АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 7 ФЕВРАЛЬ, 1971 ВЫПУСК 1

К ВОПРОСУ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКИМИ СГУСТКАМИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В. Я. ЭЙДМАН

Поступила 13 июля 1970

Рассматривается излучение сгустков заряженных частиц, движущихся со скоростью, близкой к скорости света. Полученные результаты используются для исследования электромагнитного излучения пульсаров.

В настоящее время в астрономии открыты очень мощные источники электромагнитного излучения (например, квазары и пульсары). В то же время излучение, например, пульсаров выходит, по-видимому, из относительно малого объема. Это означает, что источники электромагнитного излучения пульсаров весьма эффективны в широком диапазоне частот (от радио до рентгеновских волн). Поэтому вполне возможно, что в условиях пульсаров имеем дело с излучением сгустков частиц с размерами, меньшими длины волны λ. При движении такого сгустка во внешних полях может произойти разделение зарядов, благодаря чему сгусток становится весьма эффективным излучателем электромагнитных волн.

В настоящей статье не ставится цели исследовать причины возникновения таких сгустков, хотя заметим, что они могут возникнуть, например, при прохождении энергичных частиц слоя среды (лавинные электронно-позитронные сгустки)*. Наконец, указанные сгустки могут образоваться в результате развития неустойчивостей, могущих существовать в плазме, окружающей пульсар.

* При этом ускорение частиц может быть обязано также электромагнитным полям самого пульсара [1].

В связи со сказанным ранее представляет интерес получить формулы, описывающие излучение электромагнитных волн произвольно движущимися сгустками. В настоящей статье приведены выражения для поля излучения в случае, когда сгусток движется со скоростью v_1, близкой к скорости света c, вдоль определенного направления. При этом учитываются изменения заряда в сгустке, его дипольного момента, а также учитываются направленные перемещения заряда в направлении, перпендикулярном $\vec{v}_1$. Отмечается, что только последний механизм дает линейно поляризованное излучение для системы некогерентных сгустков. В заключение полученные выражения используются для оценок электромагнитного излучения пульсаров.

Как уже отмечалось, при движении сгустка во внешних электромагнитных полях в нем происходит разделение зарядов. Кроме того, сгусток может переносить нескомпенсированный заряд $q_0(t)$, который, например, для электронно-позитронного сгустка может возникнуть в результате антигиляции позитронов с электронами среды. На возможность излучения нескомпенсированного заряда электронно-позитронного сгустка в связи с радиоизлучением широких атмосферных ливней обращено внимание в [2, 3] (см. также [4]). Учитывая сказанное, будем грубо считать, что источником электромагнитного поля, обязанного движущемуся с большой скоростью сгустку, является плотность стороннего тока

$$\vec{j} = \vec{j}_0 + \vec{j}_1 + \vec{j}_2 \quad \text{при } t > 0, \qquad (1)$$

$$j(t < 0) = 0$$

$$\vec{j}_0 = q_0(t)\,\vec{v}_0(t)\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta[z - z_0(t)] \qquad t > 0, \qquad (2)$$

$$\vec{j}_1 = p(t)\,\vec{v}_1(t)\,\delta'(x)\,\delta(y)\,\delta[z - z_*(t)] \qquad t > 0, \qquad (3)$$

$$\vec{j}_2 = 2q_2(t)\,\vec{v}_2(t)\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta[z - z_*(t)] \qquad t > 0. \qquad (4)$$

Здесь скорости $v_0 = dz_0/dt \to c$, $v_1 = dz_*/dt \to c$, $\vec{v}_1 = \{0,\ 0,\ v_1\}$, $\vec{v}_2 = \{v_2,\ 0,\ 0\}$, $p = lq$ — дипольный момент сгустка, имеющего заряд одного знака q, $\delta' = d\delta/dx$, функции $z_0(t)$, $z_*(t)$ описывают законы движения сгустков. Ток $\vec{j}_2$ учитывает направленные перемещения зарядов в сгустке в направлении, перпендикулярном $\vec{v}_1$ $(v_2 \leqslant c\sqrt{1 - v_1^2/c^2})$.

Разумеется, формулы (2), (4) справедливы для волн, длина которых λ много больше максимального размера сгустка l_m.

