

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УСТОЙЧИВОСТЬ СЛАБОВРАЩАЮЩИХСЯ КОНФИГУРАЦИЙ
С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

Данная работа посвящена вопросу устойчивости звезд с фазовым переходом в центре в случае слабого твердотельного вращения. Найдено критическое значение скачка плотности при фазовом переходе $q = \rho_2/\rho_1$, которое приводит к потере устойчивости звезды в момент образования новой фазы. Это критическое значение при любом уравнении состояния равно $q = 1.5 - \omega^2/4\pi G\rho_1$, ω — угловая скорость вращения, G — постоянная тяготения. Рассмотрен допускающий аналитическое решение пример звезды с фазовым переходом, когда вещество до и после фазового перехода является несжимаемым.

1. В случае слабого вращения, ограничиваясь приближением сферической симметрии, запишем полную энергию звезды в виде

$$\epsilon = \int_0^M \left[E_1(s, \rho) - \frac{Gm}{r} + \frac{\bar{u}^2}{2} \right] dm, \quad (1)$$

$$dm = 4\pi r^2 dr, \quad \overline{u^2}(r) = \frac{2}{3} \omega^2 r^2$$

m — масса внутри сферы радиуса r . \bar{u}^2 — среднее значение квадрата скорости вещества на сфере радиуса r ; E_1, s — энергия и энтропия единицы массы вещества; M — полная масса звезды.

Условие экстремума полной энергии вращающейся звезды при постоянном значении s и момента количества движения k в каждом элементе массы есть условие гидростатического равновесия. С уче-

том этого найдем из (1) приближенное уравнение гидростатического равновесия Клеро:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho Gm}{r^2} + \frac{2}{3}\rho\omega^2 r. \quad (2)$$

Уравнение (2) можно также записать в виде закона сохранения:

$$H + \varphi_1 + \varphi_2 = \Phi = \text{const}, \quad (3)$$

где H — энтальпия единицы массы, φ_1 — гравитационный потенциал, $\varphi_2 = -(1/3)\omega^2 r^2$ — потенциал центробежных сил. Аналогично [1], можно показать, что производные M , R и ε по Φ непрерывны при образовании новой фазы, R — радиус звезды. Точно так же можно вывести соотношения для производных по P_c (центральное давление) в точке образования новой фазы, где $P_c = P_0$:

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_+ = \frac{3 - \alpha - 2q}{q^2 - \alpha q} \left. \frac{dM}{dP_c} \right|_-, \quad (4)$$

$$\alpha = \omega^2/2\pi G\rho_1, \quad (5)$$

и то же самое верно для ε и R . Заметим, что условие слабости вращения означает, что $\alpha \ll 1$. При $q > 1.5$ — $\alpha/2$ зависимость $M(P_c)$ имеет в точке $P_c = P_0$ острый максимум, что приводит к потере устойчивости звезды.

Соотношения (4) были получены в [2] для случая, когда $\omega = \text{const}$ вдоль равновесных состояний. Однако точка потери устойчивости вращающейся конфигурации определяется максимумом на кривой $M(P_c)$, на которой $S = \text{const}$ и $K = \text{const}$, S, K — полная энтропия и полный момент количества движения звезды. Условие $K = \text{const}$ приводит к тому, что угловая скорость вращения меняется от конфигурации к конфигурации. Это показано для случая несжимаемой жидкости в разделе 2.

2. Рассмотрим конфигурацию из ядра с плотностью ρ_2 и оболочки с плотностью ρ_1 , с фазовым переходом между оболочкой и ядром при давлении P_0 . Решение уравнения (2) имеет вид

$$P_0 = P_c - \left(\frac{2\pi G}{3} \rho_2^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_2 \right) r_1^2, \quad (6)$$

$$P_0 - \frac{4\pi G}{3} \left(\rho_1 \rho_2 - \frac{3}{2} \rho_1^2 \right) r_1^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_1 r_1^2 + \\ + \frac{4\pi G}{3} (\rho_1 \rho_2 - \rho_1^2) \frac{r_1^3}{R} - \left(\frac{2\pi G}{3} \rho_1^2 - \frac{1}{3} \omega^2 \rho_1 \right) R^2 = 0, \quad (7)$$

$$M = \frac{4\pi}{3} [(\rho_2 - \rho_1) r_1^3 + \rho_1 R^3], \quad (8)$$

$$K = I_\omega \cdot \omega = \frac{8\pi}{15} \omega [(\rho_2 - \rho_1) r_1^5 + \rho_1 R^5], \quad (9)$$

