

ГАЛАКТИКА АНДРОМЕДЫ М 31 III. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. РЕЗУЛЬТАТЫ

Я. ЭЙНАСТО, У. РЮММЕЛЬ

Поступила 14 марта 1969

По модели распределения массы с использованием методики, описанной в первых работах данной серии, для оси и плоскости симметрии галактики Андромеды М 31 найдены кинематические функции описания: дисперсии скоростей в радиальном и вертикальном направлении — σ_R , σ_z , скорость центроида V_0 , отношения квадратов дисперсии $k_0 = \sigma_0^2/\sigma_R^2$ и $k_z = \sigma_z^2/\sigma_R^2$ и параметр $\gamma = 1/2 \operatorname{tg} 2\alpha$, где α — угол наклона большой оси эллипсоида скоростей к плоскости галактики. Функции найдены для отдельных составляющих (плоская составляющая, диск, ядро с гало, нуклеус). С учетом толщины галактики заново вычислены и динамические функции описания: круговая скорость V_c и параметры Оорта-Кузмина A_c , B_c , C_c ; максимальное значение круговой скорости получается теперь 328 км/сек на расстоянии 1 кпс от центра.

Полученные результаты в общих чертах соответствуют тому, что можно было ожидать на основании аналогии с нашей Галактикой. Вычисленная по модели дисперсия лучевых скоростей в центре галактики меньше наблюдаемой. По разности вычисленной и наблюдаемой дисперсии можно уточнить модель распределения массы.

Удельный угловой момент сферической составляющей по меньшей мере в 4.5 раза меньше среднего. Это можно объяснить двумя причинами: а) в первоначальной фазе развития галактики процесс звездообразования имел место только во внутренней области галактики, имеющей малый удельный угловой момент, б) сферическая составляющая потеряла свои внешние слои.

1. Введение. В предыдущей работе данной серии [1] был изложен способ построения гидродинамической модели галактики по заданному распределению массы. В этом способе учитывается теория третьего интеграла движения звезд и теория иррегулярных гравитационных сил. Способ пригоден для вычисления кинематических функций описания как на плоскости галактики, так и вне ее.

Целью настоящей работы является определение кинематических функций для галактики Андромеды. У нас нет пока полной уверен-

ности в том, пригодны ли использованные в первой работе серии [2] выражения для плотности составляющих во всем диапазоне расстояний. Поэтому в данной работе мы выведем лишь предварительные значения кинематических функций галактики М 31 и выясним необходимость исправления исходной модели распределения массы.

Для решения поставленной задачи мы будем использовать описанную в работе [1] методику. При этом нет необходимости вычислять кинематические функции во всем объеме пространства, достаточно определить их для плоскости и оси галактики, что сильно упрощает задачу. Дисперсия на плоскости может быть найдена по дифференциальной формуле (2.3.1)*, минуя интегрирования по z и вычисления вертикального ускорения для всего диапазона z . На оси галактики задача также упрощается, так как нет необходимости вычислять скорость вращения составляющей, равную здесь нулю.

2. *Определение вспомогательных функций.* А. Функция γ вычислялась по формуле (2.4.3), причем усредненные значения \bar{z}_0^2 определялись по (2.5.9), с использованием составной плоской модели Кузмина. Параметры этой модели приведены в табл. 1. Они найдены так, чтобы масса составной модели Кузмина равнялась массе нашей модели, а значения потенциала в плоскости $z = 0$ по возможности точнее совпадали. Изолинии \bar{z}_0^2 и γ изображены на рис. 1 сплошными линиями. Прерывистыми линиями нанесены соответствующие изолинии при постоянном z_0 . В этом случае в качестве эффективного z_0 бралось 0.5 клс, что соответствует точке $\bar{z}_0^2(0, z) = z^2$ на оси $R = 0$.

Таблица 1

i	z_{0i} клс	$G \mathfrak{M}_i$ (км/сек) ² кпс	$\Phi_i(0, 0)$ (км/сек) ²
1	0.05	$0.05 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$
2	0.5	17.5	35
3	2	20	10
4	8	72	9
5	30	-23	-0.8

Дальнейшие вычисления мы сделаем в двух вариантах: для постоянного z_0 , приняв $z_0 = 0.5$ клс и $\bar{z}_0^2 = \bar{z}_0^2(R, z)$ согласно результатам, полученным по составной модели Кузмина.

* Первая цифра указывает на номер предыдущей статьи данной серии.

На больших расстояниях от центра функция $\bar{z}_0^2(R, z)$ становится отрицательной. Это вызвано тем, что на периферии галактики плотность убывает быстрее, чем в модели Кузмина.

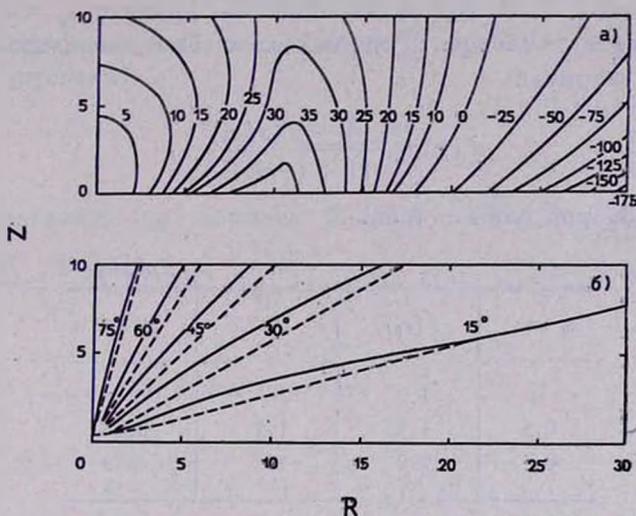


Рис. 1а. Изолинии \bar{z}_0^2 . б. Изолинии α при $\bar{z}_0^2 = \bar{z}_0^2(R, z)$ (сплошные линии) и при $z_0 = 0.5$ клс (прерывистые линии).

Из формулы (2.4.3) следует, что

$$n_R = R \left(\frac{\partial \gamma}{\partial z} \right)_{z=0} = \frac{R^2}{R^2 + z_0^2} \quad (2.1)$$

С другой стороны, для модели Кузмина

$$G_R \{ \rho \} = -4 \frac{R^2}{R^2 + z_0^2} \quad (2.2)$$

Сравнивая (2.1) и (2.2) с (2.2.16), видим, что последняя формула, которая в общем случае приближенная, является для плоской модели Кузмина точной. Если $G_R \{ \rho \} < -4$ (на периферии галактики это всегда имеет место), то $n_R > 1$ и $z_0^2 < 0$.

