

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ФУНКЦИЯ
СВЕТИМОСТИ КВАЗИЗВЕЗДНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ

М. А. АРАКЕЛЯН

Поступила 15 февраля 1970

На основе принципа максимального правдоподобия получены формулы для оценки пространственной плотности объектов какого-либо сорта по расстояниям ближайших из них. Эти формулы применены в отношении квазизвездных радиосточников из каталога 4С и Паркского обозрения в предположении о космологической природе красных смещений. Внутреннее согласие полученных оценок плотности рассматривается как аргумент в пользу правильности сделанного предположения.

Функция оптической светимости квазизвездных радиосточников возможно обнаруживает максимум при $M_v = -23.0$.

Ранее автором [1] был предложен метод построения функции светимости объектов какого-либо сорта, который дает возможность получать довольно надежные результаты при использовании сравнительно небольшого материала. В предположении, что красные смещения квазизвездных радиосточников имеют космологическую природу, этот метод был применен к выборке из 33-х квазизвездных радиосточников каталога 3CR [2]. На основании внутренней сходимости результатов, полученных по оптическим данным, в [2] был сделан вывод о том, что красные смещения квазизвездных радиосточников действительно имеют космологическую природу, а сами эти объекты распределены в сопутствующем пространстве равномерно. Применение аналогичной процедуры при использовании радиосветимостей выявило рост пространственной плотности квазизвездных радиосточников с красным смещением. Позже в [3—5] были приведены свидетельства в пользу того, что в космологической интерпретации красных смещений этот факт может быть истолкован как результат эволюции радиосветимости.

Поскольку вывод о космологической природе квазизвездных радиосточников был сделан на основании статистических соображений, то является целесообразным повторение такой работы на большем материале. В настоящем сообщении приводятся результаты, полученные на основе данных о 64 объектах из каталога 4С и 52 объектах из Паркского обозрения.

1. *Об определении пространственной плотности с помощью ближайших объектов данного сорта.* Приведенная в [1] формула для определения пространственной плотности с помощью расстояния k -того соседа, r_k , была получена посредством приближения, состоящего в замене $(1/x_k^3)$ через $1/x_k^3$. Здесь мы выведем более точную формулу для определения пространственной плотности и точно вычислим дисперсию этой оценки.

Если, как и в [1], через r_k обозначено расстояние k -того в порядке удаленности объекта рассматриваемого типа, а через D —значение истинной пространственной плотности этих объектов, то совместная плотность распределения расстояний n соседей при заданной плотности D будет

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n/D) = e^{-\frac{4}{3}\pi r_n^3 D} \prod_{k=1}^n (4\pi x_k^2 D), \quad (1)$$

где, очевидно,

$$0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n < \infty. \quad (2)$$

Тогда оценка значения плотности по всей совокупности наблюдаемых расстояний, D_n , на основе принципа максимального правдоподобия может быть получена как корень уравнения [6]

$$\frac{\partial \ln f}{\partial D} = 0. \quad (3)$$

Из этого условия получим

$$D_n = \frac{n}{\frac{4}{3}\pi r_n^3}. \quad (4)$$

Таким образом, оценка плотности по принципу максимального правдоподобия по n соседям совпадает с приведенной в [1] оценкой плотности по n -ному соседу. Эта оценка плотности не является несмещенной.

Для того, чтобы в этом убедиться, напомним совместную функцию распределения всех оценок по n ближайшим объектам, рассматривая эти оценки как функции истинной плотности D . Эта функция распределения будет вида

$$g(t_1, t_2, \dots, t_n/D) = e^{-\frac{nD}{t_n}} \prod_{k=1}^n \frac{kD}{t_k^2}, \quad (5)$$

где

$$0 \leq \frac{t_n}{n} \leq \frac{t_{n-1}}{n-1} \leq \dots \leq \frac{t_1}{1} < \infty. \quad (6)$$

Принимая во внимание (6), с помощью (5) получим моменты оценок плотности

$$M(\hat{D}_k) = \frac{k}{k-1} D \quad (7)$$

$$M(\hat{D}_k^2) = \frac{k^2}{(k-1)(k-2)} D^2 \quad (8)$$

$$M(\hat{D}_m \hat{D}_k) = \frac{mk}{(m-1)(k-2)} D^2, \quad (m < k). \quad (9)$$

Как видим, первый момент существует лишь при $k > 1$, а второй при $k > 2$.

