

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТРОЙНЫХ СИСТЕМ
МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ.
III. СЛУЧАЙ РАЗЛИЧНЫХ МАСС КОМПОНЕНТОВ

Ж. П. АНОСОВА

Поступила 4 марта 1968

Проведено численное интегрирование на ЭВМ уравнений движения компонентов тройных систем для 300 различных начальных конфигураций. Компоненты систем неподвижны в начальный момент, массам компонентов придавали следующие значения: 1) $m_1=9$, $m_2=3$, $m_3=1$; 2) $m_1=3$, $m_2=3$, $m_3=1$; 3) $m_1=3$, $m_2=1$, $m_3=1$. Во всех случаях движения компонентов завершились распадом систем. Каждый раз распад наступал после тесного тройного сближения компонентов. Среднее время распада $\bar{T}=(27.8\pm 3.5)\tau$, где τ —среднее время пересечения компонентом системы. В подавляющем числе случаев тройную систему покидает компонент наименьшей массы. Дисперсия масс компонентов уменьшает время распада тройных систем приблизительно в три раза.

Результаты исследования динамики тройных систем с компонентами равных масс опубликованы в статьях [1] и [2]. Исследование проводилось численным интегрированием на ЭВМ уравнений движения компонентов тройных систем, начальные конфигурации которых задавались случайным образом. В 100 случаях [1] начальным скоростям компонентов придавались небольшие значения в плоскости конфигурационного треугольника, еще в 100 случаях [2] компоненты в начальный момент считались неподвижными.

Во всех рассмотренных случаях произошел распад тройных систем, наступающий всегда после тесного тройного сближения компонентов. Среднее время распада $\bar{T}=(95.4\pm 6.9)$ единиц времени τ , где τ —среднее время пересечения компонентом системы (определение τ дано в [1]).

В настоящей работе, как в [1] и [2], численно интегрировались уравнения движения компонентов тройных систем, но массы компонентов принимались различными. Массам компонентов придавали следующие значения: 1) $m_1 = 9$, $m_2 = 3$, $m_3 = 1$; 2) $m_1 = 3$, $m_2 = 3$, $m_3 = 1$; 3) $m_1 = 3$, $m_2 = 1$, $m_3 = 1$. Система единиц принята такая же, как и в [1]. В начальный момент компоненты считались неподвижными.

В случае равных масс компонентов множеством всех возможных конфигураций тройных систем являлась область D на рис. 1, ограниченная осями координат и дугой окружности, проведенной из точки $(\xi = -1/2, \eta = 0)$ радиусом, равным 1. Для случая компонентов разных масс область D не является областью всех возможных конфигураций. В данном случае этой областью является вся полуплоскость, ограниченная осью ξ . С другой стороны, расстояния между компонентами системы не должны превышать 10 единиц расстояния, при котором мы считаем, что происходит условный распад системы (см. [1]).

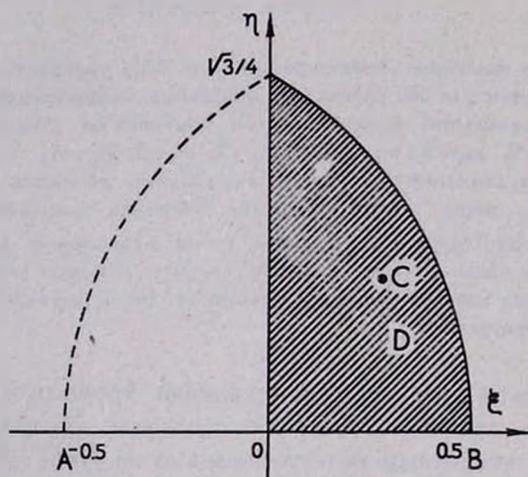


Рис. 1.

Поэтому ограничим область D' всех возможных конфигураций тройных систем полуокружностью, проведенной радиусом, равным 10 единицам расстояния, с центром в начале координат.

Для получения начальных конфигураций тройных систем с компонентами разных масс мы брали псевдослучайные числа ξ и η из [1] и при помощи формул, преобразующих область D в область мало отличающуюся от области D' , вычислялись координаты ξ' , η' , задающие случайное начальное положение точки C. Значения координат

ξ' , η' приведены в табл. 1. При соотношениях масс компонентов 9, 3, 1 и 3, 1, 1 ось ординат не является осью симметрии области D' , поэтому при выборе начальных условий тройных систем из табл. 1 брались только первые 50 пар чисел ξ' и η' и каждому значению ξ' приписывался сначала знак плюс, а затем знак минус. Для тройных систем с массами компонентов, равными $m_1 = 3$, $m_2 = 3$, и $m_3 = 1$, ось ординат является осью симметрии области всех возможных начальных конфигураций тройных систем, поэтому при этом соотношении масс компонентов брались все 100 пар координат ξ' и η' .