Б. Функции k_0 и k_z были вычислены в нескольких вариантах.

В плоскости галактики для плоской и промежуточной составляющих было принято $V_0 \sim V_c$, а для сферической составляющей V_0 вычислялась по формуле (1.3.3). Функции k_0 и k_z были найдены в пер-

вом случае по (2.2.3) и (2.2.17), во втором случае — по (2.2.3) в предположении, что $k_s = k_0$.

На оси галактики $k_0 = 1$, а k_s вычислялось по (2.5.3), причем функция $f(x)$ принималась в трех вариантах. Параметры этой функции даны в табл. 2. В одном варианте мы приняли $z_0 = 0$, в остальных вариантах $z_0 = 0.5$ кпс. При малых x была использована интерполяционная формула

$$f(x) = \frac{1 + a(x/x_0)^n}{[1 + (x/x_0)^n]^2}, \quad (2.3)$$

параметры которой даны в табл. 2.

Таблица 2

z_0 кпс	$f(z_0)$	n	x_0 кпс
0	1.0	—	—
0.5	1.5	1.5	3.66
0.5	2.0	1	4.38

3. *Выражение для дисперсии скоростей на периферии модели.* Определение дисперсии скоростей на периферии модели непосредственным численным интегрированием второго гидродинамического уравнения неудобно. Характер зависимости дисперсии скоростей от расстояния может быть установлен более простым образом.

На периферии модели вертикальное притяжение меняется вдоль оси галактики приближенно по закону

$$K_z = \frac{GM}{z^2}, \quad (3.1)$$

где G — гравитационная постоянная и M — полная масса галактики. Рассмотрим несколько законов плотности

$$\begin{aligned} 1) \quad & \rho(z) = \rho_0 z^{-m}, \\ 2) \quad & \rho(z) = \rho_0 e^{-(z/z_0)^n}, \\ 3) \quad & \rho(z) = \begin{cases} \rho_0'(z_1 - z)^m, & z \leq z_1, \\ 0, & z > z_1. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Дисперсия скоростей в джинсовском приближении вычисляется по формуле

$$(\sigma_z^2)_0 = \rho^{-1} \int_z^{\infty} K_z \rho dz. \quad (3.3)$$

После интегрирования имеем в первом варианте (индекс нуль при дисперсии опускаем)

$$\sigma_z^2 = \frac{G \mathfrak{M}}{1+m} \frac{1}{z}, \quad (3.4)$$

во втором варианте (см. формулы (3.351.4) и (8.215) в [4])

$$\sigma_z^2 = \frac{NG \mathfrak{M}}{z} \left(\frac{z_0}{z}\right)^{\nu} \left[1 - (1+N) \left(\frac{z_0}{z}\right)^{\nu} + (1+N)(2+N) \left(\frac{z_0}{z}\right)^{2\nu} - \dots \right], \quad (3.5)$$

причем $N = \nu^{-1}$, и в третьем варианте

$$\sigma_z^2 = \frac{G \mathfrak{M}}{z_1} \left[\frac{1}{1+m} \frac{z_1 - z}{z_1} + \frac{2}{2+m} \left(\frac{z_1 - z}{z_1}\right)^2 + \dots \right]. \quad (3.6)$$

Найденные формулы показывают, что характер изменения дисперсии скоростей существенно зависит от закона плотности, а при данном законе плотности — от его структурных параметров.

4. Дисперсия скоростей на оси галактики определялась по формуле (2.1.5). На оси системы $G_R \{\rho\} = G_R \{1 - k_z\} = 0$ и $G_R \{\gamma\} = 1$; следовательно, коэффициент q формулы (2.1.5) на оси выражается так:

$$q^* = \left(\frac{q}{R}\right)_{R=0} = \frac{2z}{z_0^2 - z^2} \left(\frac{1}{k_z} - 1\right). \quad (4.1)$$

Уравнение (2.1.5) решается последовательными приближениями. Нулевое (джинсовское) приближение получаем, приняв $q^* = 0$. (3.3). Следующие приближения вычисляются по формуле

$$(\sigma_z^2)_j = (\sigma_z^2)_0 + \rho^{-1} \int_z^{\infty} q^* \rho (\sigma_z^2)_{j-1} dz. \quad (4.2)$$

Процесс последовательных приближений сходится весьма медленно. Для ускорения сходимости целесообразно применить следующий способ. Вычисления показали, что $\Delta_j = (\sigma_z^2)_j - (\sigma_z^2)_{j-1}$ является с достаточной точностью линейной функцией $(\sigma_z^2)_j$. Это позволяет найти

исправленное значение дисперсии $(\sigma_z^2)_k$ как место, где разность Δ_j равна нулю. Следовательно, для $(\sigma_z^2)_k$ имеем

$$(\sigma_z^2)_k = (\sigma_z^2)_j + \frac{\Delta_j^2}{\Delta_{j-1} - \Delta_j}. \quad (4.3)$$

Проверка показала, что для всех составляющих галактики уже при $j=2$ можно получить хорошую оценку дисперсии (относительная ошибка не превышает 0.1%).

Дисперсия определялась для трех составляющих галактики (плоская составляющая на оси $R=0$ отсутствует). Была найдена также средняя дисперсия

$$\overline{\sigma_z^2} = \frac{\sum \rho_i (\sigma_z^2)_i}{\sum \rho_i} \quad (4.4)$$

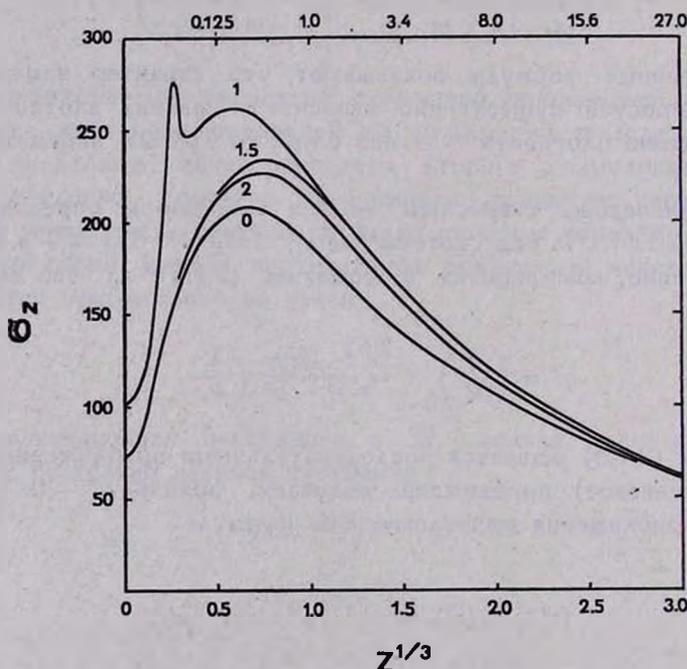


Рис. 2. Вертикальная дисперсия скоростей составляющих М31 на оси галактики: 1 — ядро, 2 — ядро и гало, 3 — диск, Σ — галактика в целом.