Из (7) следует, что для получения несмещенных оценок плотности необходимо умножить смещенную оценку \hat{D}_k на $(k-1)/k$.

Обозначив несмещенные оценки через D_k , будем иметь

$$M(D_k) = D, \quad (10)$$

$$M(D_k^2) = \frac{k-1}{k-2} D^2, \quad (11)$$

$$M(D_m D_k) = \frac{k-1}{k-2} D^2, \quad (m < k). \quad (12)$$

Дисперсия суммы $n-2$ несмещенных оценок плотности, соответствующих $k = 3, 4, \dots, n$, с учетом зависимости между ними будет

$$\sigma^2 \left(\sum_{k=3}^n D_k \right) = \left[2(n-2) - \sum_{k=3}^n \frac{1}{k-2} \right] D^2, \quad (13)$$

а дисперсия среднего значения

$$\sigma^2(\bar{D}) = \left[\frac{2}{n-2} - \frac{1}{(n-2)^2} \sum_{k=3}^n \frac{1}{k-2} \right] D^2, \quad (14)$$

где

$$\bar{D}_k = \frac{1}{n-1} \sum_{k=3}^n D_k. \quad (15)$$

Вычислим, наконец, среднее квадратическое отклонение от \bar{D}_k среднего из отдельных оценок плотности

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-2} M \left| \sum_{k=3}^n (D_k - \bar{D}_k)^2 \right| = \left[\frac{n-1}{(n-2)^2} \sum_{k=3}^n \frac{1}{k-2} - \frac{2}{n-2} \right] D^2. \quad (16)$$

С этой величиной мы и будем сравнивать получаемые средние квадратические отклонения наших оценок плотности от их средних значений.

2. *Функция светимости квазизвездных радиоисточников по данным каталога 4С.* Светимости 76 квазизвездных радиоисточников из каталога 4С на длине волны 2500 А в вт цд^{-1} , вычисленные по методике, использованной ранее М. Шмидтом [7], приведены в [3]. Эти данные, а также объемы в сопутствующей системе координат, соответствующие красному смещению каждого объекта, вычислены для модели Вселенной с нулевым давлением, нулевой космологической постоянной, постоянной Хаббла $100 \text{ км сек}^{-1} \text{ Мпс}^{-1}$ и параметром ускорения $q_0 = +1$.

Функция светимости построена с помощью объектов, для которых плотность потока на 2500 А, $f(2500)$, больше, чем $10^{-30} \text{ вт м}^{-2} \text{ цд}^{-1}$. Эти объекты были распределены по пяти равным интервалам логарифма светимости, $\lg F(2500)$. Внутри каждого интервала объекты были пронумерованы в порядке возрастания красного смещения. Тогда несмещенные оценки пространственной плотности объектов данной светимости могут быть получены с помощью каждого из объектов этой светимости по формуле

$$D_k = \frac{4\pi(k-1)}{\omega V_k}. \quad (17)$$

Здесь k — номер объекта внутри данного интервала светимости, V_k — объем в сопутствующем пространстве, соответствующий красному смещению этого объекта, ω — телесный угол, покрытый данным каталогом. Область, покрытая каталогом 4С без галактического пояса между $b = \pm 10^\circ$ составляет 0.45 небесной сферы.

Результаты вычисления пространственных плотностей квазизвездных радиосточников из различных интервалов светимости приведены в табл. 1. При этом в соответствии с изложенным выше принимались

Таблица 1

23.8 < lg F (2500) < 24.2								
4C	02.32	11.26	-04.1	06.49	-04.4	-00.47	-03.7	13.14
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	0.17	0.26	0.23	0.28	0.33	0.38
$\bar{D}_k = 0.28 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.25$; $\frac{s}{D} = 0.38$.								

