambda = 1$ и $\mu = 0.3$. Обсуждается зависимость степени поляризации P_s от длины волны.

В последнее время рядом авторов [1—4] были произведены поляриметрические наблюдения звезд типа UV Cet в моменты вспышек. Согласно сообщениям [1, 3], во время некоторых вспышек наблюдалось повышение степени поляризации на один—два процента. Это явление можно рассматривать, с одной стороны, как следствие частичной поляризации собственного излучения отдельных вспышек. В этом случае состояние поляризации (зависимость степени поляризации от длины волны и т. д.) должно, очевидно, определяться непосредственно механизмом генерации их излучения. С другой стороны, поскольку звезды типа UV Cet являются холодными карликами, то указанное выше изменение поляризации света может быть обусловлено молекулярным рассеянием излучения вспышек в их атмосферах.

В настоящей заметке рассматривается следующая модель вспышки. Считается, что вспышка происходит над атмосферой холодного карлика и представляет собой компактное образование, характерные раз-

меры которого и расстояние от поверхности звезды значительно меньше ее радиуса. В этом случае излучение, приходящее к наблюдателю, включает в себя наряду с прямым излучением вспышки излучение, диффузно отраженное атмосферой звезды. Следовательно, расчет состояния поляризации суммарного излучения (которое зависит от положения вспышки на диске звезды и оптических свойств атмосферы) сводится к определению параметров Стокса излучения точечного источника, отраженного полубесконечной атмосферой.

1. *Постановка задачи.* Рассмотрим задачу об отражении света плоскопараллельной атмосферой, освещаемой извне точечным источником (вспышкой) при следующих предположениях: свет вспышки неполяризован, атмосфера звезды — двухкомпонентная. Причем, одна из компонент рассеивает свет по закону Релея (в атмосферах холодных звезд это может быть молекула H_2 [5]). Вторая компонента (отрицательный ион водорода H^-) поглощает свет изотропно и независимо от поляризации.

Поскольку мощность вспышки меняется с течением времени, взаимодействие нестационарного излучения с веществом атмосферы приводит, вообще говоря, к нарушению условия лучистого равновесия и, следовательно, к необходимости решения указанной задачи методами нестационарной теории переноса излучения. Однако специфика условий, имеющих место в атмосферах холодных карликов, позволяет в некоторых случаях ограничиться решением соответствующей стационарной задачи. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим подробнее процессы взаимодействия излучения с веществом атмосферы.

Рассеяние излучения на молекулах происходит практически безинерционно. Кроме того, можно показать, что время, в течение которого излучение находится в пути между рассеяниями, пренебрежимо мало по сравнению с характерным временем изменения блеска вспышек. Поэтому взаимодействие излучения с веществом первой компоненты не вызывает отклонений от лучистого равновесия. Наряду с этим релеевское рассеяние происходит без изменения частоты излучения.

Иначе обстоит дело при взаимодействии излучения с веществом второй компоненты (H^-). Здесь процесс поглощения и последующего переизлучения происходит с некоторой задержкой во времени, определяемой средним временем пребывания кванта в поглощенном состоянии. Как показывают оценки [6], последняя величина в атмосферах холодных карликов может быть того же порядка, что и характерное время изменения блеска вспышек, и это является основной причиной

приводящей к нарушению лучистого равновесия. Вместе с тем, в этом случае при рассеянии фотонов происходит изменение их частоты так, что уже после одного рассеяния энергетический спектр излучения имеет температуру, близкую к температуре вещества атмосферы. А так как эффективные температуры холодных карликов $T_{\text{эфф}} \approx 2500-3000$, то подавляющая часть излучения, поглощенного веществом второй компоненты, переизлучается в инфракрасной области спектра.

Следовательно, можно принять, что взаимодействие излучения вспышки с веществом атмосферы состоит из рассеяния и истинного поглощения. Если τ — коэффициент рассеяния, а κ — коэффициент поглощения отрицательным ионом водорода, то величина $\lambda_v = \tau / (\kappa + \tau)$ эквивалентна вероятности выживания фотона при однократном рассеянии.