Результаты приводятся в приложении в табл. 3 и на рис. 2. Чтобы лучше проследить за изменением дисперсии при малых z , вместо z в качестве

аргумента выбрано $z^{1/3}$. При больших z ($z > 25$ клс) дисперсия экстраполировалась по формуле (3.5).

На рис. 3 изображена зависимость средней дисперсии $\overline{\sigma_z^2}$ от выбора функции $f(x)$. Видно, что варианты $f(z_0) = 2$ и $f(z_0) = 1.5$ мало отличаются друг от друга, вариант же $f(z_0) = 1$ резко отличается от остальных. В качестве основного мы приняли вариант $f(z_0) = 2$.

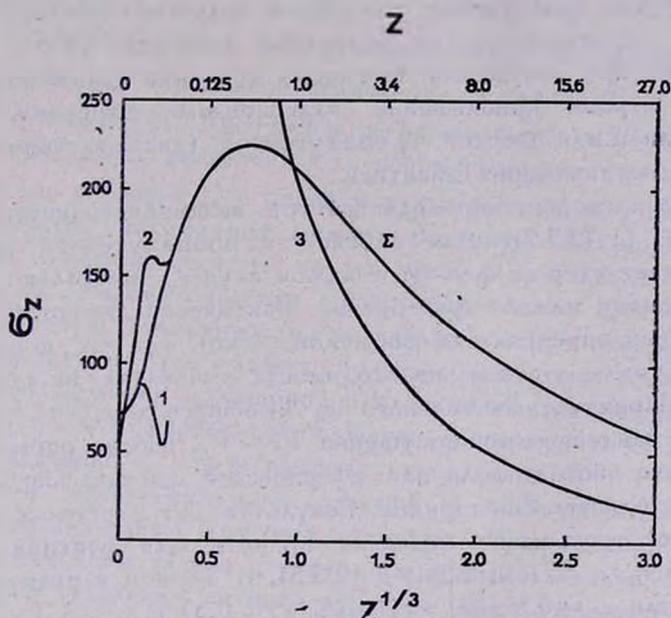


Рис. 3. Вертикальная средняя дисперсия скоростей на оси галактики: 0—длинновское приближение, 1, 1.5, 2 — значения $f(z_0)$.

5. *Дисперсия скоростей и скорость центроида в плоскости симметрии галактики.* Дисперсия скоростей в плоскости галактики была вычислена из второго гидродинамического уравнения в дифференциальном виде (2.3.1), а скорость центроида — из первого гидродинамического уравнения (2.1.4). Вспомогательные функции k_0 , k_s , n_R были найдены по (2.1), (2.2.3), (2.2.17) и (2.5.9). Отметим, что градиент плотности экспоненциальной модели выражается формулой (см. [5])

$$G_R \{ \rho \} = - \nu k^{-\nu} \left(\frac{R}{a_0} \right)^\nu, \quad (5.1)$$

где k , ν , и a_0 — соответственно нормирующий, структурный и масштабный параметр модели. Функции, определяющие форму и располо-

жение эллипсоида скоростей, вычислялись, как было указано в разделе 2, в двух вариантах, в предположении, что $z_0 = 0.5$ кпс и $z_0^2 = \bar{z}_0^2(R, z)$.

Дисперсию скоростей нужно искать последовательными приближениями, так как коэффициент Q формулы (2.3.2) зависит от градиента $G_R \{\sigma_z^2\}$. В нулевом приближении этот градиент был принят равным нулю, в следующих приближениях вычислен согласно результатам предыдущего приближения; отношение полуосей изоповерхностей дисперсии ϵ_z определялось из сравнения дисперсий на оси и плоскости галактики, при допущении (согласно [6]), что эти поверхности являются в первом приближении эллипсоидами вращения. Вычисления проводились для плоской, промежуточной (диск) и сферической (ядро с гало) составляющих галактики.

Ход дисперсии определяется при заданном гравитационном поле функцией Q (2.3.2). Для плоской и промежуточной составляющих преобладает второй член Q , в первом случае — настолько, что остальными членами можно пренебречь. Фактически дисперсия плоской составляющей определяется формулой (2.3.6). Так как первый и третий член в Q малы, то нет необходимости вычислять их с большой точностью. Принятие постоянного z_0 и общего для этих составляющих k_θ и k_z , найденных при допущении $V_\theta \sim V_z$, вполне оправдывает себя.

Иначе обстоит дело для сферической составляющей. Все члены Q имеют одинаковый порядок. Результат для дисперсии существенно зависит от того, какие значения принять для функций k_θ , k_z , γ и параметров ϵ_r , ϵ_z (см. 2.3.4) и (2.3.5). В первом варианте вычислений мы приняли $z_0 = 0.5$ кпс, $V_\theta \sim V_z$, $\epsilon_r = 0.57$ и $\epsilon_z > 1$ (ϵ_z вычислялась на основании сравнения дисперсий на оси и в плоскости). Результаты оказались неудовлетворительными. Как в вертикальном, так и в радиальном направлениях дисперсия получилась слишком большой.

Правильность вертикальной дисперсии можно проверить по формуле (2.3.11). В этой формуле фигурирует средняя дисперсия скоростей [см. (4.4)] в джизсовском приближении. Дисперсии скоростей звезд плоской и промежуточной составляющих установлены достаточно надежно, так что несовпадение результатов можно отнести в основном за счет неточности дисперсии сферической составляющей.

Радиальная дисперсия скоростей входит в первое гидродинамическое уравнение (2.1.4). По результатам первого варианта получается при $R > 4$ кпс — $\rho \sigma_R^2 > V_c^2$, что физически невозможно в стационарных системах.

Более реальные значения гидродинамических функций для сферической составляющей могут быть выведены следующим образом.