I_ω — момент инерции конфигурации относительно оси вращения, r_1 — радиус ядра.

Обозначим параметры критической конфигурации, в центре которой начинается фазовый переход, через M_0, R_0, ω_0, K_0 . Из (6)—(9) легко получить производную dM/dP_c в точке $P_c = P_0$ при условии $K = K_0 = \text{const}$:

$$\frac{dM}{dP_c} = \frac{6R_0}{G\rho_2} \frac{1.5 - q - \alpha/2}{(1 + 4\alpha)(q - \alpha)}. \quad (10)$$

Выпишем также соотношения между производными в этой точке:

$$4\pi\rho_1 R_0^2 dR/dP_c = dM/dP_c \quad (11)$$

$$R_0 d\omega/dP_c = -5\omega_0 dR/dP_c \quad (12)$$

$$\frac{d\Phi}{dP_c} = \left(-\frac{2G}{3R} + \frac{8\omega^2 R^2}{M} \right) \frac{dM}{dP_c}. \quad (13)$$

Соотношения (11)—(13) не зависят от значения q , поэтому производные $dM/dR, dM/d\Phi, d\omega/dM$ непрерывны в точке $P_c = P_0$. Однако производные M, R, ω по P_c имеют скачок в этой точке и при $q > 1.5 - \alpha/2$ меняют знак. В частности, при $q > 1.5 - \alpha/2$ производная dM/dP_c отрицательна и, следовательно, звезда теряет устойчивость.

Как известно [1, 3, 4], в случае невращающейся несжимаемой конфигурации потеря устойчивости наступает при $q > 1.5$. Таким образом, для случая твердотельного вращения условие потери устойчивости из-за фазового перехода в центре слабее, чем для невращающейся конфигурации.

Заметим, что угловая скорость в равновесной конфигурации с малым ядром новой фазы, при условии $dM/dP_c < 0$, больше, чем ω_0 , в силу (11), (12).

Выпишем еще производную dM/dP_c в точке $P_c = P_0$ при условии $\omega = \text{const}$

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{\omega = \text{const}} = \frac{6R_0}{G\rho_2} \frac{1.5 - q - \alpha/2}{(1 - \alpha)(q - \alpha)}.$$

При $q > 1.5 - \alpha/2$, $dM/dP_c < 0$, и, сравнивая с (10), имеем неравенство

$$\left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{\omega=\text{const}} < \left. \frac{dM}{dP_c} \right|_{K=\text{const}}$$

В заключение привошу глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу и Г. С. Бисноватому-Когану за интерес к работе и полезные обсуждения.

On the stability of the slowly rotating configuration with a phase transition. The condition is found for the stability loss due to the phase transition in the center of the slowly rotating configuration.

5 января 1970

Шемахинская астрофизическая
обсерватория

З. Ф. СЕИДОВ

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. З. Ф. Сеидов, *Астрофизика*, 3, 189, 1967.
2. W. C. De Marsia, A. J., 59, 116, 1954.
3. З. Ф. Сеидов, *Изв. АН АзербССР*, № 5, 93, 1968.
4. W. H. Ramsey, M. N., 113, 427, 1951.

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03486. Подписано к печати 15/X 1970 г. Тираж 855 экз. Изд. № 3383. Эвл. 287.
Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 10,5+2 вкл., Бум. л. 5,25. Усл. печ. л. 14,7.
Уч. изд. лист. 10,95.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, ул. Барокамутян, 24.