

НЬЮТОНОВСКАЯ ТЕОРИЯ БЫСТРО ВРАЩАЮЩИХСЯ  
БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

В. В. ПАПОЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

Поступила 20 мая 1970

В приближении  $\Omega^4$  определены структура и интегральные параметры вращающихся как твердое тело с угловой скоростью  $\Omega$  равновесных псевдосфероидальных моделей белых карликов. Полученные результаты незначительно отличаются от аналогичных в приближении  $\Omega^2$ , поэтому можно считать, что для конфигураций, находящихся в критическом относительно истечения вещества состоянии, приближение  $\Omega^2$  применимо так же успешно, как и приближение  $\Omega^4$ . Сравнение найденных результатов с результатами более точного метода Джеймса дает хорошее совпадение.

1. В настоящее время имеется большое количество исследований, в которых рассмотрены связанные с вращением изменения в структуре самогравитирующих конфигураций в рамках теории тяготения Ньютона [1—8]. Значительная часть их выполнена в предположении о малости связанных с вращением изменений, что позволяет выбрать в качестве малого параметра используемой теории возмущений отношение энергии вращения к гравитационной энергии ( $\beta$ ), и ограничиться первым по этому параметру приближением. Оценить эффективность такого подхода можно лишь, если удастся показать, что результаты, полученные более точными методами или, по крайней мере, в приближении  $\beta^3$ , мало отличаются от аналогичных в приближении  $\beta$ . Сравнение рассчитанных в линейном по  $\beta$  приближении параметров простейших белых карликов [5, 8], а также конфигураций, вещество которых описывается политропным уравнением состояния [1, 2, 4, 6], с соответствующими результатами, полученными точным методом Джеймса [3], показывает что для таких моделей приближение  $\beta$  оказывается весьма удовлетворительным (отклонение не превышает 10%). Неплохое совпадение, но лишь для моделей с большим значением показа-

теля политропы, получается и при сравнении с результатами Ананда [8], использовавшего приближение  $\beta^2$ . Тем не менее, нет никаких оснований утверждать, что линейное по  $\beta$  приближение применимо также успешно при расчетах внутренней структуры и интегральных характеристик более реальных моделей белых карликов и барионных звезд. Поэтому представляется необходимым рассмотреть вращение белых карликов и барионных звезд в приближении  $\beta^2$ .

Недавно предложен метод расчета интегральных характеристик и внутренней структуры конфигураций, вещество которых описывается однопараметрическим уравнением состояния, в квадратичном по  $\beta$  приближении [9]. В настоящем сообщении на основе этого метода подсчитаны параметры как простейших моделей белых карликов, так и белых карликов с учетом эффектов нейтронизации. Полученные результаты мало отличаются от аналогичных в приближении  $\beta$ , что вместе с вышеизложенным позволяет заключить, что в используемом методе зависимость поправок второго порядка малости от уравнения состояния весьма слабая. Следовательно, можно ожидать, что подобные результаты будут получены также и в случае барионных звезд.

2. Структура равновесных псевдосфероидальных конфигураций, вращающихся как твердое тело с угловой скоростью  $\Omega$ , определяется решением системы следующих уравнений:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ (1 - \mu^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right] = G, \quad (1)$$

$$F = -\varphi + G_c \beta R^2 (1 - \mu^2) + C. \quad (2)$$

Здесь

$$F = \int \frac{dP}{\rho}, \quad G = 4\pi k \rho, \quad \beta = \frac{\Omega^2}{8\pi k \rho_c}. \quad (3)$$

$P$  и  $\rho$  — давление и плотность вещества соответственно,  $k$  — гравитационная постоянная, индексом „с“ снабжены значения рассматриваемых величин в центре конфигурации.

Если искать решения системы (1)–(3) в виде разложений в ряд по степеням  $\beta$  и ограничиться приближением  $\beta^2$ , то, согласно результатам работы [9], для гравитационного потенциала внутри ( $\varphi^{(i)}$ ) и вне ( $\varphi^{(e)}$ ) распределения масс получим

$$\begin{aligned} \varphi^{(i)} = & c_0 - f(R) - \beta [f_0(R) + A_2 f_2(R) P_2(\mu) - G_c R^2 (1 - \mu^2) - c_1] - \\ & - \beta^2 \left[ \sum_{l=0}^4 f_l^{(i)}(R) P_l(\mu) + \sum_{l=2}^4 A_l^{(i)} \Phi_l(R) P_l(\mu) - c_2 \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\varphi^{(e)} = \frac{k_0}{R} + \beta \sum_{l=0}^2 \frac{k_{1l}}{R^{l+1}} P_l(\mu) + \beta^2 \sum_{l=0}^4 \frac{k_{2l}}{R^{l+1}} P_l(\mu), \quad (5)$$