Скорость вращения сферической составляющей может быть задана некоторой интерполяционной формулой, например вида (1.3.3). Параметры этой формулы можно подобрать так, чтобы получить максимум V_0 в области максимальных значений круговой скорости V_c , а на расстоянии $R = 10$ клс от центра иметь V_0 , сходное с тем, что наблюдается в нашей Галактике в окрестности Солнца. Мы остановились на следующих значениях параметров: $n = 0.5$; $R_0 = 0.2$ клс, $V_0 = 5260$ км/сек/кпс.

Кинематические функции k_z и l_R вычислялись по (2.2.3) и (2.1). Параметр \bar{x}_0^2 считался переменной величиной (см. раздел 2), а функция k_z — равной функции k_0 . Дисперсия вычислялась по (2.1.4). Затем по σ_R и k_z вычислялась дисперсия σ_z и вспомогательная функция Q .

Полученные значения Q в среднем в два раза больше найденных в первом варианте. Расхождение можно объяснить следующим образом. Реальная галактика состоит не из трех, а из большего количества подсистем. Рассматриваемая нами сферическая составляющая представляет целую совокупность подсистем старых звезд. Вблизи плоскости галактики преобладают более сплюснутые подсистемы, вследствие чего изолинии суммарной плотности составляющей имеют около плоскости $z = 0$ несколько большую кривизну, т. е. меньшее эффективное значение ϵ_p , что и вызывает увеличение Q .

Результаты вычислений даны в табл. 4 и 5 и на рис. 4—6. В табл. 4 приведена также круговая скорость V_c и параметры A_c , B_c , C_c . Они вычислены заново с учетом толщины галактики, которая при определении указанных величин в работе [2] не была учтена.

6. *Кинетическая энергия и угловой момент составляющих.* Допустим, следуя [9—11], что как дисперсия скоростей, так и скорость вращения не зависят от z . В таком предположении кинетическая энергия и угловой момент могут быть вычислены по формулам

$$E(R) = \frac{1}{2} P_R(R) (\sigma_R^2 + \sigma_0^2 + \sigma_z^2 + V_0^2), \quad (6.1)$$

$$H(R) = R P_R(R) V_0(R), \quad (6.2)$$

где

$$P_R(R) = 2\pi R P(R) \quad (6.3)$$

— масса цилиндрического слоя единичной толщины и $P(R)$ — спроектированная на плоскость галактики плотность.

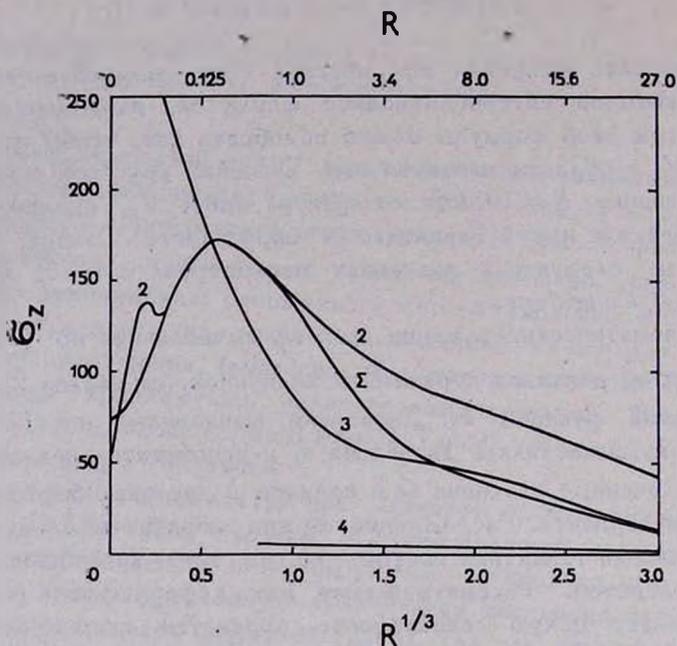


Рис. 4. Вертикальная дисперсия скоростей составляющих М 31 на плоскости галактики: 2—ядро и гале, 3—диск, 4—плоская составляющая, Σ —галактика в целом.

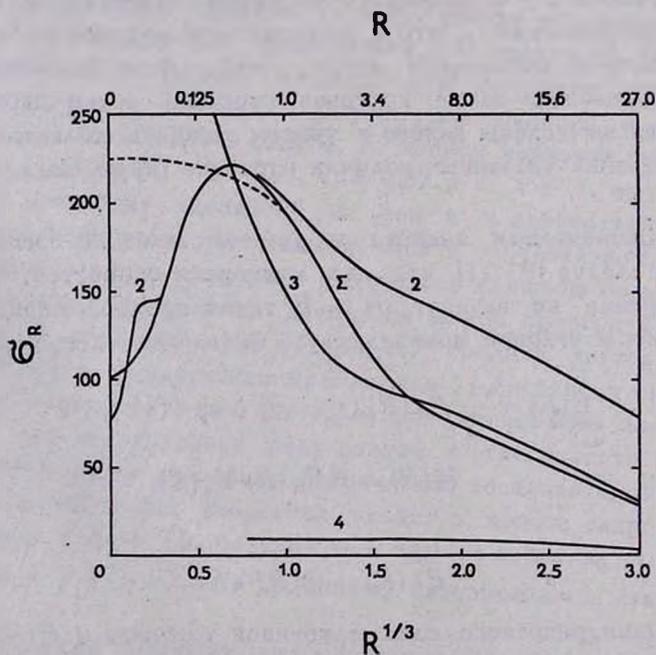


Рис. 5. Радиальная дисперсия скоростей составляющих галактики М 31. Обозначения составляющих те же, что и на рис. 4. Прерывистая линия—предполагаемая средняя дисперсия при малых R .

