

другу модели. Более того, указанные асимптотические поведения слабо зависят от индекса n политропы. Изображенная на рис. 2 функция относится к значению $n = 1.5$; соответствующие функции для $n = 0$ и $n = 3$ расположены снизу и сверху от нее, но настолько близко, что чертить их в данном масштабе не имело бы смысла.

Важно заметить, что область расстояний, в которой заметно существенное отклонение внутренних решений от соответствующих в общей теории относительности, порядка гравитационного радиуса $R_g = 2M$ конфигурации.

Автор выражает благодарность Г. С. Саакяну за обсуждения.

Polytropic models by the relativistic generalized theory of gravity. The polytropic models ($n = 0, 1.5, 3$) by the relativistic generalized theory of gravity are investigated. The central value of the parameter of relativity P_0/ρ_0 for gravitars is shown to be limited. This fact is due to the generalized theory.

1 октября 1968

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

М. А. МНАЦАКАНЯН

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. А. Мнацаканян, Р. М. Авакян, *Астрофизика*, 4, 646, 1968.
2. Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян, *Астрофизика*, 4, 567, 1968.
3. Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян, *Астрофизика*, 5, 569, 1969.

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ ИОРДАНА-ДИКЕ И НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Известно, что наряду с уравнениями гравитационного поля Эйнштейна развивается релятивистская тензорно-скалярная теория Иордана-Дике [1-3], которая не противоречит имеющимся наблюдательным данным. В этой теории помимо метрического тензора вводится переменный скаляр, фигурирующий в виде гравитационной постоянной в уравнениях поля Эйнштейна. Сама идея переменности „гравитационной постоянной“ гармонирует с рядом, главным образом, геофизических данных [2, 4, 5].

В данном сообщении приводятся некоторые космологические следствия уравнений Иордана-Дике.

1. Автором было получено точное однородное и изотропное решение при ультрарелятивистском уравнении состояния ($P = \rho c^2/3$):

$$G = C_3 \left[\left| 2 \sqrt{-\frac{2\zeta-3}{3} \left(C_1 \theta - \frac{2\zeta-3}{3} \theta^2 - 4k \right)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{3} (2\zeta-3) \theta + C_1 \right| \right]^{\pm \sqrt{-\frac{3}{2\zeta-3}}}, \quad R = C_4 \sqrt{\frac{G}{|\theta|}}$$

$$\eta + C_2 = \begin{cases} \pm \frac{1}{2} \arcsin \frac{C_1 - 8^{1/\theta}}{\sqrt{C_1^2 - \frac{16}{3} (2\zeta-3)}} & \text{при } k = +1 \\ \mp \frac{2 \sqrt{C_1 \theta - \frac{2\zeta-3}{3} \theta^2}}{C_1 \theta} & \text{при } k = 0 \\ \mp \frac{1}{2} \ln \left| \frac{8 + C_1 \theta + 2 \sqrt{4 \left(C_1 \theta - \frac{2\zeta-3}{3} \theta^2 + 4 \right)}}{\theta} \right| & \text{при } k = -1 \end{cases}$$

при $\zeta < 3/2$,

где ζ — безразмерная постоянная теории, оцениваемая Г. С. Саакяном и М. А. Мнацаканяном [1] неравенством $\zeta \leq -30$; η — временная координата, связанная с собственным временем соотношением $d\tau = (R/c)d\eta$; $k = 0, \pm 1$ — показатель знака кривизны трехмерного пространства, G — гравитационный скаляр, R — радиус кривизны трехмерного пространства, θ — параметр, изменяющийся в пределах

$$\left[-\infty, \frac{3}{2(3-2\zeta)} \left(C_1 - \sqrt{C_1^2 - \frac{16(2\zeta-3)}{3} k} \right) \right],$$

C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные интегрирования.

