

и периодом для звезд в указанных интервалах D весьма слаба и находится в пределах 3σ .

Иными словами, амплитуда изменения блеска у долгопериодических переменных звезд типа Миры Кита слабее коррелирует с периодом, чем со временем возрастания блеска.

Отметим, что среднее отклонение средних значений амплитуд изменения блеска для отдельных групп звезд (указанных на рис. 1 стрелками) в некоторой степени увеличено из-за того, что взяты большие интервалы значений D .

Вышеприведенные данные указывают на то, что величина времени возрастания блеска D действительно является одним из важных параметров долгопериодических переменных звезд типа Миры Кита. Поэтому сопоставление различных характеристик этих звезд со временем возрастания блеска, вероятно, может помочь в понимании природы изменения блеска этих звезд.

On a feature of Mira Ceti type long period variable stars. It is shown that a correlation between the brightness amplitude and the time of its rise exists for the Mira Ceti type stars.

24 июля 1970

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

Р. А. ВАРДАНЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Соболев, Движущиеся оболочки звезд, Л., 1947.
2. Г. А. Шайн, Изв. АН СССР, сер. физическая, 9, 161, 1945.
3. Б. В. Кукаркин, Исследование строения и развития звездных систем, Л., 1949.
4. А. Н. Дейч и др., Курс астрофизики и звездной астрономии, 2, М., 1962, стр. 221

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИХРЕВЫХ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ. III.

Гравитационное поле в общей теории относительности определяется не только распределением, но и движением вещества. В соответствии с этим оно может служить причиной релятивистского взаимодействия гидродинамических движений гравитирующей среды. Продолжая исследование [1, 2] нелинейных эффектов в релятивистской гидродинамике, мы рассмотрим здесь один простой пример такого взаимодействия.

Если плотность ρ и давление p не зависят от пространственных координат, то гравитирующая среда является нестационарной, она сжимается или расширяется. Относительная скорость v_0 двух частиц, находящихся в данный момент времени t на расстоянии r друг от друга, определяется при изотропии движения соотношением

$$v_0 = \dot{r} = H(t) r. \quad (1)$$

Пусть в таком однородном нестационарном распределении вещества имеется ограниченная область размера l , в которой помимо общего сжатия (или расширения) существуют еще слабые вращательные, вихревые движения с полем скорости v , не нарушающие однородности плотности ($\text{div } v = 0$). Этим движениям отвечает некоторый момент импульса, который мы обозначим K . Рассмотрим возмущение, возникающее благодаря таким движениям во внешней среде, окружающей указанную область.

Если разности гравитационного потенциала в интересующем нас объеме малы по сравнению с квадратом скорости света, то в течение ограниченного промежутка времени метрику можно считать в нулевом приближении галилеевой. Гравитационное поле описывается при этом ньютоновской теорией, так что в любой точке (или для любой частицы), находящейся на расстоянии r от центра, выбранного внутри рассматриваемой области, гравитационная сила, действующая на единичную массу, есть $(GM/r^2)n$, где M — полная масса шара радиуса r , n — орт радиус-вектора. В таком классическом приближении влияние вращательных движений на внешнюю среду отсутствует, если пренебрегать, как это предполагается, вязкостью.

В следующем, постньютоновском приближении, которое мы и будем рассматривать, необходимо учитывать отклонения метрики от галилеевой, причем гравитационное силовое поле уже не будет центрально-симметрическим. Малые отклонения от центральной симметрии, обязанные слабым вихревым движениям, создают вне возмущающей области дополнительную силу, эквивалентную кориолисовой силе, появляющейся при вращении с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{G}{c^2 r^2} [K - 3n(Kn)]. \quad (2)$$

Это утверждение представляет собою простое обобщение результата [3], относящегося к слабому стационарному гравитационному полю в вакууме. Очевидно, что наличие вещества вне области движений изменяет в принятом приближении лишь гравитационную массу источника; именно, массой источника следует считать величину M , опреде-

лениую выше. Неизменность во времени момента импульса K обеспечивает подобие рассматриваемой ситуации стационарной задаче. Что же касается массы M , то без ущерба для такого подобия она может и изменяться во времени: убывать при расширении или возрастать при сжатии.