Предположим далее, что λ_v не меняется с глубиной в атмосфере и ограничимся случаем предельно слабых вспышек (последнее ограничение дает возможность пренебречь изменениями параметра λ_v в результате температурного возмущения атмосферы). Тогда для нахождения энергии отраженного излучения и степени его поляризации необходимо решить стационарную задачу о диффузном отражении света точечного источника полубесконечной плоскопараллельной атмосферой. В настоящей работе это делается путем обобщения вероятностного метода, развитого В. В. Соболевым [7] для скалярной теории переноса, на случай поляризованного излучения. При этом энергия отраженного излучения и степень его поляризации выражаются при помощи обобщенных Н-функций-матриц. Такие матрицы недавно были табулированы в работах [8] и [9] для случая релеевского рассеяния.

2. *Диффузное отражение поляризованного излучения.* В дальнейшем рассматривается усредненное по азимуту поле линейно поляризованного излучения. Согласно Чандрасекару [10], в этом случае для описания поля излучения достаточно двумерного вектора Стокса $\vec{I}(\tau, \mu) (I_l, I_r)$, зависящего от оптической глубины τ и от косинуса угла μ распространения относительно внешней нормали к слоям.

Если на рассеивающую частицу падает по направлению μ' внутри телесного угла $d\omega'$ излучение, описываемое вектором Стокса, интенсивности $\vec{I}(\mu')$, то излучение, рассеянное в направлении μ внутри телесного угла $d\omega$, описывается вектором Стокса

$$\frac{\sigma_v}{4\pi} \vec{P}(\mu, \mu') \vec{I}(\mu') d\omega' d\omega. \quad (1)$$

Здесь τ — коэффициент рассеяния частицы, а $\hat{P}(\mu, \mu')$ — фазовая матрица. Она представима в случае релеевского рассеяния в виде

$$\hat{P}(\mu, \mu') = \hat{A}_1(\mu) \hat{A}_2(\mu'), \quad (2)$$

где

$$\hat{A}_1(\mu) = \begin{pmatrix} 1 - \mu^2 & \mu^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_2 = \hat{B} \hat{A}_1^T(\mu),$$

и

$$\hat{B} = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отметим, что представление в форме (2) возможно также для более общего случая молекулярного или резонансного рассеяния [10, гл. I]. Тогда лишь матрица \hat{B} заменяется матрицей

$$\hat{B}_{\text{mol}} = C \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1-C}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь $(1-C)$ характеризует деполяризацию при элементарном акте рассеяния.

По аналогии с понятием вероятности выхода кванта из среды [7] введем оператор выхода энергии поляризованного излучения. Пусть на оптической глубине плоскопараллельной среды τ поглощается излучение, падающее по направлению μ_0 . Распределение поглощенной энергии по состояниям поляризации l и r описываем вектором $\vec{E}_0(E_l, E_r)$. Тогда энергия излучения, выходящего из среды после многократного рассеяния по направлению μ внутри телесного угла $d\omega$, определяется соотношением

$$\vec{E}(\mu) d\omega = \hat{P}(\tau, \mu, \mu_0) \vec{E}_0 d\omega, \quad (4)$$

где $\hat{P}(\tau, \mu, \mu_0)$ — оператор выхода энергии излучения из среды. Так же, как и в [7], для него можно получить интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \hat{P}(\tau, \mu, \mu_0) &= \frac{\lambda}{4\pi} \hat{P}(\mu, \mu_0) e^{-\tau/\lambda_0} + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty dt \int_0^1 \frac{d\mu'}{\mu'} \hat{P}(t, \mu, \mu') e^{-|t-\tau|/\lambda'} \hat{P}(\mu', \mu_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Используя представление (2) фазовой матрицы, отсюда находим

$$\hat{P}(\tau, \mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4\pi} \hat{A}_1(\mu) \hat{S}^+(\tau, \mu) \hat{A}_2(\mu_0), \quad (6)$$

где $\hat{S}^+(\tau, \mu)$ удовлетворяет уравнению

$$\hat{S}^+(\tau, \mu) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty \hat{S}^+(t, \mu) \hat{K}(|t - \tau|) dt + \hat{E}e^{-\tau/\mu}. \quad (7)$$

Здесь

$$\hat{K}(\tau) = \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} \hat{\psi}(\mu) e^{-\tau/\mu}, \quad \hat{\psi}(\mu) = \hat{A}_2(\mu) \hat{A}_1(\mu), \quad (8)$$

а \hat{E} — единичная матрица.