Для радиуса конфигурации в направлении  $\mu$  имеем

$$R_1 = R_0 + \beta \sum_{l=0}^2 q_l P_l(\mu) + \beta^2 \sum_{l=0}^4 q_l^{(1)} P_l(\mu), \quad (6)$$

а для распределения плотности вдоль радиуса звезды

$$\begin{aligned} G(R, \mu) = & g(R) + \beta \gamma [f_0(R) + A_2 f_2'(R) P_2(\mu)] + \\ & + \beta^2 \left\{ \gamma \left[ \sum_{l=0}^4 f_l^{(1)}(R) P_l(\mu) + \sum_{l=2}^4 A_l^{(1)} \Phi_l(R) P_l(\mu) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\gamma_1}{2} [f_0(R) + A_2 f_2(R) P_2(\mu)]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Радиальные функции  $f_l(R)$  и  $\Phi_l(R)$  являются решением системы уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_0 f &= -g, \\ \Delta_0 f_0 + \gamma f_0 &= 4g_e, \\ \Delta_2 f_2 + \gamma f_2 &= 0, \\ \Delta_0 f_0^{(1)} + \gamma f_0^{(1)} &= -\frac{\gamma_1}{2} \left( f_0^2 + \frac{1}{5} A_2^2 f_2^2 \right), \\ \Delta_2 f_2^{(1)} + \gamma f_2^{(1)} &= -\gamma_1 A_2 f_2 \left( f_0 + \frac{1}{7} A_2 f_2 \right), \\ \Delta_4 f_4^{(1)} + \gamma f_4^{(1)} &= -\frac{9}{35} \gamma_1 A_2^2 f_2^2, \\ \Delta_l \Phi_l + \gamma \Phi_l &= 0, \quad l = 2, 4, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\Delta_l = \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left( R^2 \frac{d}{dR} \right) - \frac{l(l+1)}{R^2}, \quad \gamma = \frac{dg}{df}, \quad \gamma_1 = \frac{d^2 g}{df^2}. \quad (9)$$

Решения этой же системы в точке  $R_0$  — границе соответствующей невращающейся конфигурации, позволяют найти значения постоянных  $c_0, c_1, c_2, A_2, A_l^{(1)}, k_0, k_{1l}, k_{2l}, q_l, q_l^{(1)}, [9]$ , фигурирующих в



разложениях (4)–(7), которые вместе с (5) и (6) дают возможность определить важнейшие интегральные характеристики звезды—массу  $M$ , квадрупольный момент  $Q$ , экваториальный  $R_e$  и полярный  $R_p$  радиусы. Действительно,

$$\begin{aligned} M &= -\frac{k_0 + \beta k_{10} + \beta^2 k_{12}}{k}, \\ Q &= \beta k_{12} + \beta^2 k_{22}, \\ R_e &= R_0 + \beta L_1 + \beta^2 L_2, \\ R_p &= R_0 + \beta(q_0 + q_2) + \beta^2(q_0^{(1)} + q_2^{(1)} + q_4^{(1)}). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь введены обозначения

$$L_1 = q_0 - 0.5 q_2, \quad L_2 = q_0^{(1)} - 0.5 q_2^{(1)} + 0.375 q_4^{(1)}.$$

При фиксированной центральной плотности величина параметра  $\beta$  изменяется от 0 до некоторого максимального значения  $\beta_{\max}$ , которое легко получить из условия отсутствия истечения вещества с экватора конфигурации, т. е. из равенства на экваторе центробежной и гравитационной сил

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial R}\right)_{R=R_e} = 2G_e \beta_{\max} R_e.$$

Откуда, используя (5) и ограничиваясь в разложении по  $\beta$  членами, пропорциональными  $\beta^2$ , получим

$$\beta_{\max} = -\frac{P}{2N} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4M_0 N}{P^2 R_0^2}}\right). \quad (11)$$

Здесь  $M_0$  — масса конфигурации в отсутствие вращения,

$$\begin{aligned} P &= -2G_e R_0 - \frac{2M_0 L_1}{R_0^3} - \frac{k_{10}}{R_0^2} + \frac{3k_{12}}{2R_0^4}, \\ N &= -2G_e L_1 - \frac{M_0}{R_0^4} (2L_2 R_0 - 3L_1^2) - \frac{6k_{12} L_1}{R_0^5} + \\ &+ \frac{2k_{10} L_1}{R_0^3} - \frac{k_{20}}{R_0^2} + \frac{3k_{22}}{2R_0^4} - \frac{15k_{24}}{8R_0^6}. \end{aligned}$$

Таким образом, все величины, определяющие структуру и интегральные параметры конфигурации, вещество которых определяется однопараметрическим уравнением состояния, можно найти решением

системы уравнений (8) на границе  $R_0$  соответствующей невращающейся звезды.