Ниже в основном будем интересоваться только случаем излучения в вакууме, когда скорости v_1, v_0 близки к скорости света. Поэтому для нахождения поля излучения, отвечающего источникам (2)—(4), удобно воспользоваться уравнением для магнитного поля

$$\Delta\vec{H}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\frac{4\pi}{c}\operatorname{rot}\vec{j}. \qquad (5)$$

Найдем прежде всего магнитное поле излучения, отвечающее току $\vec{j}_2$. Из (5) для $\vec{j}_2$ обычным образом имеем (для существенной только здесь при $v_1\to c$ компоненты H_y)

$$H_{y_1}=H_{2y}(x,y,z)=\frac{1}{cr}\int j_2\left(t-\frac{R}{c}\right)\delta(x')\,\delta(y')\times$$

$$\times\,\delta_z'\left[z'-z_e\left(t-\frac{R}{c}\right)\right]dx'\,dy'\,dz'. \qquad (6)$$

$$j_2=2v_2g_2;\qquad R=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2};\quad \delta_z'(\zeta)=\frac{d\delta}{d\zeta};$$

$$\zeta=z'-z_e\left(t-\frac{R}{c}\right),\qquad \text{т. е.}$$

$$H_{2y}\simeq\frac{1}{c^2r}\int\limits_{z_e\left(t-\frac{R}{c}\right)}^{\infty}f(\zeta)\,\frac{d\delta(\zeta)}{d\zeta}\,d\zeta, \qquad (7)$$

где

$$f(\zeta)=j_2[t-R_1(\zeta)/c]\Big/\left[1-\cos\theta\,\dot{z}_e\left(t-\frac{R_1}{c}\right)/c\right];\ R_1=\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2};$$

$$v_1=\dot{z}_e=dz_e/dt;\ r=\sqrt{x^2+y^2+z^2};\ \ \dot{z}_e\to c,\ \cos\theta=z/r.$$

Производя в (7) интегрирование по частям и учитывая, что $v_1\to c$, после некоторых преобразований будем иметь

$$H_{2y}=H_{2h}+H_{2g}, \qquad (8)$$

причем

$$H_{2h}=-\frac{\delta[z_e(t-r/c)]\,j_2(0)}{[1-\beta_1(0)\cos\theta]\,cr};\qquad \beta_1=\frac{v_1}{c}; \qquad (9)$$

$$H_{2g} = \frac{\{(dj_2(t')/dt')[1-\beta_1(t')\cos\theta] + j_2(t')\dot\beta_1(t')\cos\theta\}\cos\theta}{[1-\beta_1(t')\cos\theta]^3 c^2 r}; \tag{10}$$

$$\dot\beta_1 = \frac{d\beta_1}{dt}; \qquad j_2 = 2q_2 v_2.$$

В (10) значение t' определяется из уравнения

$$t' = \frac{z'}{c} = z_e\left(t - \frac{R_1}{c}\right). \tag{11}$$

Для $v_1 = \text{const}$, как легко показать при $v_1 \to c$. $t' = \xi/(1-\beta_1)$; $\xi = t - r/c$; $0 < \xi \leqslant L_n(1-\beta_1)/c$; L_n — длина пробега сгустка.

Из анализа (10), (11) следует обычным образом, что поле излучения при $v_1 \to c$ сосредоточено в узком конусе около направления $\vec{v}_1$ с углом раствора $\Delta\theta \simeq \sqrt{1-\beta}$. Кроме того, поле H_g не равно нулю только в узком слое $0 \leqslant \xi \leqslant L_n(1-\beta_1)/c$.

Для магнитного поля излучения $H_{0\varphi}$, отвечающего току (4), таким же образом нолучаем

$$H_{0\varphi} = \sin\theta\, H_{2g} \quad (j_2 = j_0), \tag{12}$$

причем $H_{2g}\,(j_2 = j_0)$ дается формулами (8) — (10) с заменой j_2 на $j_0 = q_0(t)\; v_0(t)$.

Магнитное поле здесь имеет единственную компоненту, направленную на орту $\vec{e}_\varphi$ в сферической системе координат с осью, совпадающей с осью $0z$ ($\vec{H}_0 = \{H_{0r};\ H_{0\theta};\ H_{0\varphi}\} = \{0,\ 0,\ H_\varphi\}$).

Аналогично может быть найдено и магнитное поле излучения, соответствующее току $\vec{j}_1$ (см. (3)). В результате, например, для $\beta_1 = \text{const}$ ($\beta_1 \to 1$) будем иметь

$$(\vec{H}_1 = \{H_{1r};\ H_{1\theta};\ H_{1\varphi}\} = \{0,\ 0,\ H_\varphi\})$$

$$H_{1\varphi} = \frac{\sin^2\theta\cos\varphi}{c^3 r}\left\{\dot\delta(c\xi)\frac{px\beta_1 v_1}{(1-x\beta_1)^2} - \right.$$
$$\left. - \delta'(c\xi)\frac{pv_1^2}{(1-x\beta_1)} + \frac{x^2[\beta_1(t)]^2\ddot p(t')}{[1-x\beta_1(t')]^3}\right\}, \tag{13}$$

$$0 < \theta < \sqrt{1-\beta_1}; \qquad 0 < \xi < \frac{L_n}{c}(1-\beta_1),$$

где
$$p(t) = lv_1q; \qquad x = \cos\theta; \qquad \dot{p} = \frac{dp}{dt}; \quad \ddot{p} = \frac{d^2p}{dt^2};$$
$$t' = \xi/(1-\beta); \quad \xi = t - r/c.$$

В связи с формулами (10), (11) следует указать на одно важное обстоятельство.