Введем операцию „+“ на любой матрице \hat{A} , определяемую соотношением

$$\hat{A}^+ = \hat{B} \hat{A}^T \hat{B}^{-1}, \quad (9)$$

где T обозначает транспонирование. Тогда имеем $\hat{K}^+ = \hat{K}$. Обозначим $(\hat{S}^+)^+ = \hat{S}$. Применяя операцию „+“ к уравнению (7), с учетом этого получаем

$$\hat{S}(\tau, \mu) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty \hat{K}(|\tau - t|) \hat{S}(t, \mu) dt + \hat{E}e^{-\tau/\mu}. \quad (10)$$

Обозначим через $\hat{H}(\mu) = \hat{S}(0, \mu)$ и $\hat{H}^+(\mu) = \hat{S}^+(0, \mu)$. Точно так же, как и в скалярной теории [7, 11, 12, 14], можно получить соотношение

$$\int_0^\infty \hat{S}^+(\tau, \mu) e^{-\tau/\mu_0} d\tau = \mu\mu_0 \frac{\hat{H}^+(\mu) \hat{H}(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \quad (11)$$

а также нелинейное интегральное уравнение для определения функции $\hat{H}^+(\mu)$:

$$\hat{H}^+(\mu) = E + \frac{\lambda}{2} \mu \hat{H}^+(\mu) \int_0^1 \frac{\hat{H}(\mu') \hat{\psi}(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu'. \quad (12)$$

Уравнение для $\hat{H}(\mu)$ получается применением операции „+“ к уравнению (12).

С учетом этого задача о диффузном отражении света, падающего по направлению μ_0 на границу атмосферы, решается следующим образом. Вспоминая определение оператора $\hat{P}(\tau, \mu, \mu_0)$ для вектора Стокса $\vec{I}(0, \mu, \mu_0)$ отраженного излучения можно написать

$$\vec{I}(0, \mu, \mu_0) = \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\mu} \hat{P}(\tau, \mu, \mu_0) e^{-\tau/\mu} \vec{F}. \quad (13)$$

Здесь \vec{F} — параметры Стокса падающего света.

Отсюда, принимая во внимание (6) и (11), получаем

$$\vec{I}(0, \mu, \mu_0) = \hat{\rho}(\mu, \mu_0) \mu_0 \vec{F}, \quad (14)$$

где $\hat{\rho}(\mu, \mu_0)$ — матрица диффузного отражения, имеющая вид

$$\hat{\rho}(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \hat{A}_1(\mu) \frac{\hat{H}(\mu) \hat{H}(\mu_0)}{\mu + \mu_0} \hat{A}_2(\mu_0). \quad (15)$$

Эквивалентные результаты для матрицы диффузного отражения при релеевском рассеянии были получены другими способами в работах [8] и [12].

3. *Диффузное отражение света точечного источника.* Излучение точечного источника, находящегося над атмосферой, описываем вектором Стокса $L/4\pi \vec{a}(\mu)$. Тогда полная энергия излучения, приходящего по направлению μ от источника и поглощенного в слое $(r, r + dr)$, дается вектором Стокса $L/2 (a e^{-r/\mu}) dr/\mu$. Учитывая это, а также определение оператора выхода энергии $\hat{P}(\tau, \mu, \mu')$ для вектора энергии полного излучения, отраженного атмосферой по направлению μ внутри единичного телесного угла, можем написать

$$\vec{E}(\mu) = \frac{L}{2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 \frac{d\mu'}{\mu'} \hat{P}(\tau, \mu, \mu') \vec{a}(\mu') e^{-\tau/\mu}, \quad (16)$$