3. Состояние вещества в белых карликах подробно изучалось в работах [10—12]. В интервале центральных плотностей  $10^6 \text{ г/см}^3 \leq \rho_c \leq 1.8 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$  вещество состоит преимущественно из голых ядер и свободного газа вырожденных электронов. В таких условиях плотность вещества определяется ядрами, а давление электронами. Поэтому, если ввести  $x = p_e/m_e c$ , то уравнение состояния белых карликов запишется в следующем виде:

$$\rho = \frac{32}{3} \left( \frac{m_e}{m_n} \right)^3 K_n \left( \frac{A}{Z} \right) x^3, \quad (12)$$

$$P = \frac{4}{3} \left( \frac{m_e}{m_n} \right)^4 K_n [x(2x^2 - 3)\sqrt{1+x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1+x^2})].$$

Здесь  $K_n = m_n^4 c^5 / 32 \pi^2 \hbar^3$ ,  $p_e$  — граничный импульс Ферми электрона,  $A$  и  $Z$  — атомный вес и номер соответствующих ядер. Обычно принято считать,  $A/Z = 2$  [10], однако в условиях полного вырождения при заданном  $A$  заряд  $eZ$  зависит от граничной энергии электронов и уменьшается с уменьшением их плотности [11], что приводит к „нейтронизации“ ядер и достаточно точно аппроксимируется полиномом [12]:

$$\frac{A}{Z} = 2 + 1.255 \cdot 10^{-2} x + 1.755 \cdot 10^{-5} x^2 + 1.376 \cdot 10^{-6} x^3. \quad (13)$$

Для указанных моделей белых карликов система уравнений (8) проинтегрирована в довольно широком диапазоне центральных плотностей — от  $\rho_c = 1.014 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$  до  $\rho_c = 2.449 \cdot 10^{11} \text{ г/см}^3$ . Часть уравнений системы (8) не позволяет вести интегрирование от центра конфигурации  $R = 0$ . Поэтому интегрирование начато со значений  $R = r_0$ , причем величина  $r_0$  выбиралась по возможности малой. При этом в качестве начальных условий приняты следующие:  $R = r_0$ ,  $g = g_c$ ,  $f = f_c$ ,  $(3/2 g_c) f_0 = f_2 = f_2^{(1)} = r_0^2$ ,  $f_0^{(1)} = 0$ ,  $f_4^{(1)} = \Phi_4 = r_0^4$ . Отметим, что  $f_2 = \Phi_2$ . Все расчеты выполнены для конфигураций, находящихся в критическом относительно истечения вещества состоянии, т. е. для  $\beta = \beta_{\max}$ . Максимальное значение  $\beta$  и интегральные параметры (10) найдены как в линейном, так и в квадратичном по  $\beta$  приближении. Результаты интегрирования представлены рис. 1, 2, а также таблицами 1 (модели белых карликов с учетом „нейтронизации“) и 2 (модели с  $A/Z = 2$ ).

На рис. 1 показана зависимость, измеренной в единицах массы Солнца, массы вращающихся (в приближении  $\beta^*$ ) моделей белых карликов с переменным  $A/Z$  от большой полуоси  $R_*$ , измеренной в километрах (на оси абсцисс —  $\ln R_*$ ). На рис. 2 — то же для моделей с