На рис. 7 и 8 изображено распределение удельной кинетической энергии $E/\Sigma R$ и удельного углового момента $H/\Sigma R$ для трех основных составляющих галактики М 31. В качестве аргумента использована величина

$$t = \frac{R/R_0}{1 + R/R_0}, \quad (6.4)$$

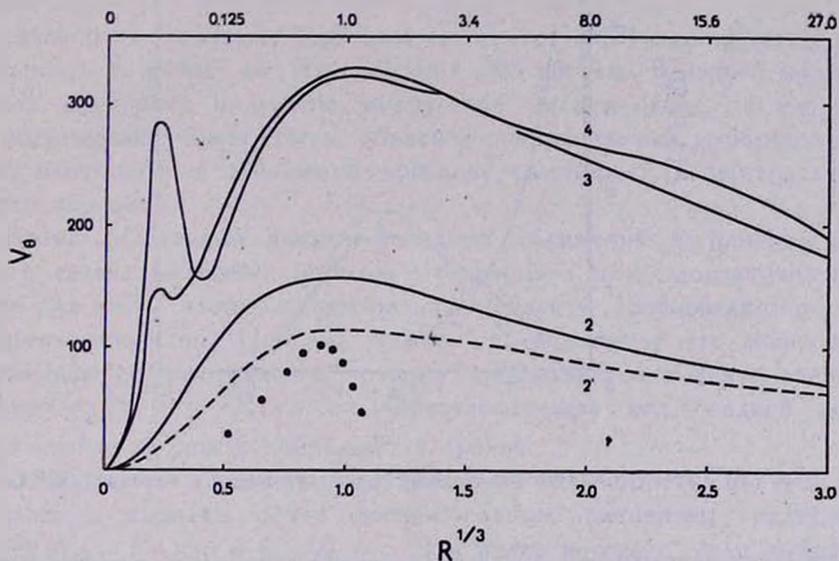


Рис. 6. Скорость центрада составляющих. Усредненная по лучу зрения скорость вращения второй составляющей изображена пунктиром, точки—наблюдения

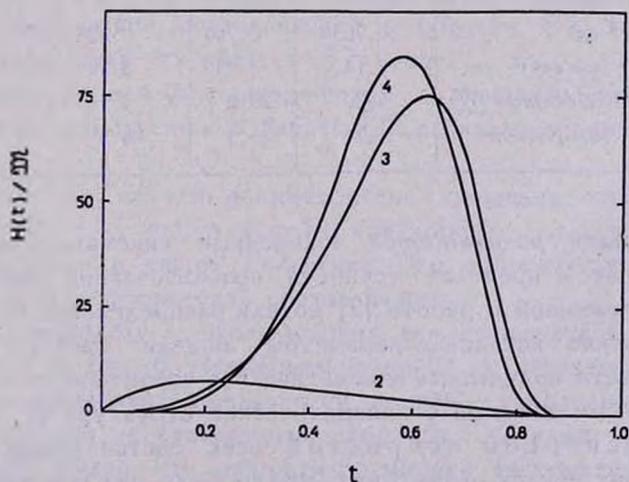


Рис. 7. Удельный угловой момент составляющих в единицах 10^2 (км/сек)кпс.

причем взято $R_0 = 10$ клс. Кривые дают кинетическую энергию и угловой момент на единичный интервал аргумента t . Интегрированные по t полные кинетические энергии и угловые моменты даны в табл. 6.

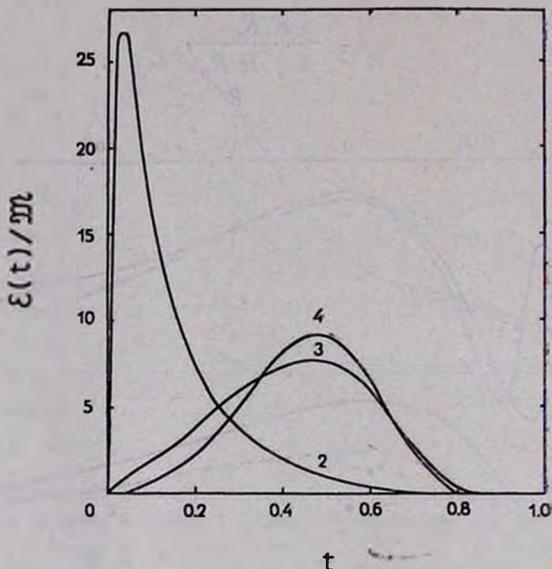


Рис. 8. Удельная кинетическая энергия составляющих в единицах $10^4(\text{км/сек})^2$

Таблица 6

Величина	Единица	Ядро	Диск	Плоская составляющая	Галактика в целом
M	$10^9 M_{\odot}$	85.5	111.5	4.3	201.3
E	10^{59} эрг	0.705	0.760	0.028	1.493
E/M	$10^4 (\text{км/сек})^2$	4.14	3.43	3.29	3.73
H	$10^{13} (\text{км/сек})\text{кпс } M_{\odot}$	3.20	28.2	1.14	32.5
H/M	$10^2 (\text{км/сек})\text{кпс}$	3.74	25.3	26.5	16.2

7. Анализ результатов. Найденные кинематические функции соответствуют в пределах точности использованной методике обработки предложенной в работе [2] модели распределения массы. Чтобы выяснить, какие исходные параметры модели требуют уточнения, нужно сравнить полученные кинематические характеристики с прямыми или косвенными данными о кинематической структуре М 31.

А. Дисперсии скоростей всех составляющих соответствуют в общих чертах тому, что можно было ожидать по аналогии с

кинематической структурой нашей Галактики. Исключением является лишь центральная область галактики М 31, где дисперсия неожиданно имеет глубокий минимум, а также внешняя область системы, где уменьшение дисперсии с увеличением расстояния от центра гораздо медленнее ожидаемого.

Чрезмерно медленное уменьшение дисперсии на периферии объясняется тем, что исходная модель имеет бесконечный внешний радиус. Этот недостаток может быть устранен отрезанием внешней части модели.

Дисперсия лучевых скоростей в центре М 31 определяется из наблюдений и равна по [7] $\sigma_R(0, 0) = 225$ км/сек. В нашей модели средняя дисперсия в центре получается только около 100 км/сек. Это расхождение может быть объяснено неправильным выбором градиента плотности и отношения массы к светимости в центральной области модели.

Время релаксации звездно-звездных сближений в центральной области галактики имеет порядок 10^9 лет. Это время достаточно короткое для того, чтобы в центральной области образовалось почти изотермическое ядро. Поэтому можно предположить, что дисперсия при уменьшении расстояния монотонно приближается к центральному значению $\sigma_R(0, 0) = 225$ км/сек. Предполагаемый ход средней дисперсии указан на рис. 5 прерывистой кривой.

Отметим, что волны на ходе дисперсии (и скорости центроида) при малых z вызваны почти скачкообразным изменением градиента функций K_R и K_z при $a = 0.02$ кпс. Эти волны исчезают, если выбрать функции K_R и K_z более гладкими.

Б. Скорость центроида может быть получена из наблюдений для сферической составляющей в области $R < 3$ кпс, а для плоской составляющей — в области $R > 4$ кпс.

Сравнение модели с радиоданными о вращении М 31 (плоская составляющая), выполненное в работе [2], показало хорошее согласие между ними.