Считая гравитационные релятивистские эффекты малыми, при вычислении эффекта, происходящего от вращательных движений, мы будем пренебрегать (по примеру [3]) влиянием неньютоновости центрально-симметрического силового поля. Тогда уравнение движения (лагранжево) для внешней среды есть

$$v = -\frac{GM}{r^2}n + 2[v\Omega] + \dots \quad (3)$$

Скорость v — это сумма скорости общего сжатия (или расширения) v_0 и искомой дополнительной скорости. Поскольку последняя мала по сравнению с первой, мы можем пренебрегать ею во втором слагаемом в правой части (3). Если выбрать сферическую систему координат и направить полярную ось вдоль момента K , то проекция уравнения (3) на направление радиус-вектора даст невозмущенное уравнение для v_0 . Проекция на φ -направление есть

$$\dot{v}_\varphi = -\frac{2G|K|}{c^2} \sin \vartheta \frac{v_0}{r^3} + \dots$$

Интегрируя, находим:

$$v_\varphi \sim \frac{G|K|}{c^2} \frac{\sin \vartheta}{r^2}. \quad (4)$$

(Несущественную константу интегрирования, как и константу, появляющуюся при интегрировании ϑ — проекции уравнения (3), $\dot{v}_0 = 0$, полагаем равной нулю).

Дивергенция v_φ равна нулю и поэтому эта дополнительная скорость не вызывает нарушения однородности плотности.

Решение (4) показывает, что движения, создающие момент K , увлекают своим гравитационным полем во вращение внешние слои среды. Исходное вихревое движение, взаимодействуя гравитационно с потенциальным движением (расширением или сжатием), порождает новое движение со скоростью v_φ .

В соответствии с общими соотношениями [2], величина эффекта гравитационного взаимодействия движений определяется в принятом приближении отношением ньютоновского потенциала $\varphi = GM/r$ к квадрату скорости света. Например, в случае однородного вращения с

угловой скоростью ω и сферической (с радиусом l) формы возмущающей области

$$|K| = \frac{2}{5} M(l) l v_s, \quad M(l) = \frac{4\pi}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) l^3, \quad v_s = \omega l,$$

$$\frac{v_\varphi}{v_s} = \frac{2}{5} \frac{GM(l)}{l} \frac{1}{c^2} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \sin \vartheta = \frac{2}{5} \frac{\varphi(l)}{c^2} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \sin \vartheta.$$

В экваториальной плоскости ($\vartheta = \pi/2$) вблизи границы области ($r \approx l$) имеем приближенно

$$\frac{v_\varphi}{v_s} \approx \frac{\varphi}{c^2}. \quad (5)$$

Это соотношение по порядку величины справедливо и для области произвольной формы с произвольным распределением скорости. В частном случае, когда скорость v_0 соответствует расширению по параболическому закону, $2\varphi = v_0^2$, $H \approx 1/t$, находим

$$\frac{v_\varphi}{v} \approx \frac{v_0^2}{c^2} = \left(\frac{Hr}{c} \right)^2 \approx \left(\frac{r}{ct} \right)^2. \quad (6)$$

Как следует из соотношений (4)–(6), однородная гравитирующая среда устойчива при расширении и неустойчива при сжатии относительно возмущений, создаваемых вихревыми движениями. Этот вывод применим, в частности, к изотропной космологической модели. В квазиевклидовой космологической модели (а асимптотически при $t \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow \infty$, также в моделях с отличной от нуля пространственной кривизной) расширение является параболическим, и потому, согласно (6), эффект вихревых возмущений определяется по порядку величины квадратом отношения масштаба вихревых движений к „расстоянию до горизонта“ ct . Заметим, что решение (4) не содержится, очевидно, в линейной теории малых возмущений для изотропной модели [4].

В приближении, следующем за рассмотренным, когда учитываются величины порядка c^{-4} , исходные вихревые движения взаимодействуют с порожденным ими же вращательным движением и генерируют движение с отличной от нуля дивергенцией скорости, способное создать возмущение плотности. При вычислении этого эффекта необходимо учитывать несферичность распределения массы в возмущающей области, вклад гравитационного поля в полный момент импульса и т. п.

Мы благодарны за обсуждение А. Г. Дорошкевичу и И. Д. Новикову.

13 мая 1970

Ленинградский государственный
университет

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР

Е. А. ТИУНОВ

А. Д. ЧЕРНИН

The interaction of vortex and potential motions in relativistic hydrodynamics. A solution for gravitational interaction of weak vortex motion with potential motion (expansion or contraction) of a homogeneous medium is obtained in the post-Newtonian approximation.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Д. Чернин, Е. Д. Эйдельман, *Астрофизика*, 5, 654, 1969.
2. А. Д. Чернин, *Астрофизика*, 5, 656, 1969.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Физматгиз, М., 1962, стр. 363.
4. Е. М. Лифшиц, *ЖЭТФ*, 16, 587, 1946.