Это решение имеет особенность при $\tau = 0$. В окрестности этой точки решение записывается приближенно так (случай $\zeta = -36$)

$$G \cong \text{const}_1 \tau^{-17}, \quad R \cong \text{const}_2 \tau^{27}, \quad \rho \cong \text{const}_3 \tau^{-87}. \quad (2)$$

В случае же уравнений поля Эйнштейна в окрестности особой точки получается:

$$G = \text{const}_1, \quad R \cong \text{const}_2 \tau^{1/2}, \quad \rho \cong \frac{3c^2}{32\pi G} \tau^{-2}. \quad (3)$$

2. Произведен качественный анализ однородной изотропной задачи при нулевом давлении и разработан способ выделения частного решения, отвечающего наблюдениям. При нулевом давлении задача имеет 7 типов решений: два плоских, три закрытых с положительной кривизной и два открытых с отрицательной кривизной. Все решения имеют особенность во времени.

Плоское решение найдено аналитически в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} G &= C_1 u^{\alpha_1} |u - u^*|^{\beta_1}, \\ R &= C_3 u^{\alpha_2} |u - u^*|^{\beta_2}, \\ \tau &= C_4 \frac{12 - u}{u - u^*} + C_2, \\ \rho &= \frac{3 - 2\zeta}{12c^3} \frac{C_2^3}{C_3^2 C_1} \frac{1}{R^3}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ и u^* — постоянные, выражаемые через ζ , параметр u может изменяться либо в пределах $[0, u^*]$, либо в пределах $[u^*, \infty]$. В случае интервала изменения $u - [u^*, \infty]$ радиус кривизны монотонно возрастает, начиная с момента сингулярности. Гравитационный скаляр в момент сингулярности имеет бесконечно большое значение. Затем он монотонно убывает, асимптотически приближаясь к нулю.

Все неплоские решения асимптотически приближаются к плоскому (в смысле зависимости G, R, ρ от времени) при τ , стремящемся к нулю. В случае положительной кривизны изменение R ограничено сверху, в случае отрицательной — R неограниченно увеличивается.

Из уравнений поля получены формулы, позволяющие выделять частное решение по имеющимся 4 наблюдательным величинам: современному значению G_0 („гравитационная постоянная“), ρ — средней плотности материи, H_0 — постоянной Хаббла, q_0 — параметра замедления. Из этих формул получается ограничение, налагаемое на параметр замедления

$$q_0 > \frac{\zeta - 3}{2\zeta - 3} \frac{8\pi G_0}{3H_0^2} \rho_0 + \frac{1}{4\zeta}. \quad (5)$$

При $H_0 = 75 \text{ км/сек/Мпс}$, $\rho_0 = 10^{-31} \text{ г/см}^3$, $G_0 = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ CGS}$ получаем $q_0 \gtrsim -0.02$. При приведенных выше H_0 и ρ_0 и при q_0 в пределах

от 0 до 1 (такая оценка q_0 соответствует современным представлениям [6—8]) однородная изотропная задача в рамках теории Иордана-Дике приводит к открытой модели мира с отрицательной кривизной. Решение имеет особенность $R = 0$ в прошлом, причем радиус кривизны монотонно возрастает. Гравитационный скаляр бесконечен в момент особенности. Далее он монотонно уменьшается, асимптотически приближаясь к некоторой постоянной, отличной от нуля. Современное G близко к этому предельному значению. В настоящее время относительное изменение G порядка 10^{-11} в год.

Численно были найдены решения для ряда значений q_0 в интервале $0 + 1$ и при вышеприведенных значениях H_0 и ρ_0 . На рис. 1 приведен результат численного интегрирования для случая $q_0 = -0.2$.