Найденное по модели асимметричное смещение скорости центроида $\Delta V = V_c - V_0$ около $R = 10$ кпс хорошо согласуется с аналогичными данными в нашей Галактике. Это относится как к промежуточной, так и к сферической составляющим.

Сравнение модели с наблюдениями для сферической составляющей проведено на рис. 6. Непрерывной линией дан принятый в модели ход скорости вращения, прерывистой линией — усредненная по лучу зрения радиальная составляющая скорости, точками — оптические наблюдения [8]. Видно, что скорости по модели систематически боль-

ше наблюдаемых значений. Это расхождение было бы нетрудно устранить изменением соответствующего масштабного параметра V_0 закона скорости. В таком случае, однако, в области $R = 10$ кпс смещение центроида ΔV получается неправдоподобно большим (около 190 км/сек). На 40% уменьшается и без того малый удельный угловой момент сферической составляющей (см. раздел 6). Поэтому вопрос о выборе параметров закона вращения сферической составляющей нельзя считать окончательно решенным.

Весьма странно ведет себя скорость вращения промежуточной составляющей при $R \leq 0.05$ кпс, где $V_0 > V_c$. Станным представляется также сильное увеличение дисперсии скоростей этой составляющей в центральной области галактики. Динамически это можно объяснить тем, что большинство звезд составляющей находится около ядра галактики лишь временно, будучи вблизи перигалактик своих орбит. Такое объяснение, хотя динамически возможное, маловероятно с космогонической точки зрения. Видимо, здесь мы опять встречаемся с недостатком модели — при другом выборе параметра γ закона плотности можно было бы избежать такого результата.

В. Кинетическая энергия и угловой момент получились в общих чертах такими, какие можно было ожидать по имеющимся кинематическим данным.

Следует обратить внимание на то, что удельный угловой момент сферической составляющей в 4.5 раза меньше среднего удельного углового момента галактики в целом.

Как известно, угловой момент в течение эволюции галактики внутренними силами не меняется, а внешние силы вряд ли могли так сильно повлиять на кинематику системы. Можно допустить, что при конденсации звезд из газа передается {и соответствующий момент. Большая разница в моменте объясняется, по-видимому, тем, что образование звезд началось в первой фазе развития галактики лишь в центральной части ее, где момент был меньше среднего. Другое возможное объяснение — потеря внешних областей сферической составляющей вследствие возмущений со стороны других галактик.

Авторы выражают благодарность Г. Г. Кузмину за критический просмотр рукописи статьи.

Дополнение при корректуре.

После сдачи работы в печать авторы стремились устранить отмеченные там недостатки модели М 31. Путем изменения плотности сферической составляющей и диска в центральных областях модели удалось исключить минимум в ходе дисперсии скоростей [12].

Сомнения относительно возможности наличия минимума дисперсии скоростей в центре М 31 были высказаны нами на основе оценки времени релаксации нуклеуса 10^9 лет. Новая оценка массы нуклеуса $M = 6 \cdot 10^8 M_{\odot}$, полученная по теореме о вириале [13], дает, однако, время релаксации нуклеуса порядка 10^{11} лет, что превышает возраст всей галактики. Но недавно получено непосредственное наблюдательное подтверждение отсутствия минимума в ходе дисперсии скоростей. По данным ван ден Берга [14] средняя дисперсия скоростей шаровых скоплений в М 31 получается 122 км/сек (всего наблюдалось 44 объекта), тогда как дисперсия скоростей звезд в нуклеусе равна 225 км/сек [7]. Отсюда можно заключить, что дисперсия скоростей объектов старого населения монотонно убывает с увеличением расстояния от центра.

Наличие массивного нуклеуса в галактике М 31 хорошо согласуется с концепцией В. А. Амбарцумяна [15] о существенной роли ядер галактик в их динамике и эволюции.

Астрофизическая обсерватория
им. В. Струве

THE ANDROMEDA GALAXY M 31 III. A HYDRODYNAMICAL MODEL. RESULTS

J. EINASTO, U. RÜMML

On the basis of the mass-distribution-model, described in the first paper of the series, and by using the method, given in the second paper, a hydrodynamical model of the Andromeda galaxy, M 31, is constructed.

For the plane, and the axis of the symmetry of the galaxy the following kinematical functions are found: the velocity dispersions, σ_R , σ_z , the centroid velocity, V_0 , the ratios of dispersions, $k_0 = \sigma_0^2/\sigma_R^2$, and $k_c = \sigma_z^2/\sigma_R^2$, and the inclination angle α of the major axis of the velocity ellipsoid to the plane of symmetry of the galaxy. The functions are calculated for the four principal components of the galaxy, the flat component, the disc, the bulge with the halo, and the nucleus. The dynamical functions: the circular velocity, V_c , and the Oort-Kuzmin parameters A_c , B_c , C_c , are calculated once again using the real thickness of the galaxy (in the first paper these functions were found for the

plane disc model). The maximum of the circular velocity is now 328 km/s at $R=1$ kpc. The distribution of kinetic energy, E , and angular momentum, H , of components are also derived.

The results obtained correspond in general to those anticipated from an analogy with our Galaxy. In the centre of the galaxy the calculated dispersion is smaller than the observed dispersion. From the difference a new improved mass-distribution-model can be derived.

The angular momentum per unit mass for the bulge (the spheroidal component) is at least 4.5 times smaller than its mean value for the galaxy as a whole. This difference can be explained on the assumption, that during the first stage of the evolution of the galaxy, stars were born in the inner regions only, where the angular momentum was smaller. Another explanation lies in the supposition that the galaxy has lost its outer halo members.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Эйнасто, *Астрофизика* 6, 149, 1970.
2. Я. Эйнасто, *Астрофизика*, 5, 137, 1969.
3. Г. Г. Кузмин, *Астрон. ж.*, 33, 27, 1956.
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматгиз, М., 1962.
5. Я. Эйнасто, *Публ. Тартуской астр. обс.*, 36, 414, 1968.
6. К. А. Innanen, D. R. Fox, *Z. Astrophys.*, 66, 308, 1967.
7. R. Minkowski, *Problems of Extra-galactic Research*. IAU Symp. No. 15, 112, Ed. G. C. Mc Vittie, MacMillan Co, New York, 1962.
8. H. Babcock, *Lick obs. Bull.*, 498, 1939.
9. L. Mestel, *M. N.*, 126, 553, 1963.
10. D. J. Crampin, *F. Hoyle. Ap. J.*, 140, 99, 1964.
11. K. A. Innanen, *Ap. J.*, 143, 150, 1966.
12. J. Einasto, U. Rüttel, *The rotation curve, mass, light, and velocity distribution of M 31*, IAU Symposium No. 38 "The Spiral Structure of Our Galaxy", Reidel Publ. Dordrecht (in Press).
13. J. Einasto, *Structural and kinematical properties of populations of the Andromeda galaxy*, IAU Symposium No. 44 "External Galaxies and Quasi Stellar Sources" (in Press).
14. S. van den Bergh, *Ap. J., Suppl. ser.*, No. 171, 1970. (in Press).
15. В. А. Амбарцумян, *Проблемы эволюции Вселенной*, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1968.