или с учетом (13) и (14)

$$\vec{E}(\mu) = \mu \frac{L}{2\pi} \int_0^1 d\mu' \hat{\rho}(\mu, \mu') \vec{a}(\mu'). \quad (17)$$

Если излучение источника изотропно и неполяризовано, то в этом случае

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

так что

$$\hat{A}_1(\mu) \vec{a} = \vec{a}, \quad (19)$$

и вектор энергии \vec{E} выражается непосредственно через \hat{H}^+ -матрицу. Действительно, подставляя (19) в (17) и используя (15), а также интегральное уравнение (12), находим искомую формулу

$$\vec{E}(\mu) = \frac{L}{8\pi} \left\{ \hat{A}_1(\mu) \hat{H}^+(\mu) - \hat{E} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

В работе [8] были составлены таблицы матрицы $\hat{N}(\mu) = (\sqrt{3}/2) \hat{A}_1(\mu) \hat{H}(\mu) \hat{D}$ для релеевского рассеяния (при $\lambda = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$), здесь матрица \hat{D} имеет вид

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

При помощи \hat{N} -матрицы наш результат перепишем в форме

$$\vec{E}(\mu) = \frac{L}{8\pi} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \hat{N}(\mu) \hat{D}^{-1} - \hat{E} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Более обширные таблицы имеются в работе Ж. Ленобля [5]. Там табулирована матрица

$$\hat{H}_M(\mu) = \hat{D}^{-1} \hat{H}^+(\mu) \hat{D}, \quad (23)$$

которая является H -матрицей относительно симметричной факторизации фазовой матрицы. Вектор \vec{E} выражается через $\hat{H}_M(\mu)$ в виде

$$\vec{E}(\mu) = \frac{L}{8\pi} \left\{ \hat{A}_1(\mu) \hat{D} \hat{H}_M(\mu) \hat{D}^{-1} - \hat{E} \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

или в развернутой форме:

$$E_s(\mu) = \frac{L}{8\pi} \left\{ \mu^2 \left[H_{M1}(\mu) + \frac{1}{\sqrt{2}} H_{M2}(\mu) \right] + (1 - \mu^2) \left[H_{M4}(\mu) + \sqrt{2} H_{M3}(\mu) \right] - 1 \right\}, \quad (25)$$

$$E_r(\mu) = \frac{L}{8\pi} \left[H_{M1}(\mu) + \frac{1}{\sqrt{2}} H_{M2}(\mu) - 1 \right].$$

Степень поляризации отраженного излучения находим по формуле

$$P = \frac{E_s - E_r}{E_s + E_r}. \quad (26)$$

В наблюдаемое излучение входит также прямое излучение от источника. Поэтому степень поляризации суммарного излучения определяется формулой

$$P_s = \frac{E_s - E_r}{E_s + E_r + \frac{L}{4\pi}}. \quad (27)$$

4. *Поляризация вспышки.* Используя приведенные выше формулы (22) и (25) и указанные таблицы, мы получили степень поляризации P и P_s в зависимости от μ и λ (табл. 1, 2). Как следует из табл. 1, степень поляризации P отраженного излучения сравнительно слабо зависит от λ , достигая максимума при $\lambda \approx 0.9$. У края диска звезды P максимально, но из-за эффекта проекции энергия отраженного излучения в этом случае очень мала. Значение P при $\mu \rightarrow 0$ получаем, используя выражение

$$\hat{H}_M(\mu) = \hat{E} + \frac{3}{8} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \mu \ln \mu + O(\mu), \quad (28)$$

которое находим из уравнения (12). С учетом (25) и (26) это дает

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} P(\mu, \lambda) = \frac{1}{3}. \quad (29)$$

Степень поляризации P_s наблюдаемого излучения, как это видно из табл. 2, гораздо сильнее зависит от λ и равна нулю на краю и в центре диска звезды. Максимальное значение $P_{s, \max} = 4.1\%$ достигается при $\mu = 0.3$ и $\lambda = 1$ (что соответствует расстоянию вспышки от центра диска, равному приблизительно 0.95 радиуса звезды). В предположении равномерного распределения вспышек на диске звезды по-

лучаем среднее значение \bar{P}_s наблюдаемой степени поляризации (табл. 2; последняя строчка).