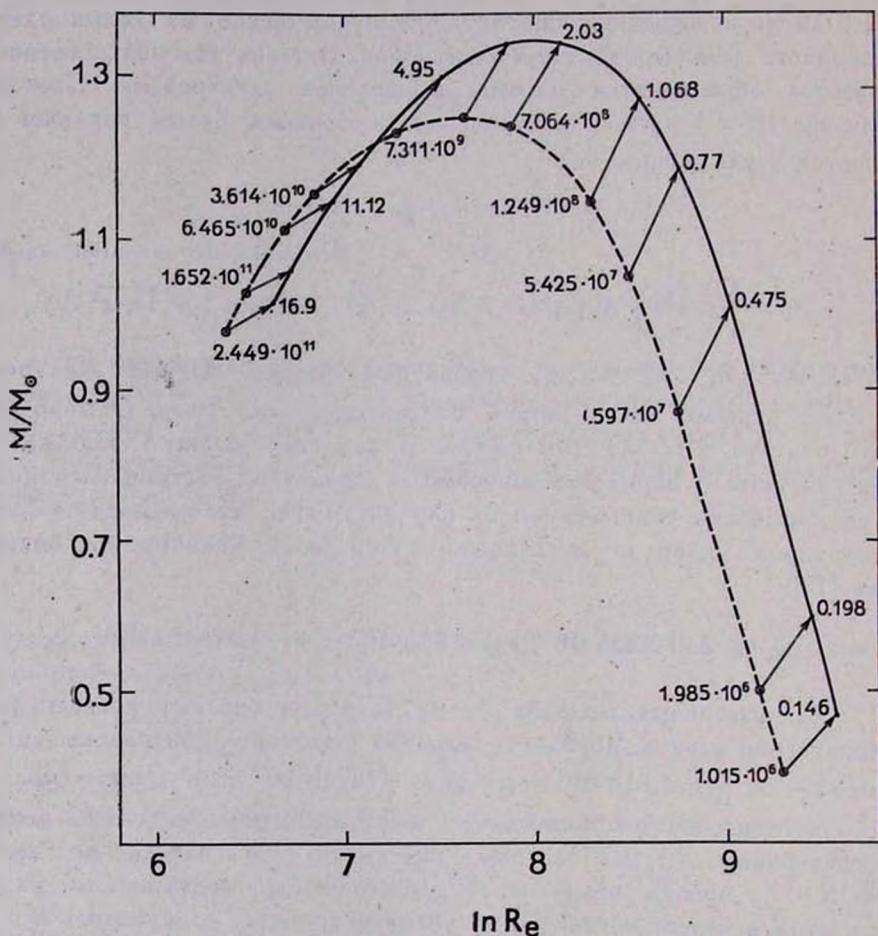


Рис. 1. Зависимость масс вращающихся моделей белых карликов с переменным  $A/Z$  от большой полуоси. На оси ординат — масса  $M$  в единицах массы Солнца. На оси абсцисс —  $\ln R_*$  (большая полуось  $R_*$  измерена в километрах). Пунктиром изображено семейство невращающихся моделей. Подробности в тексте.

$A/Z=2$ . Для сравнения на обоих рисунках пунктиром приводится аналогичная кривая в отсутствие вращения. Стрелками соединены точки, соответствующие сферическим и вращающимся конфигурациям с одинаковой плотностью в центре. Стрелка начинается в точке,



определяющей массу и радиус сферического тела, и прочерчивает все значения этих величин для белых карликов с той же центральной

