АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 5 МАЙ, 1969 ВЫПУСК 2

О НЕКОТОРЫХ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛАХ В ТЕОРИИ НЕИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

А. К. КОЛЕСОВ, В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 1 июля 1968

Рассматривается проблема неизотропного рассеяния света в полубесконечной среде для случая, когда альбедо частицы λ близко к 1. Получена асимптотическая формула для функции $H(\eta)$, содержащая нулевой и первый члены ее разложения по степеням $\sqrt{1-\lambda}$. Аналогичные формулы для других функций, характеризующих поле излучения, были найдены ранее [3, 4]. Результаты вычислений, сделанных по асимптотическим и по точным формулам, сравниваются друг с другом при трехчленной индикатрисе рассеяния.

При исследовании переноса излучения в различных поглощающих и рассеивающих средах (туманностях, планетных атмосферах, водных бассейнах и т. д.) весьма часто встречается случай, когда коэффициент истинного поглощения гораздо меньше коэффициента рассеяния. В этом случае могут быть получены простые асимптотические формулы для разных величин, характеризующих поле излучения. При помощи таких формул эти величины выражаются через аналогичные величины в случае чистого рассеяния.

В настоящей статье рассматривается задача о диффузии излучения в полубесконечной среде, освещенной параллельными лучами, при неизотропном рассеянии. Косинус угла падения внешнего излучения обозначим через ζ, а косинус угла отражения (или пропускания) — через η. Нас будут интересовать следующие величины, характеризующие поле излучения, рассеянного средой: функции $\varphi_i(\eta)$, введенные В. А. Амбарцумяном [1], функция $H(\eta)$, введенная С. Чандрасекаром [2], коэффициент отражения $\rho(\eta, \zeta)$ (усредненный по азимуту), альбедо среды $A(\zeta)$ и коэффициент пропускания $\sigma(\eta)$.

Обозначим через λ отношение коэффициента рассеяния к сумме коэффициентов рассеяния и истинного поглощения (иными словами,

„альбедо частицы"). Все перечисленные величины могут быть разложены в ряды по степеням $\sqrt{1-\lambda}$. Если значение λ достаточно близко к 1, то в этих рядах можно ограничиться лишь двумя первыми членами (нулевым и первым). Найденные таким путем асимптотические формулы будут обладать погрешностью порядка $1-\lambda$.

Асимптотические формулы для величин $\varphi_i(\eta)$, $\rho(\eta, \zeta)$, $A(\zeta)$ и $\sigma(\eta)$ были получены недавно В. В. Соболевым [3]. Некоторые из этих формул найдены также ван де Хюлстом [4] (к сожалению, его книга пока нам недоступна).

В этой статье сначала выводится асимптотическая формула для функции $H(\eta)$. Как и другие упомянутые асимптотики, она справедлива при произвольной индикатрисе рассеяния.

Затем в статье приводятся результаты вычислений всех перечисленных величин по асимптотическим формулам для случая трехчленной индикатрисы рассеяния. Для сравнения даются также точные значения этих величин, вычисленные при той же индикатрисе по формулам, полученным в работе В. В. Соболева [5]. Результаты вычислений по точным формулам частично взяты из нашей предыдущей статьи [6], а частично приводятся впервые. Это сравнение ясно показывает, какой точностью обладают асимптотические формулы при разных λ.

Функция $H(\eta)$. В теории неизотропного рассеяния света важную роль играет функция $H(\eta)$, определенная уравнением

$$H(\eta) = 1 + \eta H(\eta) \int_0^1 \frac{\Psi(\eta')}{\eta + \eta'} H(\eta')\, d\eta', \tag{1}$$

где функция $\Psi(\eta)$ зависит от λ и индикатрисы рассеяния $x(\gamma)$.