x кмс	1/k _н			(σ _к ²) _к 10 ⁴ (км/сек) ²			σ _к ² 10 ⁴ (км/сек) ²			
	1	1.5	2	1	2	3	0	1	1.5	2
0.000	1.000	1.500	2.000	0.50	0.58	20.2	0.50	1.00	0.50	0.50
0.004	0.731	1.500	1.981	0.73	2.61	19.2	0.91	2.15	0.91	0.91
0.008	0.538	1.499	1.962	0.50	2.53	17.9	1.10	3.99	1.10	1.10
0.012	0.465	1.498	1.943	0.34	2.44	17.1	1.72	6.60	1.74	1.75
0.016	0.454	1.496	1.926	0.28	2.46	16.6	2.21	7.27	2.26	2.27
0.02	0.483	1.494	1.907	0.45	2.54	16.3	2.43	7.56	2.49	2.50
0.04	0.634	1.482	1.821		3.05	15.3	2.92	6.03	3.04	3.06
0.06	0.674	1.467	1.746		3.48	14.6	3.30	6.15	3.49	3.51
0.08	0.681	1.449	1.676		3.83	14.0	3.57	6.37	3.83	3.86
0.10	0.679	1.430	1.615		4.09	13.6	3.77	6.56	4.11	4.12
0.14	0.656	1.388	1.504		4.463	12.58	4.038	6.777	4.515	4.512
0.18	0.636	1.343	1.414		4.695	11.73	4.194	6.867	4.809	4.776
0.22	0.623	1.297	1.335		4.878	10.98	4.270	6.864	5.009	4.942
0.26	0.614	1.250	1.266		4.990	10.30	4.312	6.829	5.168	5.061
0.30	0.606	1.204	1.208		5.070	9.70	4.328	6.777	5.283	5.139
0.4	0.584	1.096	1.089		5.121	8.40	4.278	6.546	5.443	5.198
0.5	0.566	1.000	1.000		5.053	7.34	4.152	6.259	5.474	5.124
0.6	0.550	0.916	0.930		4.943	6.46	4.010	5.979	5.414	5.000
0.7	0.536	0.844	0.875		4.867	5.74	3.891	5.732	5.333	4.905
0.8	0.523	0.783	0.830		4.719	5.13	3.734	5.459	5.188	4.740
1.0	0.504	0.686	0.760		4.468	4.180	3.436	4.965	4.862	4.400
1.2	0.487	0.615	0.712		4.225	3.589	3.277	4.679	4.634	4.190
1.4	0.474	0.563	0.676		3.990	3.076	3.087	4.356	4.360	3.936
1.6	0.463	0.524	0.648		3.764	2.661	2.910	4.069	4.097	3.708
1.8	0.459	0.495	0.628		3.559	2.324	2.748	3.816	3.852	3.494
2.0	0.447	0.473	0.612		3.366	2.060	2.607	3.599	3.637	3.305
2.5	0.435	0.441	0.587		2.962	1.572	2.320	3.156	3.188	2.916
3.0	0.430	0.428	0.574		2.648	1.235	2.102	2.821	2.843	2.619
4.0	0.435	0.426	0.569		2.176	0.850	1.766	2.312	2.326	2.154
5.0	0.438	0.433	0.578		1.843	0.620	1.535	1.988	1.977	1.840
6	0.441	0.440	0.586		1.599	0.478	1.352	1.710	1.714	1.598
7	0.445	0.444	0.592		1.415	0.384	1.210	1.511	1.512	1.414
8	0.445	0.446	0.594		1.267	0.317	1.097	1.347	1.350	1.264
9	0.442	0.447	0.596		1.148	0.267	1.004	1.213	1.216	1.143
10	0.436	0.444	0.592		1.043	0.227	0.920	1.021	1.026	1.036
11	0.426	0.436	0.582		0.951	0.191	0.848	0.985	0.992	0.940
12	0.415	0.429	0.572		0.880	0.164	0.786	0.882	0.895	0.858
13	0.403	0.417	0.556		0.815	0.142	0.734	0.800	0.808	0.784
14	0.390	0.408	0.544		0.760	0.124	0.694	0.728	0.734	0.722
15	0.376	0.396	0.528		0.708	0.109	0.650	0.655	0.656	0.654