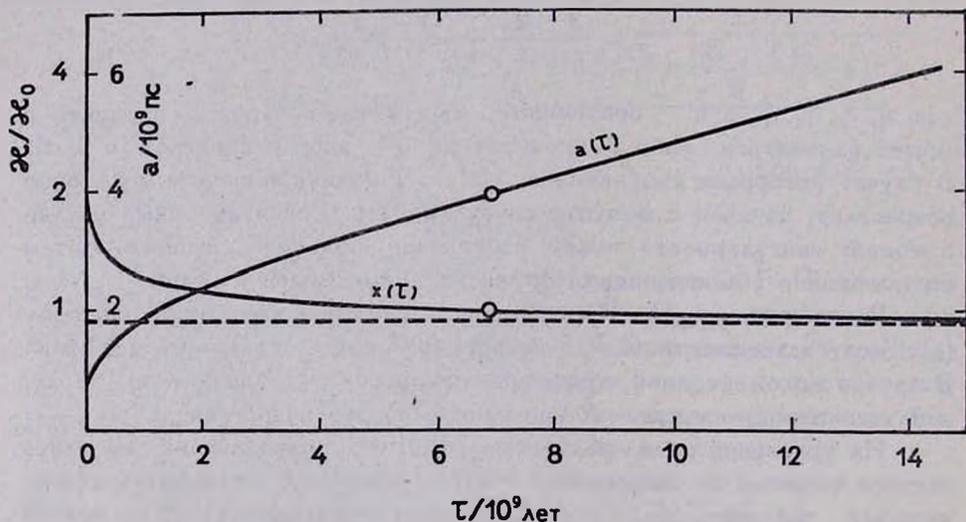


Рис. 1. Зависимость радиуса кривизны и гравитационного скаляра от времени в случае $q_0 = -0.2$. Кружками отмечен настоящий момент.

Время, прошедшее с момента сингулярности до настоящего момента, в пределах возможных значений q_0 от 0 до 1, изменяется соответственно от 8.6 до 5.0 млрд. лет, что хорошо согласуется с оценкой Эволюционного возраста старейших звезд при условии переменности G [2]. Как известно, в случае уравнений поля Эйнштейна в этом отношении имеются трудности (см., например, [6]). На рис. 2 приведены графики космологических временных шкал для случаев уравнений поля Эйнштейна и Иордана-Дике.

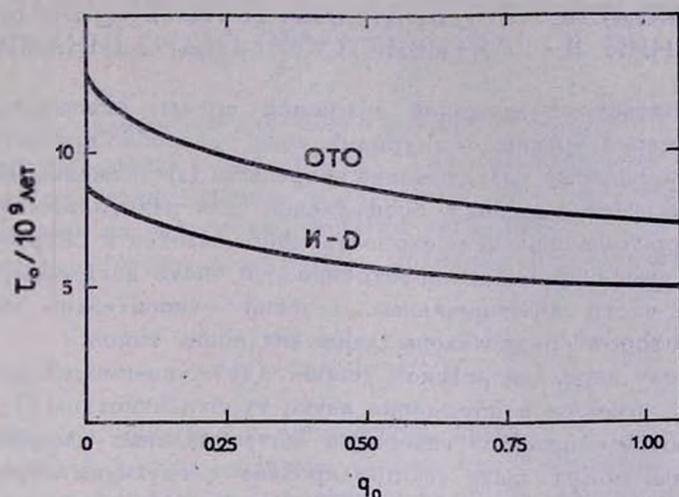


Рис. 2. Время расширения как функция параметра замедления в случае уравнений Иордана-Дике (нижняя кривая) и уравнений Эйнштейна.

Автор выражает благодарность доктору физ.-мат. наук А. Ф. Богородскому и член-корр. АН АрмССР Г. С. Саакяну за внимание, проявленное к работе.

The cosmological solutions of the Jordan-Dicke field equations and the observed data. The results of the cosmological researches of the Jordan-Dicke field equations are given.

25 января 1968

Исправлена 1 июля 1969

Астрономическая обсерватория

КГУ

А. В. МАНДЖОС

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян, *Астрофизика*, 4, 567, 1968.
2. Р. Дикк, сб. „Гравитация и относительность“, М., 1965, стр. 251.
3. С. Вринг, Р. Н. Дикк, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
4. Р. Н. Дикк, *Science*, 138, 653, 1962.
5. А. Ф. Богородский, *Вестн. КГУ, сер. астрономии*, 11, 46, 1969.
6. А. Р. Сандейдж, сб. „Наблюдательные основы космологии“, М., 1965, стр. 46.
7. А. Р. Сандейдж, *Ap. J.*, 134, 3, 1961.
8. Н. Спитнард, *Publ. A. S. P.*, 78, 367, 1966.