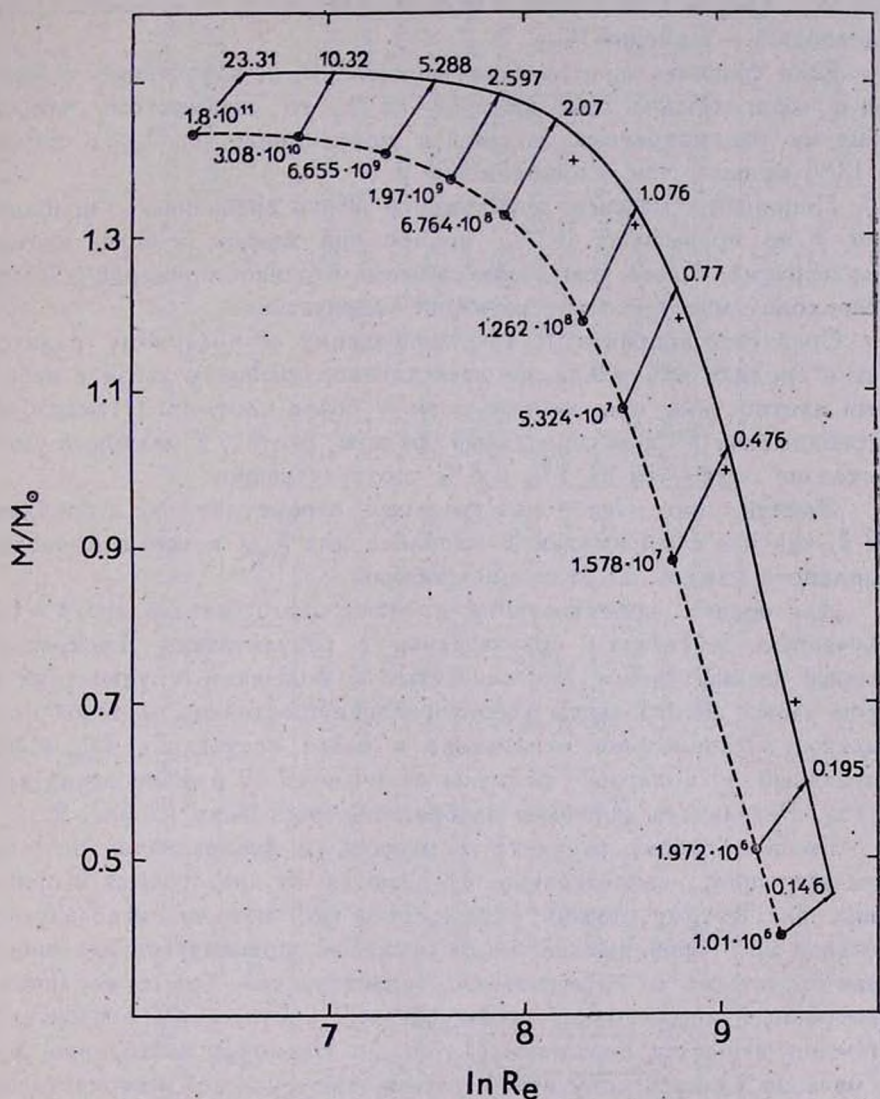


Рис. 2. Зависимость массы вращающихся моделей белых карликов с  $A/Z = 2$  от большой полуоси. На оси ординат — масса  $M$  в единицах массы Солнца. На оси абсцисс —  $\ln R_e$  (большая полуось  $R_e$  измерена в километрах). Пунктиром изображено семейство невращающихся моделей. Крестиками отмечены результаты Джеймса [3]. Подробности в тексте.

плотностью и с  $\Omega$ , увеличивающейся от 0 до  $\Omega_{\max}$ . По длине стрелки от ее начала до любой точки можно найти параметры „промежutoч-

ной" конфигурации, вращающейся с интересующей нас угловой скоростью  $\Omega \leq \Omega_{\max}$ , если учесть, что полная длина стрелки соответствует  $\Omega_{\max}$ . Цифры у пунктирной кривой — центральная плотность. Цифры у сплошной — значения  $\Omega_{\max}$ .

Если сравнить критические значения  $\Omega_{\max}$ , полученные в линейном и квадратичном приближениях по  $\beta$ , то оказывается, что для обеих из рассмотренных моделей в приближении  $\beta^2$ ,  $\Omega_{\max}$  в среднем на 13% меньше, чем в приближении  $\beta$ .

Поправки к массе в приближении  $\beta^2$  по сравнению с приближением  $\beta$  не превышают 0.5%, причем они меньше у более плотных конфигураций. Масса вращающихся белых карликов примерно в 1.1 раз превосходит массу соответствующих сферических.

Сравнение поправок к экваториальному и полярному радиусам дает в среднем 4% и 2% соответственно, причем у звезд с небольшими плотностями они меньше, чем у более плотных. Отметим, что в приближении  $\beta^2$  экваториальный радиус растет, а полярный уменьшается не более чем на 5% и 3% соответственно.

Заметим, что расчет интегральных параметров как в приближении  $\beta$ , так и в приближении  $\beta^2$  выполнен для  $\beta_{\max}$ , которые вычислены отдельно в каждом из этих приближений.

Для оценки эффективности предложенного метода при  $\beta = \beta_{\max}$ , полученные результаты сравнивались с результатами Джеймса [3], который весьма точным, но связанным с большими трудностями методом нашел интегральные характеристики простейших моделей белых карликов. Максимальное отклонение в массе составляет 4%, а экваториальный и полярный радиусы отличаются от джеймсовских всего на 1%. Результаты Джеймса изображены крестиками на рис. 2.

Таким образом, результаты расчета в квадратичном по  $\beta$  приближении лишь незначительно отличаются от аналогичных в приближении  $\beta$ . Поэтому можно утверждать, что методы, использующие линейное по  $\beta$  приближение, могут успешно применяться для определения структуры и интегральных характеристик белых карликов и политропных конфигураций, находящихся в критическом относительно истечения вещества состоянии ( $\beta = \beta_{\max}$ ). Несмотря на то, что такое заключение удалось получить в рамках ньютоновской теории тяготения, нам кажется, что оно остается в силе и в релятивистской теории.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору Г. С. Саакяну за многочисленные консультации.