Таблица 4

R кпс	V _c км/сек	A _c -B _c C _c			n _R		k _x	k _y	
		км/сек/кпс			2	3	3	2	3
0.000	0	0	55700	64500	0.000	0.000	0.500	1.000	1.000
0.004	116	7800	21200	32500	0.000	0.000	0.425	0.907	0.731
0.01	145	7290	7200	15870	0.001	0.000	0.332	0.863	0.497
0.02	137	3550	3320	7910	0.006	0.002	0.326	0.820	0.483
0.04	149	1370	2370	4632	0.022	0.006	0.388	0.768	0.634
0.06	170	922	1906	3591	0.047	0.014	0.403	0.735	0.674
0.1	204	658	1379	2621	0.111	0.038	0.404	0.689	0.677
0.2	255	476	801	1666	0.267	0.138	0.385	0.625	0.627
0.3	284	371	572	1212	0.360	0.265	0.377	0.587	0.606
0.4	300	312	438	932	0.410	0.390	0.369	0.561	0.584
0.5	311	270	352	790	0.438	0.500	0.361	0.541	0.566
0.6	318	238	292	671	0.456	0.590	0.355	0.524	0.550
0.8	325	193	213	515	0.474	0.719	0.344	0.500	0.525
1.0	328	163	165	418	0.483	0.800	0.335	0.482	0.504
1.5	323	114	102	283	0.492	0.900	0.321	0.451	0.472
2.0	315	86	71	218	0.495	0.941	0.311	0.430	0.452
2.5	306	68	55	180	0.496	0.962	0.308	0.415	0.444
3	299	56	44	156	0.498	0.973	0.304	0.404	0.437
4	287	40	31	127	0.500	0.985	0.304	0.387	0.437
5	278	31	25	109	0.510	0.990	0.309	0.375	0.447
6	272	25.0	20.4	96.1	0.529	0.993	0.310	0.366	0.449
7	268	21.0	17.3	85.7	0.561	0.995	0.311	0.358	0.451
8	264	18.1	14.8	76.8	0.610	0.996	0.310	0.352	0.450
9	261	16.1	12.9	69.1	0.658	0.997	0.308	0.347	0.446
10	257	14.5	11.3	62.2	0.704	0.998	0.305	0.343	0.438
11	254	13.2	9.9	56.1	0.747	0.998	0.300	0.339	0.428
12	251	12.2	8.7	50.7	0.787	0.998	0.294	0.336	0.417
13	247	11.3	7.7	45.9	0.828	0.998	0.288	0.333	0.404
14	243	10.6	6.8	41.5	0.863	0.999	0.281	0.330	0.390
15	240	10.0	6.0	37.8	0.900	0.999	0.273	0.328	0.375
16	235	9.41	5.30	34.1	0.931	0.999	0.265	0.325	0.361
17	231	8.89	4.71	31.0	0.963	0.999	0.257	0.323	0.346
18	227	8.43	4.18	28.2	0.994	0.999	0.249	0.322	0.332
19	223	7.99	3.74	25.6	1.023	0.999	0.242	0.320	0.319
20	218	7.59	3.34	23.4	1.050	0.999	0.234	0.318	0.306
22	210	6.84	2.71	19.4	1.105	1.000	0.221	0.315	0.284
24	202	6.20	2.22	16.2	1.159	1.000	0.209	0.313	0.264
26	194	5.51	1.96	13.5	1.205	1.000	0.200	0.310	0.250
28	187	5.09	1.58	11.6	1.252	1.000	0.192	0.308	0.237
30	180	4.64	1.37	9.8	1.289	1.000	0.186	0.307	0.228

Таблица 5

R кмс	σ_R^2 (км/сек) ²				σ_z^2 (км/сек) ²				ϵ_p	V_0 км/сек		
	2	3	4	Σ	2	3	4	Σ		2	3	
	$\cdot 10^4$	$\cdot 10^4$		$\cdot 10^4$	$\cdot 10^4$	$\cdot 10^4$		$\cdot 10^4$				
0.000	0.58	40.4		1.00	0.58	20.2		0.50	0.840	0	0	
0.004	1.99	23.2		1.10	1.80	9.8		1.08	0.820	13	197	
0.01	2.08	19.3		1.43	1.80	6.4		1.32	0.811	29	280	
0.02	1.99	16.2		1.95	1.63	5.3		1.60	0.800	46	246	
0.04	2.61	13.0		2.62	2.00	5.0		2.00	0.712	69	165	
0.06	3.20	11.22		3.21	2.35	4.52		2.35	0.695	85	153	
0.1	3.95	9.02		3.96	2.72	3.64		2.72	0.674	106	177	
0.2	4.67	6.48		4.68	2.92	2.50		2.92	0.641	132	238	
0.3	4.85	5.17		4.85	2.85	1.95		2.84	0.620	143	276	
0.4	4.90	4.16		4.88	2.75	1.53		2.73	0.600	150	294	
0.5	4.81	3.75	69	4.78	2.60	1.356	25	2.56	0.575	153	305	
0.6	4.67	3.26	71	4.61	2.45	1.158	25	2.40	0.570	155	313	
0.8	4.36	2.58	74	4.23	2.18	0.888	26	2.09	0.547	156	320	
1.0	4.11	2.14	75	3.88	1.98	0.718	25	1.84	0.527	155	321	
1.5	3.50	1.51	71	2.99	1.58	0.485	23	1.31	0.486	151	316	
2.0	3.121	1.218	68	2.317	1.343	0.379	21	0.951	0.451	146	309	
2.5	2.826	1.048	66	1.796	1.174	0.322	20	0.698	0.420	141	306	
3	2.607	0.956	66	1.430	1.053	0.291	20	0.529	0.391	136	302	
4	2.309	0.840	66	1.004	0.894	0.255	20	0.346	0.343	128	287	
5	2.125	0.783	64	0.786	0.797	0.236	20	0.262	0.309	122	276	
6	1.974	0.708	62	0.660	0.772	0.219	19	0.214	0.285	116	267	
7	1.876	0.654	60	0.578	0.673	0.203	19	0.185	0.269	111	258	
8	1.795	0.601	56	0.515	0.632	0.186	18	0.163	0.259	105	251	
9	1.676	0.551	52	0.461	0.582	0.170	16	0.145	0.249	103	245	
10	1.573	0.502	48	0.416	0.540	0.153	15	0.128	0.243	100	240	
11	1.476	0.457	44.4	0.377	0.501	0.1370	13.3	0.114	0.239	97	235	
12	1.388	0.414	40.8	0.342	0.466	0.1218	12.0	0.102	0.236	94	231	
13	1.308	0.377	37.2	0.310	0.435	0.1085	10.7	0.090	0.235	92	226	
14	1.225	0.340	33.8	0.282	0.404	0.0954	9.5	0.080	0.234	90	222	
15	1.148	0.310	30.8	0.256	0.376	0.0847	8.4	0.071	0.235	88	217	
16	1.084	0.277	27.8	0.233	0.353	0.0735	7.4	0.0626	0.238	86	213	
17	1.021	0.251	25.2	0.215	0.330	0.0645	6.5	0.0552	0.240	84	209	
18	0.962	0.226	22.8	0.193	0.309	0.0564	5.7	0.0488	0.243	82	205	
19	0.906	0.204	20.6	0.175	0.290	0.0492	5.0	0.0430	0.247	80	202	
20	0.854	0.183	18.6	0.158	0.272	0.0429	4.4	0.0379	0.251	79	197	
22	0.764	0.146	15.0	0.130	0.241	0.0324	3.3	0.0295	0.264	76	191	
24	0.684	0.119	12.1	0.107	0.214	0.0248	2.5	0.0229	0.274	74	184	
26	0.614	0.090	9.5	0.083	0.191	0.0187	1.9	0.0177	0.290	72	178	
28	0.553	0.076	7.8	0.070	0.171	0.0146	1.5	0.0141	0.302	70	173	
30	0.499	0.061	6.2	0.058	0.153	0.0113	1.2	0.0113	0.316	68	166	