Если индикатриса рассеяния разложена в ряд по полиномам Лежандра, то есть

$$x(\gamma) = \sum_0^n x_i P_i(\cos\gamma), \tag{2}$$

то

$$\Psi(\eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_0^n x_i R_i(\eta) P_i(\eta), \tag{3}$$

где функции $R_i(\eta)$ определяются рекуррентным соотношением

$$i R_i(\eta) + (i-1) R_{i-2}(\eta) = (2i - 1 - \lambda x_{i-1})\, \eta R_{i-1}(\eta) \tag{4}$$

при

$$R_0(\eta)=1, \quad R_1(\eta)=(1-\lambda)\,\eta. \tag{5}$$

Мы примем, что $1-\lambda \ll 1$ и будем искать функцию $H(\eta)$ в виде

$$H(\eta)=H_0(\eta)-H_1(\eta)\sqrt{1-\lambda}, \tag{6}$$

где $H_0(\eta)$ — функция $H(\eta)$ в случае чистого рассеяния, считающаяся известной, и $H_1(\eta)$ — функция, подлежащая определению.

Подставляя (6) в (1) и пренебрегая членами порядка $1-\lambda$, получаем:

$$H_1(\eta)=\eta H_1(\eta)\int_0^1 \frac{\Psi_0(\eta')}{\eta+\eta'}H_0(\eta')\,d\eta'+\eta H_0(\eta)\int_0^1 \frac{\Psi_0(\eta')}{\eta+\eta'}H_1(\eta')\,d\eta', \tag{7}$$

где $\Psi_0(\eta)$ — функция $\Psi(\eta)$ при $\lambda=1$.

Легко видеть, что уравнению (7) удовлетворяет функция

$$H_1(\eta)=C\eta H_0(\eta), \tag{8}$$

где C — произвольная постоянная. Здесь мы воспользовались соотношением

$$\int_0^1 \Psi_0(\eta)H_0(\eta)\,d\eta=1, \tag{9}$$

вытекающим из (1), так как в случае чистого рассеяния

$$2\int_0^1 \Psi_0(\eta)\,d\eta=1. \tag{10}$$

Постоянная C может быть найдена из формулы

$$\int_0^1 \Psi(\eta)H(\eta)\,d\eta=1-\left[1-2\int_0^1 \Psi(\eta)\,d\eta\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{11}$$

также вытекающей из (1). Подставляя в (11) выражение (6), в котором функция $H_1(\eta)$ дается формулой (8), а также выражение для функции $\Psi(\eta)$ в виде

$$\Psi(\eta)=\Psi_0(\eta)-(1-\lambda)\Psi_1(\eta), \tag{12}$$

получаем

$$C\int_0^1 \Psi_0(\eta) H_0(\eta)\,\eta\,d\eta = \left[2\int_0^1 \Psi_1(\eta)\,d\eta\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{13}$$

Так как известно (см. [2]), что

$$\int_0^1 \Psi_0(\eta) H_0(\eta)\,\eta\,d\eta = \left[2\int_0^1 \Psi_0(\eta)\,\eta^2\,d\eta\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{14}$$

то вместо (13) имеем

$$C = \left[\frac{\int_0^1 \Psi_1(\eta)\,d\eta}{\int_0^1 \Psi_0(\eta)\,\eta^2 d\eta}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{15}$$

Для упрощения выражения (15) воспользуемся двумя формулами, вытекающими при $\lambda = 1$ из соотношений, найденных Кущером [7]:

$$2\int_0^1 \Psi_1(\eta)\,d\eta = \left(1 - \frac{x_1}{3}\right)\left(1 - \frac{x_2}{5}\right)\cdots, \tag{16}$$

$$2\int_0^1 \Psi_0(\eta)\,\eta^2\,d\eta = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{x_2}{5}\right)\left(1 - \frac{x_3}{7}\right)\cdots \tag{17}$$