Ереванский государственный  
университет

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория



Таблица 1

ВАЖНЕЙШИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С ПЕРЕМЕННЫМ  $A/Z$ 

| $\rho_c$<br>$г/см^3$  | $M_0/M_\odot$ | $R_0$<br>км        | Приближение $\beta$ |                    |                    |                       |                | Приближение $\beta^2$ |                    |                    |                       |                |
|-----------------------|---------------|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|----------------|-----------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|----------------|
|                       |               |                    | $M/M_\odot$         | $R_c$<br>км        | $R_p$<br>км        | $Q$                   | $\omega_{max}$ | $M/M_\odot$           | $R_c$<br>км        | $R_p$<br>км        | $Q$                   | $\omega_{max}$ |
| $1.015 \cdot 10^6$    | 0.3923        | $1.083 \cdot 10^4$ | 0.4753              | $1.399 \cdot 10^4$ | $9.084 \cdot 10^3$ | $5.603 \cdot 10^{19}$ | 0.1719         | 0.4730                | $1.433 \cdot 10^4$ | $9.204 \cdot 10^3$ | $5.834 \cdot 10^{19}$ | 0.1459         |
| $1.985 \cdot 10^6$    | 0.4993        | $9.574 \cdot 10^3$ | 0.6007              | $1.233 \cdot 10^4$ | $8.075 \cdot 10^3$ | $5.269 \cdot 10^{19}$ | 0.2323         | 0.5985                | $1.265 \cdot 10^4$ | $8.163 \cdot 10^3$ | $5.399 \cdot 10^{19}$ | 0.1976         |
| $1.597 \cdot 10^7$    | 0.8694        | $6.369 \cdot 10^3$ | 1.0145              | $8.121 \cdot 10^3$ | $5.507 \cdot 10^3$ | $3.068 \cdot 10^{19}$ | 0.5537         | 1.010                 | $8.365 \cdot 10^3$ | $5.583 \cdot 10^3$ | $3.181 \cdot 10^{19}$ | 0.4752         |
| $5.425 \cdot 10^7$    | 1.053         | $4.907 \cdot 10^3$ | 1.202               | $6.205 \cdot 10^3$ | $4.318 \cdot 10^3$ | $1.733 \cdot 10^{19}$ | 0.8868         | 1.197                 | $6.417 \cdot 10^3$ | $4.460 \cdot 10^3$ | $1.811 \cdot 10^{19}$ | 0.7665         |
| $1.294 \cdot 10^8$    | 1.149         | $4.020 \cdot 10^3$ | 1.292               | $5.062 \cdot 10^3$ | $3.580 \cdot 10^3$ | $1.051 \cdot 10^{19}$ | 1.230          | 1.287                 | $5.248 \cdot 10^3$ | $3.687 \cdot 10^3$ | $1.103 \cdot 10^{19}$ | 1.068          |
| $7.064 \cdot 10^8$    | 1.250         | $2.680 \cdot 10^3$ | 1.369               | $3.350 \cdot 10^3$ | $2.438 \cdot 10^3$ | $3.365 \cdot 10^{18}$ | 2.319          | 1.363                 | $3.487 \cdot 10^3$ | $2.500 \cdot 10^3$ | $3.508 \cdot 10^{18}$ | 2.029          |
| $2.099 \cdot 10^9$    | 1.264         | $2.029 \cdot 10^3$ | 1.366               | $2.529 \cdot 10^3$ | $1.867 \cdot 10^3$ | $1.491 \cdot 10^{18}$ | 3.497          | 1.359                 | $2.637 \cdot 10^3$ | $1.903 \cdot 10^3$ | $1.548 \cdot 10^{18}$ | 3.073          |
| $7.311 \cdot 10^9$    | 1.241         | $1.458 \cdot 10^3$ | 1.322               | $1.813 \cdot 10^3$ | $1.356 \cdot 10^3$ | $5.582 \cdot 10^{17}$ | 5.626          | 1.316                 | $1.895 \cdot 10^3$ | $1.378 \cdot 10^3$ | $5.787 \cdot 10^{17}$ | 4.947          |
| $3.614 \cdot 10^{10}$ | 1.158         | $9.478 \cdot 10^2$ | 1.217               | $1.177 \cdot 10^3$ | $8.917 \cdot 10^2$ | $1.502 \cdot 10^{17}$ | 10.23          | 1.212                 | $1.232 \cdot 10^3$ | $9.048 \cdot 10^2$ | $1.536 \cdot 10^{17}$ | 9.038          |
| $6.465 \cdot 10^{10}$ | 1.114         | $8.125 \cdot 10^2$ | 1.165               | $1.008 \cdot 10^3$ | $7.675 \cdot 10^2$ | $9.165 \cdot 10^{16}$ | 12.57          | 1.160                 | $1.056 \cdot 10^3$ | $7.778 \cdot 10^2$ | $8.896 \cdot 10^{16}$ | 11.12          |
| $1.652 \cdot 10^{11}$ | 1.027         | $6.425 \cdot 10^2$ | 1.066               | $7.912 \cdot 10^2$ | $6.109 \cdot 10^2$ | $4.111 \cdot 10^{16}$ | 17.04          | 1.063                 | $8.360 \cdot 10^2$ | $6.176 \cdot 10^2$ | $4.199 \cdot 10^{16}$ | 15.10          |
| $2.449 \cdot 10^{11}$ | 0.9838        | $5.866 \cdot 10^2$ | 1.019               | $7.352 \cdot 10^2$ | $5.709 \cdot 10^2$ | $2.925 \cdot 10^{16}$ | 19.05          | 1.016                 | $7.635 \cdot 10^2$ | $5.651 \cdot 10^2$ | $3.002 \cdot 10^{16}$ | 16.90          |