Предположим, что имеем не один излучатель типа (4), а систему таких излучателей с компонентой скорости $\vec{v}_2$, ориентированной вдоль определенного направления, как это имеет место для сгустков, поляризуемых внешним магнитным полем. Тогда излучение, определяемое током $\vec{j}_2$, будет линейно поляризованным с направлением поляризации электрического поля волны $\vec{E}$, параллельным $\vec{v}_2$.

Представляет интерес оценить требуемое число сгустков для того, чтобы объяснить электромагнитное излучение пульсаров. Ради определенности оценку можно вести, считая, что электронно-позитронные сгустки образуются энергичными частицами*. В этом случае можно считать, что сгусток формируется при прохождении энергичной частицей слоя относительно плотной среды, а электромагнитное излучение возникает по выходе сгустка из среды в вакуум. Поскольку сгусток движется в сильном магнитном поле $H_0 = 10^{12}$ *гаусс*, то он поляризуется** (необходимо считать, что все размеры характеризующие сгусток, меньше гирорадиуса частиц $r_H = mc^2/eH_0\sqrt{1-\beta_1^2}$; e, m — заряд и масса электрона).

В сгустке, движущемся в вакууме, благодаря аннигиляции зарядов в сгустке возникает ток вида (4). Аннигилирующая часть заряда q_2, отвечающая току (4), может быть оценена следующим образом. Характерное время аннигиляции порядка T, $L_a = cT$,
$$L_a \simeq \frac{(1-\beta_0^2)\, b^3}{2\pi r_0^2\sqrt{1-\beta_1^2}\ln\left(2/\sqrt{1-\beta_1^2}\right)}$$
(см. [5]), где число частиц в сгустке $\sqrt{\varkappa}$ положено равным $\sqrt{\varkappa} \simeq \simeq \sqrt{1-\beta_1^2}/\sqrt{1-\beta_0^2}$; $r_0 = e^2/mc^2$, объем сгустка $\Delta V \simeq b^3(1-\beta_1^2)^2$, b—тол-

---

* Хотя по существу все основные оценки легко могут быть получены и для случая произвольных сгустков зарядов.

** Если аппроксимировать сгусток двумя зарядами $\pm q$, движущимися в вакууме, то расстояние между зарядами $\pm q$ находится из условия равенства нулю сил, действующих на заряды $l \simeq \sqrt{q(1-\beta^2)/H_0}$; $q = \sqrt{\varkappa}\, e$; $\sqrt{\varkappa}$ — число электронов в сгустке.

щина слоя плотной среды, в которой формировался сгусток до выхода в вакуум, сечение аннигиляции $\sigma_0 = \pi r_0^2 \sqrt{1-\beta_1^2} \ln (2/\sqrt{1-\beta_1^2})$. В качестве q_2 в оценочных формулах можно положить $q_2 = q\ \lambda/L_a$, где q — полный заряд одного знака в сгустке, λ — длина излучаемой волны. Пока $\lambda \gg l_m \simeq z_e \sqrt{1-\beta_1^2}$ (z_e — путь, проходимый сгустком), то, как легко показать, формулы (9), (10) дают величину поля одного порядка, причем спектральная плотность излучения W_ω и полное излучение одного сгустка W могут быть записаны в виде

$$W_\omega = cr^2 \int |H_\omega|^2 d\Omega \simeq \frac{e^2 \varkappa \lambda^2}{L_a^2 c},$$
$$W \simeq \frac{e^2 \varkappa \lambda_{\max}}{L_a^2} \simeq \frac{e^2 \varkappa}{L_a}, \tag{14}$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ — элемент телесного угла, $\sqrt{\varkappa}$ — число электронов в сгустке. Если сгусток образован энергичной частицей, то $\sqrt{\varkappa} = \varepsilon/\varepsilon_0 = \sqrt{1-\beta_1^2}/\sqrt{1-\beta_0^2} \gg 1$ (ε, ε_0 — конечная (по выходе из плотной среды) и начальная энергии быстрой частицы).