Подстановка (16) и (17) в (15) дает

$$C = \sqrt{3 - x_1}\,. \tag{18}$$

Таким образом, для функции $H(\eta)$ мы получаем следующую асимптотическую формулу

$$H(\eta) = H_0(\eta)(1 - k\eta), \tag{19}$$

где

$$k = \sqrt{(1-\lambda)(3 - x_1)}. \tag{20}$$

Формула (19) справедлива при любой индикатрисе рассеяния. Входящий в эту формулу параметр x_1 представляет собой первый коэффициент в разложении индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра, то есть

$$x_1 = \frac{3}{2}\int_0^\pi x(\gamma)\cos\gamma\,\sin\gamma\,d\gamma. \tag{21}$$

При изотропном рассеянии из (19) вытекает формула, найденная ранее ван де Хюлстом [8], а при индикатрисе рассеяния $x(\gamma) = 1 + x_1 \cos\gamma$ — формула, полученная В. В. Ивановым и В. В. Леоновым [9].

В качестве примера мы применили формулу (19) к случаю трехчленной индикатрисы рассеяния

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos\gamma + x_2 P_2(\cos\gamma). \tag{22}$$

Значения функции $H_0(\eta)$ при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$ были взяты из нашей статьи [6]. Результаты вычислений функции $H(\eta)$ по формуле (19) при значениях величины $1 - \lambda$, равных 10^{-4}, 10^{-3} и 10^{-2}, приведены в табл. 1.

Таблица 1

ФУНКЦИЯ $H(\eta)$

$1-\lambda$	10^{-4}		10^{-3}		10^{-2}	
η	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	1.0000	1.0000	1.000	1.000	1.00	1.00
0.1	1.2815	1.2815	1.227	1.278	1.26	1.27
0.2	1.5084	1.5084	1.499	1.499	1.47	1.47
0.3	1.7216	1.7217	1.706	1.706	1.65	1.66
0.4	1.9278	1.9278	1.904	1.904	1.83	1.83
0.5	2.1296	2.1295	2.097	2.097	2.00	1.99
0.6	2.3282	2.3282	2.286	2.285	2.16	2.15
0.7	2.5245	2.5244	2.471	2.470	2.31	2.30
0.8	2.7190	2.7188	2.654	2.652	2.46	2.44
0.9	2.9119	2.9116	2.834	2.830	2.61	2.57
1.0	3.1035	3.1030	3.012	3.007	2.75	2.70

В той же таблице для сравнения даны точные значения функции $H(\eta)$, найденные путем численного решения уравнения (1) при индикатрисе рассеяния (22).

Из таблицы видно, что при значениях λ, достаточно близких к 1, определение функции $H(\eta)$ по асимптотической формуле (19) может дать вполне удовлетворительные результаты.

Функции $\varphi_i(\eta)$. Наряду с функцией $H(\eta)$, в теории неизотропного рассеяния излучения также широко используются функции $\varphi_i(\eta)$. Согласно В. А. Амбарцумяну [1], они определяются системой нелинейных интегральных уравнений

$$\varphi_i(\eta) = P_i(\eta) + \frac{\lambda}{2}\eta \sum_{j=0}^{n} x_j (-1)^{i+j} \varphi_j(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi_j(\zeta)}{\eta + \zeta} P_j(\zeta)\, d\zeta. \tag{23}$$

Недавно [3] для функций $\varphi_i(\eta)$ были получены следующие асимптотические формулы

$$\varphi_i(\eta) = \varphi_i^0(\eta) - \frac{6k}{3 - x_1} \alpha_{i1}^0 u_0(\eta)\eta, \quad (i \neq 1) \tag{24}$$