Таблица 2

ВАЖНЕЙШИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕЛЫХ КАРИКОВ С  $A/Z=2$ 

| $\rho_c$<br>$г/см^3$  | $M_0/M_\odot$ | $R_0$<br>км        | Приближение $\beta$ |                    |                    |                        |                | Приближение $\beta^2$ |                    |                    |                       |                |
|-----------------------|---------------|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|------------------------|----------------|-----------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|----------------|
|                       |               |                    | $M/M_\odot$         | $R_*$<br>км        | $R_p$<br>км        | $Q$                    | $\omega_{max}$ | $M/M_\odot$           | $R_*$<br>км        | $R_p$<br>км        | $Q$                   | $\omega_{max}$ |
| $1.0101 \cdot 10^6$   | 0.3955        | $1.086 \cdot 10^4$ | 0.4795              | $1.403 \cdot 10^4$ | $9.099 \cdot 10^3$ | $5.713 \cdot 10^{49}$  | 0.1720         | 0.4755                | $1.434 \cdot 10^4$ | $9.571 \cdot 10^3$ | $5.790 \cdot 10^{49}$ | 0.1458         |
| $1.972 \cdot 10^6$    | 0.5044        | $9.605 \cdot 10^3$ | 0.6073              | $1.237 \cdot 10^4$ | $8.097 \cdot 10^3$ | $5.395 \cdot 10^{49}$  | 0.2324         | 0.6032                | $1.268 \cdot 10^4$ | $8.491 \cdot 10^3$ | $5.530 \cdot 10^{49}$ | 0.1951         |
| $1.578 \cdot 10^7$    | 0.8862        | $6.405 \cdot 10^3$ | 1.036               | $8.161 \cdot 10^3$ | $5.532 \cdot 10^3$ | $3.200 \cdot 10^{49}$  | 0.5548         | 1.030                 | $8.408 \cdot 10^3$ | $5.620 \cdot 10^3$ | $3.330 \cdot 10^{49}$ | 0.4762         |
| $5.324 \cdot 10^7$    | 1.082         | $4.940 \cdot 10^4$ | 1.238               | $6.250 \cdot 10^3$ | $4.342 \cdot 10^3$ | $1.842 \cdot 10^{49}$  | 0.8911         | 1.232                 | $6.466 \cdot 10^3$ | $4.485 \cdot 10^3$ | $1.930 \cdot 10^{49}$ | 0.7700         |
| $1.262 \cdot 10^8$    | 1.191         | $4.062 \cdot 10^3$ | 1.342               | $5.116 \cdot 10^3$ | $3.613 \cdot 10^3$ | $1.1385 \cdot 10^{49}$ | 1.240          | 1.337                 | $5.302 \cdot 10^3$ | $3.718 \cdot 10^3$ | $1.190 \cdot 10^{49}$ | 1.076          |
| $6.764 \cdot 10^8$    | 1.328         | $2.702 \cdot 10^3$ | 1.459               | $3.380 \cdot 10^3$ | $2.451 \cdot 10^3$ | $3.839 \cdot 10^{48}$  | 2.368          | 1.453                 | $3.514 \cdot 10^3$ | $2.508 \cdot 10^3$ | $3.997 \cdot 10^{48}$ | 2.070          |
| $1.972 \cdot 10^9$    | 1.377         | $2.043 \cdot 10^3$ | 1.493               | $2.547 \cdot 10^3$ | $1.872 \cdot 10^3$ | $1.794 \cdot 10^{48}$  | 3.628          | 1.486                 | $2.655 \cdot 10^3$ | $1.910 \cdot 10^3$ | $1.880 \cdot 10^{48}$ | 3.207          |