Для каждого соотношения масс компонентов (9, 3, 1; 3, 3, 1 и 3, 1, 1) вычислены траектории движения компонентов тройных систем при 100 различных начальных конфигурациях. При вычислении траекторий применялась линеаризация уравнений движения. Контроль вычислений аналогичен контролям [1] и [2]. Движения компонентов во всех системах завершились точным или условным распадом тройных систем.

В отличие от критерия распада, использованного в [1] и [2], где на массы компонентов накладывается условие $m \geq m_i$, $m \geq m_j$ (m — масса удаляющегося компонента, m_i и m_j — массы близких компонентов), справедливое при равных массах компонентов, в настоящей работе в качестве критерия распада использован другой критерий Г. А. Тевзадзе [3].

Согласно этому критерию, если в некоторый момент t_0 выполняются условия

$$E < 0, \rho(t_0) > \frac{2Gm^2}{3|E|} \quad \text{и} \quad (1)$$

$$\rho(t_0)^2 > \frac{2GM}{m_i + m_j} \left[\frac{m_i}{\rho(t_0) - g} + \frac{m_j}{\rho(t_0) - q} \right],$$

где $g = \frac{m_i}{m_i + m_j} r_{\max}$, $q = \frac{m_j}{m_i + m_j} r_{\max}$, то при $t \rightarrow \infty$ $\rho(t) \rightarrow \infty$. Здесь

E — полная энергия системы, G — постоянная тяготения, M — сумма масс компонентов системы, r_{\max} — максимально возможное расстояние между близкими компонентами, $\rho(t)$ — расстояние далекого компонента от центра масс близких компонентов. Значения r_{\max} даны Г. А. Мерманом в [4]

$$r_{\max} = G \frac{\sum_{i,j=1}^3 m_i m_j}{|E|}. \quad (2)$$

Таблица 1

№ п/п	ξ'	η'	№ п/п	ξ'	η'
1	2	3	4	5	6
1	1.530844530	0.281758510	36	2.412755611	3.704948852
2	6.306644850	0.271786951	37	1.009304771	0.031562542
3	0.586409706	0.376641268	38	0.773147115	0.209885466
4	0.438322352	0.499630538	39	0.031505655	2.675449670
5	8.849380451	0.021331006	40	0.017229832	1.730411361
6	1.169632410	0.121508198	41	0.436759069	1.832797490
7	3.878655622	0.651987233	42	0.001521472	1.919225650
8	1.466861089	0.626014310	43	1.041762921	0.040544395
9	5.376967151	0.722344918	44	0.951275538	0.154375299
10	0.700272955	2.942157730	45	0.413421343	1.031453551
11	0.061019896	2.309376941	46	0.874035866	2.841184390
12	0.058518012	1.461777710	47	0.328774180	0.330854350
13	0.524178883	0.094018993	48	4.410341941	0.196363674
14	1.132229506	3.474061231	49	3.845804090	2.183368491
15	8.268518520	0.132728839	50	2.430467770	0.518036195
16	3.036166130	0.793502270	51	9.897502790	0.351546184
17	2.110731741	0.083115956	52	3.969836761	0.516086826
18	7.700283291	0.287837173	53	9.018280581	2.505227760
19	4.749117880	0.778826453	54	3.067183881	0.184321248
20	0.247164822	1.105720741	55	0.036530617	3.052396969
21	1.607084241	0.018175596	56	0.157343465	0.837634053
22	1.967298481	1.917649752	57	2.407748181	1.000608162
23	2.601429880	6.345181961	58	0.039323796	5.397602950
24	0.144089332	6.430309540	59	1.254814240	2.178333211
25	0.820856972	1.372113641	60	0.423804407	0.696777909
26	2.494591261	0.095394165	61	3.538867271	2.428183280
27	1.367592220	2.617918441	62	3.400479221	6.058513182
28	2.166068390	0.184773944	63	1.436241990	0.154822977
29	1.398423571	0.405256122	64	0.234115877	1.565074001
30	0.002553481	1.411033982	65	0.421050581	1.254845370
31	2.220389780	1.130497220	66	1.525865330	1.112525601
32	3.284820620	0.178978249	67	1.743369381	2.178891880
33	4.320537641	1.089135821	68	0.642880812	0.179802891
34	0.850873779	0.171355445	69	0.178184193	1.444668011
35	0.049774664	2.893940731	70	0.156767387	8.655581531

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6
71	0.176755433	0.815456257	86	2.810004181	4.331742602
72	1.546244840	0.064848318	87	0.008901173	1.507866480
73	5.171173061	2.867921350	88	0.045691683	0.976742777
74	6.988977290	0.127183530	89	4.329382450	0.975187567
75	1.306991751	2.230054082	90	0.769523497	1.060377371
76	0.535627260	5.885260821	91	1.043539051	1.622453740
77	2.190805521	6.421980102	92	1.043242290	0.629017490
78	1.854081401	0.037135860	93	0.070623741	0.388412661
79	1.244812341	0.274200596	94	0.016289413	0.013719886
80	2.207584111	0.645684734	95	1.702270990	0.454068623
81	0.734044645	1.815467440	96	0.027074829	2.019959990
82	1.681666701	0.653482208	97	0.273074279	1.362998941
83	2.047956540	0.428628578	98	1.169154601	0.259721043
84	1.170159791	7.824601480	99	0.660164106	7.013163491
85	7.526092770	0.506527494	100	8.391696810	0.347129432