$$\varphi_1(\eta) = \frac{4k}{3 - x_1} u_0(\eta)\eta, \tag{25}$$

Таблица 2

ФУНКЦИЯ $\varphi_0(\eta)$

$1-\lambda$	10^{-4}		10^{-3}		10^{-2}	
η	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	1.0000	1.0000	1.000	1.000	1.00	1.00
0.1	1.2674	1.2674	1.262	1.262	1.24	1.24
0.2	1.4751	1.4752	1.462	1.462	1.42	1.42
0.3	1.6646	1.6646	1.643	1.643	1.58	1.57
0.4	1.8426	1.8426	1.811	1.810	1.72	1.71
0.5	2.0118	2.0116	1.968	1.966	1.84	1.82
0.6	2.1735	2.1732	2.116	2.113	1.95	1.92
0.7	2.3285	2.3281	2.257	2.252	2.05	2.01
0.8	2.4774	2.4768	2.390	2.383	2.15	2.09
0.9	2.6205	2.6196	2.515	2.507	2.23	2.15
1.0	2.7579	2.7568	2.634	2.623	2.30	2.20

где k определяется формулой (20), $\varphi_i^0(\eta)$ — функция $\varphi_i(\eta)$ в случае чистого рассеяния (то есть при $k = 0$), α_{i1}^0 — первый момент этой функции, то есть

$$\alpha_{i1}^0 = \int_0^1 \varphi_i^0(\eta)\,\eta\, d\eta, \tag{26}$$

а $u_0(\eta)$ — коэффициент пропускания света полубесконечной средой при $\lambda = 1$, нормированный согласно условию

$$2\int_0^1 u_0(\eta)\,\eta\, d\eta = 1. \tag{27}$$

Функция $u_0(\eta)$ может быть найдена по формуле

$$u_0(\eta) = \frac{1}{2\eta}\left[\frac{1}{2}\varphi_0^0(\eta) + \varphi_2^0(\eta)\right]. \tag{28}$$

Применим приведенные формулы к случаю индикатрисы рассеяния (22). В данном случае, согласно [5], имеем:

$$\varphi_0^0(\eta) = H_0(\eta)\left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1}\eta\right), \tag{29}$$

Таблица 3

ФУНКЦИЯ $\varphi_1(\eta)$

$1-\lambda$	10^{-4}		10^{-3}		10^{-2}	
η	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.00	0.00
0.1	0.0015	0.0015	0.005	0.005	0.01	0.01
0.2	0.0034	0.0035	0.011	0.011	0.03	0.03
0.3	0.0059	0.0059	0.018	0.019	0.05	0.06
0.4	0.0088	0.0089	0.027	0.028	0.08	0.09
0.5	0.0121	0.0122	0.037	0.039	0.11	0.12
0.6	0.0159	0.0161	0.049	0.051	0.14	0.16
0.7	0.0201	0.0204	0.062	0.064	0.18	0.20
0.8	0.0247	0.0251	0.075	0.079	0.21	0.25
0.9	0.0298	0.0303	0.091	0.096	0.25	0.30
1.0	0.0353	0.0359	0.107	0.114	0.30	0.36

$$\varphi_2^0(\eta) = H_0(\eta)\left(-\frac{1}{2} + \frac{h_0}{2h_1}\eta\right), \tag{30}$$

$$u_0(\eta) = \frac{H_0(\eta)}{2h_1}, \tag{31}$$

где h_k — моменты функции $H_0(\eta)$, то есть

$$h_k = \int_0^1 H_0(\eta)\,\eta^k\,d\eta. \tag{32}$$

Поэтому для функций $\varphi_i(\eta)$ получаем

$$\varphi_0(\eta) = H_0(\eta)\left[1 - \frac{h_0 - 2}{h_1}\eta - \frac{3k}{3 - x_1}\left(1 - \frac{h_0 - 2}{h_1^2}h_2\right)\eta\right], \tag{33}$$

$$\varphi_1(\eta) = H_0(\eta)\frac{2k\eta}{(3 - x_1)h_1}, \tag{34}$$

$$\varphi_2(\eta) = -\frac{1}{2} H_0(\eta) \left| 1 - \frac{h_0}{h_1} \eta - \frac{3k}{3 - x_1} \left(1 - \frac{h_0}{h_1^2} h_2 \right) \eta \right|. \tag{35}$$