| $6.655 \cdot 10^9$    | 1.407         | $1.460 \cdot 10^3$ | 1.509               | $1.817 \cdot 10^3$ | $1.350 \cdot 10^3$ | $7.333 \cdot 10^{47}$  | 6.009          | 1.502                 | $1.895 \cdot 10^3$ | $1.374 \cdot 10^3$ | $7.590 \cdot 10^{47}$ | 5.288          |
| $3.081 \cdot 10^{10}$ | 1.426         | $9.348 \cdot 10^2$ | 1.513               | $1.161 \cdot 10^3$ | $8.711 \cdot 10^2$ | $2.354 \cdot 10^{47}$  | 11.70          | 1.506                 | $1.213 \cdot 10^3$ | $8.852 \cdot 10^2$ | $2.380 \cdot 10^{47}$ | 10.32          |
| $5.324 \cdot 10^{10}$ | 1.430         | $7.925 \cdot 10^2$ | 1.512               | $9.832 \cdot 10^2$ | $7.403 \cdot 10^2$ | $1.562 \cdot 10^{47}$  | 14.95          | 1.505                 | $1.029 \cdot 10^3$ | $7.517 \cdot 10^2$ | $1.578 \cdot 10^{47}$ | 13.22          |
| $1.262 \cdot 10^{11}$ | 1.433         | $6.080 \cdot 10^2$ | 1.511               | $7.544 \cdot 10^2$ | $5.694 \cdot 10^2$ | $8.316 \cdot 10^{46}$  | 22.25          | 1.504                 | $7.894 \cdot 10^2$ | $5.779 \cdot 10^2$ | $8.296 \cdot 10^{46}$ | 19.66          |
| $1.797 \cdot 10^{11}$ | 1.435         | $5.446 \cdot 10^2$ | 1.511               | $6.755 \cdot 10^2$ | $5.105 \cdot 10^2$ | $6.403 \cdot 10^{46}$  | 26.23          | 1.503                 | $7.068 \cdot 10^2$ | $5.180 \cdot 10^2$ | $6.372 \cdot 10^{46}$ | 23.31          |

## NEWTON THEORY OF RAPIDLY ROTATING WHITE DWARFS

V. V. PAPOYAN, D. M. SEDRAKIAN, E. V. CHUBARIAN;

The structure and integral parameters of uniformly rotating equilibrium models of white dwarfs are determined in  $\Omega^4$ -approximation. It is shown that the obtained results slightly differ from those obtained in  $\Omega^2$ -approximation. Consequently for a configuration in a critical state with respect to equatorial instability, the  $\Omega^2$ -approximation may be applied as well as the  $\Omega^4$ -approximation. Comparison of these results with the more exact results obtained by James shows that the proposed method is quite accurate.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S. Chandrasekhar, M. N., 93, 390, 1933.
2. S. Chandrasekhar, N. R. Lebovitz, Ap. J., 136, 1082, 1962.
3. R. A. James, Ap. J., 140, 552, 1964.
4. I. W. Roxburgh, M. N., 128, 157, 237, 1964.
5. I. W. Roxburgh, Z. Astrophys., 62, 1934, 1965.
6. J. J. Monaghan, I. W. Roxburgh, M. N., 131, 13, 1965.
7. S. P. S. Anand, Ap. J., 153, 135, 1968.
8. В. В. Папоян, Д. М. Седракиан, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. обс., 39, 101, 1968; 40, 86, 1969.
9. В. В. Папоян, Д. М. Седракиан, Э. В. Чубарян, ДАН АрмССР, 49, 237, 1969.
10. E. Schatzman, White Dwarfs, North Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1958.
11. E. Schalpeter, Ap. J., 134, 669, 1961.
12. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. обс., 34, 99, 1963.