23.4 < lg F (2500) < 23.8									
4C	60.24	32.33	17.68	39.48	66.13	09.74	48.46	19.44	15.76
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	0.83	1.10	1.25	1.40	1.63	1.77	1.48
	-03.79	71.15	29.68	12.37	11.69	38.21	14.28	20.24	58.16
	1.54	1.71	1.55	1.66	1.68	1.84	1.85	1.97	1.92
	16.72	10.25	15.2						
	1.15	1.10	1.11						
$\bar{D}_k = 1.47 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.21$; $\frac{s}{D} = 0.30$.									

23.0 < lg F (2500) < 23.4									
4C	13.41	77.9	11.72	32.8	15.1	02.27	39.25	-00.6	30.26
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	2.67	2.98	2.54	1.49	1.61	1.79	1.52
	48.22	20.33	-00.50	14.31	00.34	37.24	23.43	60.18	25.43
	1.63	1.79	1.92	2.08	2.21	2.37	2.45	2.47	2.26
$\bar{D}_k = 2.12 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.20$; $\frac{s}{D} = 0.33$.									

22.6 < lg F (2500) < 23.0									
4C	01.4	21.45	-02.25	21.35	-05.55	49.14	25.45	30.22	-05.35
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	1.75	2.15	1.78	2.16	2.44	2.37	2.63
	13.38	40.28	16.12						
	2.51	2.45	2.54						
$\bar{D}_k = 2.28 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.13$; $\frac{s}{D} = 0.35$.									

22.19 < lg F (2500) < 22.6								
4C	-05.6	56.20	16.26	20.7				
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	1.54	2.16				
$\bar{D}_k = 1.85 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.17$; $\frac{s}{D} = 0.35$.								

во внимание лишь объекты с $k > 2$. Как следует из таблицы, полученные оценки плотности внутри каждого интервала светимости достаточно хорошо совпадают. Для иллюстрации этого в каждом случае приводится относительное среднее квадратическое отклонение

$$\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = \frac{1}{\bar{D}} \sqrt{\frac{\sum_{k=3}^n (D_k - \bar{D}_k)^2}{n-2}} \quad (18)$$

и теоретическое значение этой величины согласно (16), т. е.

$$\frac{s}{D} = \sqrt{\frac{n-1}{(n-2)^2} - \sum_{k=3}^n \frac{1}{k-2} - \frac{2}{n-2}} \quad (19)$$

Как видим, наблюдаемые средние квадратические отклонения не превосходят теоретических значений этой величины. Такое совпадение оценок пространственной плотности квазизвездных радиосточников по расстояниям различных объектов свидетельствует о том, что красные смещения распределены именно так, как это должно быть в случае, когда они определяют расстояния этих объектов. Тот факт, что наблюдаемая дисперсия часто меньше теоретической, по-видимому, связан с тем, что теоретические значения средних отклонений обусловлены в основном слагаемыми с малыми k , а в единственной рассматриваемой реализации и ближайшие объекты расположены на расстояниях, близких к их ожидаемым значениям.

Конечно, возможность того, что красные смещения распределены таким образом, не будучи связаны с расстояниями квазизвездных радиосточников, не может быть исключена. Очевидно, однако, что такое явление крайне маловероятно. Действительно, в случае отказа от космологической интерпретации мы должны полагать, что разбиение объектов по пяти рассмотренным выше группам является произвольным. Тогда становится совершенно неестественным, что в каждом из них наблюдается некоторая, общая для всех групп закономерность. При этом очень существенно то, что та же закономерность в той форме, которую следует ожидать при космологической интерпретации красных смещений, имеет место и тогда, когда рассматриваются объекты с наименьшими z безотносительно к их светимости. Это следует из того, что оценки пространственной плотности, произведенные с помощью формулы (17) по объектам с наименьшими z , также находятся в хорошем внутреннем согласии. Эти оценки по объектам с $\lg f(2500) > 30.0$ и $z < 0.45$ приведены в табл. 2.

Оценка пространственной плотности квазизвездных радиоисточников по объектам с большими z приводит к систематически убывающим значениям. В космологической интерпретации этот факт легко понять как следствие наблюдательной селекции.