Таблица 4

ФУНКЦИЯ $\varphi_2(\eta)$

$1-\lambda$	10^{-4}		10^{-3}		10^{-2}	
η	точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	−0.5000	−0.5000	−0.500	−0.500	−0.50	−0.50
0.1	−0.5316	−0.5316	−0.523	−0.532	−0.53	−0.53
0.2	−0.4969	−0.4969	−0.498	−0.498	−0.50	−0.50
0.3	−0.4198	−0.4198	−0.422	−0.422	−0.43	−0.43
0.4	−0.3045	−0.3045	−0.308	−0.308	−0.32	−0.32
0.5	−0.1529	−0.1530	−0.158	−0.158	−0.17	−0.18
0.6	0.0339	0.0338	0.028	0.027	0.01	0.00
0.7	0.2554	0.2552	0.247	0.246	0.23	0.22
0.8	0.5112	0.5111	0.501	0.500	0.48	0.46
0.9	0.8011	0.8010	0.789	0.787	0.76	0.74
1.0	1.1249	1.1247	1.110	1.108	1.08	1.06

Результаты вычислений по формулам (33), (34) и (35) при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$ содержатся в таблицах 2, 3 и 4. В тех же таблицах приведены для сравнения значения функций $\varphi_i(\eta)$, найденные по точным формулам работы [5].

Диффузное отражение света. Пусть полубесконечная среда освещена параллельными лучами, падающими под углом $\arccos\zeta$ к нормали. Освещенность площадки, перпендикулярной к этим лучам, обозначим через πS. Интенсивность излучения, диффузно отраженного средой (усредненную по азимуту), представим в виде

$$I(\eta, \zeta) = S\rho(\eta, \zeta)\zeta, \tag{36}$$

где $\rho(\eta, \zeta)$—коэффициент отражения. Величина $\rho(\eta, \zeta)$ выражается через функции $\varphi_i(\eta)$ формулой

$$\rho(\eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_0^n x_i (-1)^i \frac{\varphi_i(\eta)\varphi_i(\zeta)}{\eta + \zeta}. \tag{37}$$

Важной характеристикой отражательных свойств среды является также ее альбедо A, то есть отношение энергии, отраженной средой во все стороны, к энергии падающей на нее. Если внешнее излучение падает под углом $\arccos\zeta$ к нормали, то альбедо равно

$$A(\zeta) = 2\int_0^1 \rho(\eta, \zeta)\eta\, d\eta. \tag{38}$$

Величина $A(\zeta)$ связана простой формулой с функцией $\varphi_1(\zeta)$:

$$A(\zeta) = 1 - \frac{1}{\zeta}\varphi_1(\zeta). \tag{39}$$

Для функций $\rho(\eta, \zeta)$ и $A(\zeta)$ мы имеем следующие асимптотические формулы:

$$\rho(\eta, \zeta) = \rho_0(\eta, \zeta) - \frac{4k}{3-x_1} u_0(\eta)\, u_0(\zeta), \tag{40}$$

где $\rho_0(\eta, \zeta)$ — величина $\rho(\eta, \zeta)$ при $k = 0$,

$$A(\zeta) = 1 - \frac{4k}{3-x_1} u_0(\zeta). \tag{41}$$

В случае индикатрисы рассеяния (22) асимптотические формулы (40) и (41) при помощи формул (37) (при $\lambda = 1$), (29), (30) и (31) преобразуются к виду

$$\rho(\eta, \zeta) = H_0(\eta)\, H_0(\zeta)\, \times$$
$$\times \left[\frac{\left(1-\frac{h_0-2}{h_1}\eta\right)\left(1-\frac{h_0-2}{h_1}\zeta\right)+\frac{x_2}{4}\left(1-\frac{h_0}{h_1}\eta\right)\left(1-\frac{h_0}{h_1}\zeta\right)}{4(\eta+\zeta)} - \frac{k}{3-x_1}\frac{\zeta\eta}{h_1^2}\right], \tag{42}$$