Результаты исследования движения компонентов тройных систем для соотношений масс компонентов 1, 1, 1. (см. [1—2]); 9, 3, 1; 3, 3, 1 и 3, 1, 1 приведены в табл. 2. В первой строке приведены средние значения времен распада \bar{T} , во второй строке указано число тройных систем n , у которых движения компонентов завершились условным распадом; в третьей строке приведено число распадов n^* , наступивших после наиболее тесного тройного сближения компонентов. В четвертой, пятой и шестой строках указано число систем N_1 , N_2 и N_3 , у которых отношение изменения энергии ΔE в результате накопления ошибок при счете к полной энергии системы — E не превосходит соответственно значений 0.01, 0.005 и 0.0005; в седьмой, восьмой и девятой строках приведено число систем с компонентами разных масс N_A , N_B , N_C , у которых при распаде удаляются, соответственно, компоненты A , B или C . В следующих строках указано число случаев, когда периметр конфигурационного треугольника P в момент тройного сближения, вызвавшего распад, находится в указанном интервале и приводится среднее значение $(\bar{\Delta'E}/E)$, где $\Delta'E$ — превышение энергии удаляющегося компонента над энергией, требуемой критерием (1).

Как видно из табл. 2, для соотношения масс компонентов 1, 1, 1 отношение $\Delta E/|E|$ сравнительно велико, так как для первых 100 случаев не применялась линеаризация и, кроме того, распад тройных систем с компонентами равных масс наступал позднее.

Таблица 2

№ п/п	m_1	1, 1, 1	9, 3, 1	3, 3, 1	3, 1, 1	
1	\bar{T}	95.4 ± 6.9	26.8 ± 4.2	27.4 ± 3.0	29.2 ± 3.4	
2	n	34	34	41	24	
3	n^*	163	98	94	97	
4	N_1	150	97	90	99	
5	N_2	118	94	65	92	
6	N_3	24	29	10	35	
7	N_A	—	0	3	0	
8	N_B	—	10	3	52	
9	N_C	—	90	94	48	
10	$0 < P < 0.2$	n_1	125	4	5	6
11		$\left(\frac{\Delta'E}{-E}\right)$	1.273	1.652	0.127	19.627
12	$0.2 < P < 0.5$	n_2	75	21	23	31
13		$\left(\frac{\Delta'E}{-E}\right)$	0.279	5.713	2.460	3.036
14	$0.5 < P < 1.0$	n_3	—	32	27	40
15		$\left(\frac{\Delta'E}{-E}\right)$	—	1.331	0.587	1.407
16	$P > 1.0$	n_4	—	43	45	23
17		$\left(\frac{\Delta'E}{-E}\right)$	—	0.531	0.116	0.960

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы: 1) при всех значениях масс компонентов их движение завершается распадом тройной системы; уменьшение значений $(\Delta'E/|E|)$ с увеличением P показывает, что распад тройных систем есть реальное явление, а не результат накоплений ошибок счета; 2) дисперсия масс компонентов уменьшает время распада тройных систем приблизительно в три раза. По-видимому, этот вывод справедлив и для систем, состоящих из большего числа тел; 3) в подавляющем числе случаев трой-

ную систему покидает компонент наименьшей массы; 4) результаты настоящего исследования подтверждают вывод, сделанный в [1] и [2]: чем теснее тройное сближение, тем вероятнее распад тройных систем.

Ленинградский Государственный
университет

THE INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF TRIPLE SYSTEMS BY THE METHOD OF STATISTIC TESTS. III. CASE OF COMPONENTS OF DIFFERENT MASSES

J. P. ANOSOVA

Numerical integration of the equation of triple systems for 300 random initial configurations has been carried out on an electronic computer. The components of the systems are assumed to be of different masses and motionless at an initial time. Three cases of masses of the components have been regarded: 1) $m_1 = 9$, $m_2 = 3$, $m_3 = 1$; 2) $m_1 = 3$, $m_2 = 3$, $m_3 = 1$; 3) $m_1 = 3$, $m_2 = 1$, $m_3 = 1$. In all cases the motion of components ended with the decay of the system. Decay took place after the close triple approach of components. The mean time T of the decay of the triple system is equal to $(27.8 \pm 3.5) \tau$ (τ is the mean time of component motion through the system). Practically always, the decay results by leaving the small component. The dispersion of masses of the components reduces the decay time of the triple systems for about three times.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Т. А. Азелян, Ж. П. Аносова, *Астрон. ж.*, 6, 1967.
2. Т. А. Азелян, Ж. П. Аносова, *Астрофизика*, 4, 31, 1968.
3. Г. А. Тевзадзе, *Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук*, 15, № 5, 1962.
4. Г. А. Мерман, *Бюлл. ИТА*, 5, № 9 (72), 1954.