Удовлетворительное согласие между суммой пространственных плотностей квазизвездных радиоисточников, которая следует из табл. 1, $(8.0 \pm 1.4) \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$, и их суммарной пространственной плотностью, полученной в табл. 2, также может рассматриваться как аргумент в пользу правильности космологической интерпретации красных смеще-

Таблица 2

4С	02.32	13.41	01.4	21.45	-05.6	77.9	56.20	11.72	32.8
$\bar{D}_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	4.37	6.34	5.95	7.28	8.02	9.35	7.94
	60.24	-02.25	16.26	20.7	21.35	15.1			
	8.67	8.74	8.48	8.64	8.96	8.90			

$$\bar{D}_k = 7.82 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}; \quad \frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.20; \quad \frac{s}{D} = 0.33.$$

ний. Действительно, если красные смещения квазизвездных радиоисточников не имеют космологического происхождения, то нет никаких оснований ожидать, что после случайного разбиения этих объектов по отдельным группам будет получено согласие между суммой значений параметра \bar{D}_k и средним значением, соответствующим объектам с наименьшими z .

С точки зрения приведенной интерпретации совпадения значений пространственной плотности квазизвездных радиоисточников, полученных по различным объектам, крайне существенен характер зависимости числа источников от предельной яркости — зависимости $N(m)$ от m . Характер этой зависимости не связан с интерпретацией красных смещений. С другой стороны, подобная зависимость, построенная по оптическим данным, не выявляет неравномерности в распределении квазизвездных радиоисточников [3]. Примененный же выше метод приводит к выводу о равномерном распределении этих объектов в предположении о космологической природе их красных смещений. Именно это обстоятельство и должно рассматриваться как основной аргумент в пользу космологической природы красных смещений.

Следует отметить, что при использовании радиоданных оба упомянутых метода приводят к выводу о неравномерном распределении квазизвездных радиоисточников. Как отмечалось в [2, 3], это расхождение между результатами, полученными по оптическим и радиоданным, обусловлено эволюцией радиосветимости квазизвездных радиоисточников.

3. Функция светимости квазизвездных радиосточников по данным Паркского обозрения. Табл.3, полученная с помощью квазизвездных радиосточников Паркского обозрения, совершенно анало-

Таблица 3

23.8 < lg F (2500) < 24.2							
PKS	1226+02	0710+11	0859-14	0232-04	1416+06	0119-04	
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	0.26	0.35	0.43	0.40	
	1148-00	0229+13					
	0.46	0.52					
$\bar{D}_k = 0.40 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.20$; $\frac{s}{D} = 0.38$.							
23.4 < lg F (2500) < 23.8							
PKS	1618+17	0349-14	0159-11	2344+09	1354+19	2251+15	1252+11
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	0.79	1.15	1.41	1.26	1.48
	2216-03	0357-07	1040+12	2230+11	0850+14	1055+20	1127-14
	1.63	1.68	1.69	1.86	1.85	2.01	1.97
	2120+16	0802+10	0117+15				
	1.21	1.18	1.22				
$\bar{D}_k = 1.49 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.23$; $\frac{s}{D} = 0.32$.							
23.0 < lg F (2500) < 23.4							
PKS	1004+13	2251+11	1510-08	0003+15	0403-13	0155-10	0932+02
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	2.85	2.60	2.11	2.31	2.44
	0056-00	1317-00	0922+14	0957+00	1622+23	1453-10	1328+254
	2.43	1.91	2.13	2.31	2.45	2.61	2.35
$\bar{D}_k = 2.38 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.11$; $\frac{s}{D} = 0.34$;							
22.6 < lg F (2500) < 23.0							
PKS	2135-14	1545+21	1049-09	1229-02	1222+21	1253-05	1634+26
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	3.13	3.57	3.76	3.01	2.87
	1335-06	0838+13	0518+06				
	3.14	3.02	2.81				
$\bar{D}_k = 3.15 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$; $\frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.10$; $\frac{s}{D} = 0.36$.							
22.2 < lg F (2500) < 22.6							
PKS	0736+01	0903+16	1333+20				
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	1.95				
$\bar{D}_k = 1.95 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$							

гична табл. 1. Соответствующие данные об оптических светимостях вычислены в [4]. При составлении таблицы принято во внимание, что область между склонениями -20° и $+27^\circ$ без галактического пояса между $b = \pm 10^\circ$ составляет 0.33 небесной сферы. Данные о суммарной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников по объектам Паркского обозрения с наименьшими z приведены в табл. 4.