Таблица 1

		P (%)						
λ \ / \ μ	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33	33.33
0.1	16.68	17.23	17.39	17.53	17.65	17.75	17.53	14.69
0.2	13.56	13.95	14.17	14.39	14.62	14.85	14.80	12.15
0.3	11.05	11.57	11.82	12.08	12.37	12.61	12.70	10.27
0.4	9.15	9.56	9.80	10.12	10.40	10.66	10.81	8.57
0.5	7.36	7.80	8.02	8.32	8.59	8.85	9.02	7.05
0.6	5.74	6.13	6.33	6.59	6.84	7.09	7.27	5.59
0.7	4.21	4.54	4.72	4.92	5.14	5.36	5.51	4.17
0.8	2.80	3.02	3.14	3.28	3.44	3.61	3.73	2.78
0.9	1.40	1.50	1.57	1.65	1.73	1.82	1.89	1.39
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Таблица 2

		P_s (%)						
λ \ / \ μ	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.1	0.44	0.96	1.25	1.56	1.90	2.30	2.73	3.06
0.2	0.52	1.15	1.50	1.91	2.35	2.89	3.49	3.90
0.3	0.52	1.16	1.53	1.95	2.44	3.01	3.68	4.10
0.4	0.49	1.09	1.44	1.85	2.32	2.89	3.57	3.94
0.5	0.43	0.96	1.28	1.66	2.09	2.62	3.26	3.57
0.6	0.35	0.80	1.08	1.40	1.78	2.24	2.81	3.05
0.7	0.27	0.62	0.84	1.09	1.40	1.77	2.24	2.41
0.8	0.18	0.43	0.58	0.76	0.97	1.24	1.57	1.68
0.9	0.10	0.22	0.30	0.39	0.50	0.64	0.82	0.87
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
\bar{P}_s (%)	0.34	0.75	1.00	1.28	1.61	2.00	2.46	2.71

Поскольку всегда $E_e > E_r$, направление преимущественных колебаний электрического вектора совпадает с направлением от центра диска к вспышке.

Зная зависимость отношения коэффициента рассеяния к полному коэффициенту непрозрачности как функцию частоты, можно найти степень поляризации в разных участках спектра. В качестве примера такая зависимость была получена (рис. 1) с использованием данных о коэффициенте непрозрачности для атмосферы с $T_{эфф} = 2500^\circ$ и $\lg g = 5$ [5]. (Эти данные относятся к оптической глубине $\tau \approx \tau_{эфф}$). Поскольку релеевское рассеяние преобладает в ультрафиолетовой части спектра, а $P_s(\mu, \lambda)$ максимально при $\lambda = 1$, то степень поляризации также максимальна в этой области спектра. С увеличением длины волны P_s довольно быстро уменьшается и в видимой области спектра составляет лишь доли процента.

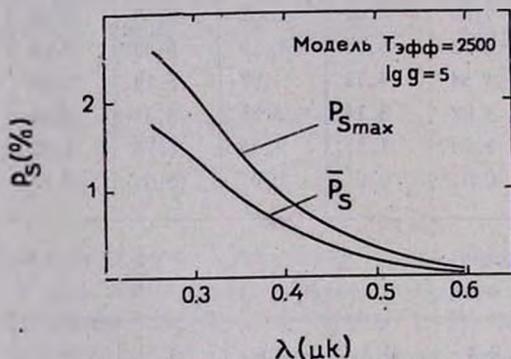


Рис. 1. Максимальная степень поляризации $P_{s\max}$ и средняя степень поляризации \bar{P}_s суммарного излучения в зависимости от длины волны λ .