Интенсивность излучения системы сгустков, разумеется, существенно зависит от статистических характеристик рассматриваемой системы. Для оценок остановимся на двух случаях. Во-первых, будем считать, что радиус корреляции в системе порядка длины волны максимального радиоизлучения пульсаров ($\lambda_m \simeq 10^3$ *см*). Тогда сгустки, образованные быстрыми частицами в объеме порядка λ_m^3, движутся одинаково и излучение, выходящее из объема λ_m^3, будет равно

$$I_{\omega_m} \simeq W_{\omega_m} N_{\text{б.ч.}}^2, \qquad \omega_m \simeq \frac{2\pi c}{\lambda_m},$$
$$I \simeq W N_{\text{б.ч.}}^2, \tag{15}$$

где $N_{\text{б.ч.}}$ — число быстрых частиц в объеме λ^3. Если считать, что полный излучающий объем есть $V = sL_a$, $L_a \sim \lambda^m \simeq 10^3$ *см*, $s = 10^{13}$ *см*^{2}, то требуемое число энергичных частиц в единице объема (для того, чтобы объяснить интенсивность радиоизлучения пульсаров) должно быть равно $N_{\text{б.ч.}} \simeq 10^9/\sqrt{\varkappa} \simeq 10^9 \sqrt{1-\beta_0^2}/\sqrt{1-\beta_1^2}$ *см*$^{-3}$. Обратим здесь внимание на следующее весьма важное обстоятельство. Выше рассматривалось излучение электромагнитных волн в вакууме. Для того, чтобы убедиться в законности такого рассмотрения, необходимо в исследуемой системе оценить величину отношения $j_{\text{н}}(E)/\omega E$ (соответствующее уравнение Максвелла может быть записано в виде $\operatorname{rot}\vec{H} = (4\pi/c) \times \times (\vec{j}_{ст.} + \vec{j}_{н.}) + (1/c)(\partial E/\partial t)$, $\vec{j}_{ст.}$ — сторонний ток; $\vec{j}_{н.}$ — ток, наводимый полем $\vec{E}$). Принимая во внимание формулы (9), (10), (14), (15), а также то обстоятельство, что $j_{н.} \simeq c\sqrt{1-\beta_1^2}en$, $\beta = v/c$ (в сгустках, движущихся со скоростью $v \to c$, наведенная скорость не может быть больше $c\sqrt{1-\beta^2}$, n — концентрация частиц $n \simeq N_{б.ч.} \cdot \sqrt{\varkappa}/L_a^3$), находим* $\vec{j}_{н.}(E)/\omega E \simeq 1 - \beta^2$ при $L_a \simeq \lambda$.

По существу с этим же обстоятельством связано и то, что в рассматриваемой схеме можно не учитывать и реабсорбцию излучения (толщина излучающего слоя здесь порядка $L_a \simeq \lambda$ и, в частности, поле за время существования сгустка T практически не отрывается от него).

Формулы (15) написаны для случая, когда сгустки в объеме λ^3 излучают когерентно. Аналогично можно привести оценки и для случая, когда имеем дело с системой некогерентных сгустков. В результате для требуемого числа быстрых частиц будем иметь $n_{б.ч.} \simeq 20^{27}/\varkappa = 10^{27}(1-\beta_0^2)/(1-\beta^2)$ $см^{-3}$.

В заключение автор выражает признательность А. А. Андронову, В. В. Железнякову, С. А. Каплану, Ю. А. Рыжову, Е. В. Суворову, В. В. Тамойкину, Ю. В. Чугунову за дискуссии.

Научно-исследовательский радиофизический
институт, г. Горький

ON THE PROBLEM OF ELECTROMAGNETIC RADIATION OF RELATIVISTIC BUNCH OF CHARGED PARTICLES

V. Ya. EIDMAN

The radiation of bunch of charged particles moving with relativistic velocity is considered. The results are used for the investigation of electromagnetic radiation of pulsars.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. И. Сыроватский*, Ускорение галактических и солнечных космических лучей. Труды XI Международной конференции по космическим лучам, Будапешт, 1969.
2. *Г. А. Аскарьян*, ЖЭТФ, 41, 616, 1961.

---

* См. в этой связи также [6].

3. *Г. А. Аскарьян*, ЖЭТФ, 48, 988, 1965.
4. *E. D. Kahn, I. Jerche*, Proc. R. Soc., A289, No. 1417, 206, 1966.
5. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1967, § 12.
6. *А. И. Ахиезер, Р. В. Половин*, ЖЭТФ, 30, 913, 1956.