Таблица 4

PKS	1226+02	0736+01	2135-14	1004+13	1545+21	2251+11	1049-09.
$D_k \times 10^9 \text{ Мпс}^3$	—	—	11.2	11.2	11.0	9.1	9.4
	1510-08	1229-02	0903+16	0133+20	1222+21	0003+15	
	9.8	9.5	9.5	9.8	10.3	10.4	

$$\bar{D}_k = 10.2 \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}; \quad \frac{\sigma}{\bar{D}_k} = 0.07; \quad \frac{s}{D} = 0.34.$$

Как видим, и в этом случае суммарная пространственная плотность хорошо согласуется с суммой значений, соответствующих объектам различных светимостей* $-(9.4 \pm 2.9) \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$. Значения пространственной плотности квазизвездных радиоисточников, полученные по Паркскому обозрению, несколько выше значений, полученных по 4С. Это, по-видимому, обусловлено неточной оценкой площади области, подверженной галактическому поглощению. Эта область, очевидно, не ограничивается поясом $|b| < 10^\circ$. При этом влияние этой неточности в случае каталога 4С должно быть больше. Поэтому результаты, полученные по данным Паркского обозрения, по-видимому, являются более точными. Это обстоятельство, очевидно, может влиять лишь на абсолютные значения пространственной плотности, но не влияет на вид функции светимости.

Существенным отличием полученных функций светимости от построенных ранее на меньшем материале [2,7] является возможное наличие максимума пространственной плотности при $\lg F(2500) = 22.8$ ($M_V \approx -23.0$) или, во всяком случае, широкого интервала светимостей с постоянной пространственной плотностью квазизвездных радиоисточников. Построенные ранее функции светимости характеризовались (хотя и не монотонным) возрастанием пространственной плотности объектов с уменьшением их светимости. Наличие максимума функции светимости позволяло бы рассматривать квазизвездные радиоисточники как некоторый отдельный класс объектов, не связанный, в частности, с радиогалактиками. С другой стороны, обнаруженный максимум функции

* При вычислении суммарного квадратического отклонения соответствующее значение для группы с $\lg F(2500) = 22.4$ (табл. 3) принято равным полученной оценке плотности.

светимости свидетельствовал бы о том, что привлечение объектов меньшей оптической яркости не может существенно изменить полученные оценки полной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников.

В связи с этим следует отметить, что оценка полной пространственной плотности квазизвездных радиоисточников независимо от их оптической яркости по 22 объектам с наименьшими красными смещениями из каталога 4C дает $(11.3 \pm 2.4) \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$. Аналогичная оценка по 16 объектам Паркского обозрения дает $(12.5 \pm 1.7) \times 10^{-9} \text{ Мпс}^{-3}$.

Автор благодарен В. Ю. Теребизу за ценное обсуждение.

THE SPACE DISTRIBUTION AND LUMINOSITY FUNCTION OF QUASI-STELLAR RADIO SOURCES

M. A. ARAKELIAN

The formulae for the estimation of the space density of objects of any sort by means of the distances of nearest ones are obtained by the use of principle of maximum likelihood. They are employed to the quasi-stellar radio sources from 4C and Parkes Survey under the supposition that the redshifts are cosmological. Mutual agreement between the results obtained is considered as an argument in favour of cosmological nature of redshifts.

The optical luminosity function of quasi-stellar radio sources seems to have a maximum at $M_V \approx -23.0$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. А. Аракелян, ДАН СССР, 179, 555, 1968.
2. М. А. Arakelian, Nature, 219, 595, 1968.
3. М. А. Аракелян, Астрофизика, 5, 461, 1969.
4. М. А. Аракелян, Астрофизика, 5, 603, 1969.
5. М. А. Arakelian, Nature, 225, 358, 1970.
6. Г. Крамер, Математические методы статистики, М., ИЛ, 1948.
7. М. Schmidt, Ap. J., 151, 393, 1968.