Далее, как показывает анализ, вклад релеевского рассеяния в полный коэффициент непрозрачности [13] при низких температурах определяется в первую очередь температурой вещества и в значительно меньшей степени газовым давлением. Согласно [13] при $T \gtrsim 3000^\circ$ вклад релеевского рассеяния в полный коэффициент непрозрачности в видимой области спектра практически равен нулю. С уменьшением температуры отношение $\sigma_v/(\sigma_v + \sigma_r)$ быстро растет, и при $T \lesssim 2000^\circ$ рассеяние на молекулах H_2 является основным источником непрозрачности в рассматриваемом интервале длин волн.

Соответствующим образом меняется степень поляризации излучения вспышек, что отражено на графике (рис. 2), где приведены кривые $P_s(\mu = 0.3)$, построенные на основе результатов работы [13] для двух крайних случаев: $T = 2100^\circ, 2800^\circ$ и $\lg P_g = 5$.

Таким образом, если предположение о локальной структуре вспышек звезд типа UV Cet справедливо, то можно ожидать заметную

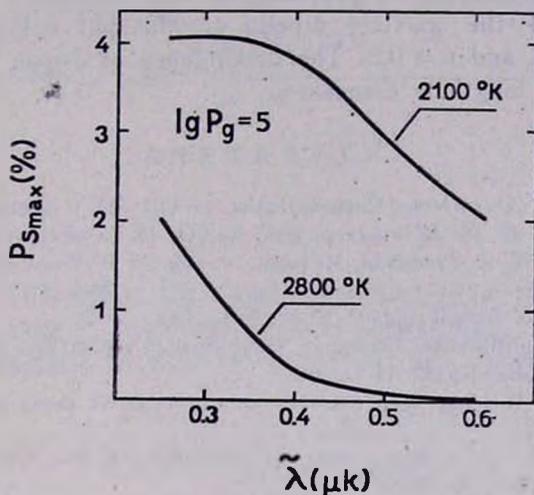


Рис. 2. Степень поляризации P_x ($\mu=0.3$) суммарного излучения в зависимости от длины волны λ .

поляризацию их излучения порядка 2—3% в синей и ультрафиолетовой областях спектра. Причем вероятность обнаружения поляризации для звезд с $T_{эфф} \leq 2500^\circ$ может быть довольно высока.

Крымская астрофизическая
обсерватория
Институт астрофизики,
Потсдам

ON THE POLARIZATION OF RADIATION OF FLARE STARS

V. P. GRININ, H. DOMKE

The problem of diffuse reflection of light of a point-source (a flare) by semi-infinite plane-parallel atmosphere of a cold dwarf is considered. Rayleigh scattering and pure absorption in the atmosphere are supposed. The radiation of the source is supposed to be non-polarized.

The Stokes parameters of the reflected radiation averaged over azimuth are expressed by H-matrix.

Degree of polarization of the reflected radiation P (Table 1) and of the total radiation (including the direct radiation of the flare) P_s (Table 2) are calculated as functions of the cosine of the reflection angle μ and of the particle albedo λ . Maximal value $P_s = 4.1\%$ is reached at $\lambda = 1$ and $\mu = 0.3$. The dependence of degree of polarization P_s on the wave length is discussed.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. A. Kubicela, J. Arsenjevic, Communication at XIII IAU's meeting, Prague, 1967.
2. Ю. С. Ефимов, Н. М. Шаховской, Изв. КрАО, 45, (в печати).
3. М. А. Ерицян, К. А. Григорян, Информ. сообщ. № 10 Комиссии по переменным звездам, 1970.
4. Р. А. Варданян, Астрон. цирк., № 50, 8, 1, 1969.
5. O. Gtingerich, Smithsonian Astrophys. Obs., Special report 240, 1967.
6. В. П. Гринин. Изв. КрАО (в печати).
7. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. Гостехиздат, М., 1956.
8. K. D. Abhyankar, A. L. Fyfat, Astron. Astrophys., 4, 101, 1970.
9. J. Lenoble, JQSRT, 10, 533, 1970.
10. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
11. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1967.
12. T. W. Mullikin, SIAM—AMS Proceedings, 1, 3, 1967.
13. T. Tsuchi, P. A. S. Japan, 18, 127, 1966.
14. Х. Домке, Астрофизика, 7, 39, 1971.