$$A(\zeta) = 1 - \frac{2k}{(3-x_1)\, h_1} H_0(\zeta). \tag{43}$$

Таблица 5

ВЕЛИЧИНЫ $\rho(\zeta, \zeta)$ И $A(\zeta)$ ПРИ $\lambda = 0.99$

ζ	$\rho(\zeta, \zeta)$		$A(\zeta)$	
	точн.	прибл.	точн.	прибл.
0.0	∞	∞	0.89	0.89
0.1	2.27	2.30	0.86	0.85
0.2	1.41	1.42	0.84	0.83
0.3	1.10	1.10	0.82	0.80
0.4	0.94	0.94	0.80	0.78
0.5	0.84	0.83	0.78	0.76
0.6	0.78	0.76	0.76	0.73
0.7	0.75	0.71	0.75	0.71
0.8	0.74	0.69	0.73	0.69
0.9	0.75	0.68	0.72	0.66
1.0	0.78	0.70	0.70	0.64

В табл. 5 приведены для сравнения значения величин $\rho(\zeta, \zeta)$ и $A(\zeta)$, вычисленные по асимптотическим формулам (42) и (43), а также по точным формулам (37) и (39) (при $x_1 = 1$ и $x_2 = 1$).

Диффузное пропускание света. Если плоский слой имеет конечную оптическую толщину, то часть падающего на него излучения диффузно отражается и часть диффузно пропускается. С увеличением оптической толщины интенсивность диффузно пропущенного излучения убывает, а его относительное угловое распределение стремится к некоторому предельному распределению. Мы будем считать, что излучение с таким предельным угловым распределением диффузно пропускается средой бесконечно большой оптической толщины. Интенсивность этого излучения, выраженную в относительных единицах, обозначим через $u(\eta)$ (понимая под η косинус угла пропускания).

В. А. Амбарцумян [10] показал, что величина $u(\eta)$ выражается через функции $\varphi_i(\eta)$ при помощи формулы

$$u(\eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{0}^{n} \frac{c_i x_i \varphi_i(\eta)}{1 - k\eta}, \tag{44}$$

где

$$c_i = \int_0^1 u(\eta) P_i(\eta)\, d\eta. \tag{45}$$

Подстановка (44) в (45) дает систему однородных линейных уравнений для определения коэффициентов c_i, из условия разрешимости которой находится величина k. Можно показать, что выражение (20) является асимптотической формулой для величины k (точнее говоря, первым членом ее разложения по степеням $\sqrt{1-\lambda}$).

Указанным способом коэффициенты c_i, а значит и функция $u(\eta)$ определяются с точностью до постоянного множителя. Выше мы нормировали эту функцию (при $\lambda = 1$) формулой (27). Теперь же введем вместо функции $u(\eta)$ пропорциональную ей функцию $\sigma(\eta)$, определенную равенством

$$\sigma(\eta) = \frac{u(\eta)}{u(0)}, \tag{46}$$

то есть нормированную так, что $\sigma(0)=1$. Функция $\sigma(\eta)$ дает, в частности, распределение яркости по диску звезды в атмосфере которой происходит рассеяние света с заданными λ и $x(\gamma)$, при условии, что яркость на краю диска принята за единицу.

Ранее было установлено [3], что в разложении функции $\sigma(\eta)$ по степеням k отсутствует член, содержащий k в первой степени. Иными словами, можно написать

$$\sigma(\eta)=\sigma_0(\eta)+O(k^2), \tag{47}$$

где $\sigma_0(\eta)$ — функция $\sigma(\eta)$ в случае чистого рассеяния (то есть при $k=0$). Следовательно, значения функции $\sigma(\eta)$ при данном λ отличаются от ее значений при $\lambda=1$ на величину порядка $1-\lambda$.

Подчеркнем, что этим своим свойством функция $\sigma(\eta)$ существенно отличается от всех функций, рассмотренных выше, значения которых при данном λ отличаются от их значений при $\lambda=1$ на величины порядка $\sqrt{1-\lambda}$.

В табл. 6 для иллюстрации сказанного приведены значения функций $\sigma_0(\eta)$ и $\sigma(\eta)$ при $\lambda=0.99$ для индикатрисы рассеяния (22) (при $x_1=1$, $x_2=1$). Мы видим, что значения этих функций довольно близки друг к другу, хотя значение λ и не очень близко к 1.

Таблица 6

ФУНКЦИЯ $\sigma(\eta)$

η	$x(\gamma)=1$, $\lambda=1$	Индикатриса (22) при $x_1=1$, $x_2=1$	
		$\lambda=1$	$\lambda=0.99$
0.0	1.00	1.00	1.00
0.1	1.25	1.28	1.28
0.2	1.45	1.51	1.51
0.3	1.64	1.73	1.73
0.4	1.83	1.94	1.95
0.5	2.01	2.14	2.16
0.6	2.19	2.35	2.37
0.7	2.37	2.55	2.59
0.8	2.55	2.75	2.80
0.9	2.73	2.95	3.02
1.0	2.91	3.15	3.24

Как известно, при индикатрисе рассеяния $1+x_1\cos\gamma$ функция $\sigma_0(\eta)$ не зависит от величины параметра x_1, то есть является такой же, как при сферической индикатрисе рассеяния. Можно ожидать, что и при произвольной индикатрисе рассеяния значения функции $\sigma_0(\eta)$ не будут сильно отличаться от ее значений при изотропном рассеянии, то есть функция $\sigma_0(\eta)$ вообще не будет сильно зависеть от индикатрисы рассеяния. Значения функции $\sigma_0(\eta)$ при $x(\gamma) = 1$ также даны в табл. 6.

Учитывая еще результат, выраженный формулой (47), мы можем высказать следующее предположение. Относительное угловое распределение излучения, диффузно пропущенного плоским слоем большой оптической толщины в случае малого истинного поглощения $(1-\lambda \ll 1)$ при произвольной индикатрисе рассеяния, не должно сильно отличаться от того, какое осуществляется в случае чистого рассеяния при $x(\gamma) = 1$. Интересно выяснить, в какой мере справедливо это предположение.

Ленинградский Государственный
университет

ON SOME ASYMPTOTIC FORMULAE IN THE THEORY OF ANISOTROPIC LIGHT SCATTERING

A. K. KOLESOV, V. V. SOBOLEV

The problem of anisotropic light scattering in the semi-infinite medium is considered. Particle albedo λ is assumed to be close to unity. The asymptotic formula is found containing the zeroth and the first terms of the expansion of the function $H(\eta)$ in powers of $\sqrt{1-\lambda}$. Similar formulae for other functions describing the radiation field were found previously [3, 4]. For the case of a three-term scattering indicatrix the results of calculations carried out using both asymptotic and exact formulae are compared.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, ЖЭТФ, 13, 224, 1943.
2. *R. Chandrasekhar*, Radiative Transfer, Oxford, 1950 (русск. перевод: Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, 1953).
3. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 45, 254, 1968.
4. *H. C. van de Hulst* (в печати).
5. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 45, 528, 1968.
6. *А. К. Колесов, В. В. Соболев*, Уч. зап. ЛГУ (Труды Астрон. обс.), 26, 1969.
7. *I. Kuščer*, J. Math. Phys., 34, 256, 1955.
8. *H. C. van de Hulst*, статья в сб. „The Atmospheres of the Earth and Planets", 1947 (русск. перевод: „Атмосферы Земли и планет", ИЛ, 1951).
9. *В. В. Иванов, В. В. Леонов*, Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, 1, № 8, 1965.
10. *В. А. Амбарцумян*, ДАН СССР, 43, 106, 1944.