АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

TOM 5

ФЕВРАЛЬ, 1969

ВЫПУСК 1

# медленное вращение релятивистских политроп

## В. В. ПАПОЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН Поступила 1 августа 1968

Статья посвящена изучению медленного вращения релятивистских политроп. Учитываются лишь линейные по угловой скорости поправки на зращение. Получено распределение момента инерции и неднагональной компоненты метрики для n = 1; 1.5; 2; 2.5; 3. В связи с гипотезой Хойла и Фаулера [29] особо рассмотрена вращающаяся политропа с n = 3. Показано, что одному и тому же числу барионов соотаетствуют две конфигурации, при переходе между которыми выделяется энергия  $10^{56} \pm 10^{40}$  эрг. Часть излучаемой энергии идет на увеличение энергии вращения (около  $30^{0}/_{0}$ ). Переход сопровождается выбросом вещество с экватора звезды. Предложенная модель является, по-видимому, удовлетворительной моделью квазара.

1. Анализ большого количества наблюдательных данных привел В. А. Амбарцумяна к выводу о наличии в ядрах некоторых галактик сверхплотных образований [1, 2]. В связи с обнаружением квазаров и источников пульсирующего радиоизлучения [3] гипотеза Амбарцумяна привлекает все большее число сторонников, и теперь уже почти ни у кого не вызывает сомнения, что связанные со сверхплотными телами сильные гравитационные поля играют важную роль в вволюции звезд и звездных систем.

Первым этапом изучения этой проблемы явилось рассмотрение сферически-симметричных релятивистских объектов [4-8]\*. В реальных задачах условие сферической симметрии выполнено лишь с определенной точностью. Поэтому интересно выяснить, существенно ли влияет отклонение от сферичности на решения уравнений Эйнштейна, полученные в предположении о наличии сферической симметрии.

В несферическом случае задача чрезвычайно сложна. Однако в астрофизических приложениях можно считать, что отклонения от сфе-

<sup>•</sup> Подробная библиография в книге [9].

ричности вызваны вращением и предполагать, поэтому, наличие осевой симметрии, значительно упрощающей задачу.

На основе анализа, проведенного в рамках теории тяготения Ньютона, можно утверждать, что хотя вращение и деформирует сверхплотную звезду, заметных изменений ее массы вызвать не может [10, 11]. Весьма вероятно, что вращение играет существенную роль в вопросах, связанных со стабильностью релятивистского объекта. В частности показано [12], что коллапс вращающейся сверхмассивной звезды останавливается до начала ядерных реакций. Кроме того, есть основания предполагать, что вращение стабилизирует нейтронную звезду относительно коллапса, если даже ее масса больше критической.

Изменения, связанные с вращением релятивистских конфигураций, рассматривались в двух разных приближениях: а) после-ньютоновское приближение, в котором нет ограничения на угловую скорость вращения, однако эффекты общей теории относительности (ОТО) учитываются как поправки первого порядка к ньютоновской теории [12—15]; б) приближение малых угловых скоростей, в котором вращение рассматривается как возмущение к невращающимся релятивистским звездам [16—21]. При рассмотрении вращающихся сверхплотных звезд второй метод кажется более оправданным,, так как большие плотности в центре конфигурации с одной стороны ограничивают величину угловой скорости вращения [11], с другой—делают необходимым использование ОТО.

Настоящая статья посвящена изучению медленного вращения релятивистских политроп. При этом учтены лишь линейные по угловой скорости  $\Omega = d\varphi/dt$  поправки на вращение. Получено распределение момента инерции и недиагональной компоненты метрики вдоль радиуса звезды для значений показателя политропы n = 1; 1.5; 2; 2.5; 3. Особо рассмотрена вращающаяся политропа с n = 3, отождествляемая со сверхмассивными звездами. Показано, что одному и тому же числу барионов соответствуют две равновесные конфигурации. Припереходе между этими состояниями выделяется энергия  $10^{58} \div 10^{60}$  эрг. Переход в состояние с наименьшей энергией сопровождается увеличением энергии вращения и выбросом вещества с экватора конфигурации. Предложенная модель является, по-видимому. вполне удовлетворительной моделью квазара.

2. В системе связанных с центром распределения масс сферических координат R,  $\vartheta$ ,  $\varphi$  метрика стационарного аксиально-симметри-

#### МЕДЛЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЛИТРОП

ческого поля тяготения, созданного телом, вращающимся с независящей от времени угловой скоростью, имеет вид [17, 18]\*

$$-ds^{2} = (\omega^{2} e^{\mu} \sin^{2} \vartheta - e^{\nu}) dt^{2} + e^{\nu} dR^{2} + e^{\mu} d\theta^{2} + \sin^{2} \vartheta d\tau^{2} + 2\omega e^{\nu} \sin^{2} \vartheta d\tau dt.$$
(1):

Все компоненты метрического тензора, а вместе с ними и у,  $\lambda_{1}$   $\mu_{2}$ ,  $\omega_{-}$  функции от R,  $\vartheta$  и  $\Omega$ . Преобразование  $t \to -t$  оставляет инвариантной метрику, в то время как  $\Omega$  меняет знак, повтому у,  $\lambda_{-}$   $\mu$  зависят от четных, а  $\omega$  только от нечетных степеней  $\Omega$ .

С другой стороны, рассматриваемое линейное по  $\Omega$  приближение соответствует вращению шара с учетом "кориолисовых" сил, которые не могут привести к изменению его формы. Следовательно, в этом приближении ч,  $\lambda$  не зависят от  $\vartheta$  и  $\Omega$ ,  $e^{\lambda}$  можно положить равным  $R^2$ , а  $\omega$  будет функцией R и  $\Omega$ . Иначе говоря, диагональные компоненты метрического тензора сохраняют шварцшильдовский вид, а единственная недиагональная компонента

$$g_{Iz} = \omega R^2 \sin^2 \theta. \tag{2}$$

Легко видеть, что уравнения Эйнштейна, определяющие функции и и л. останутся такими же, как и в отсутствие вращения [22].

$$e^{-i}\left(\frac{1}{R^2}-\frac{i_1}{R}\right)-\frac{1}{R^2}=-8\pi\rho,$$
 (3)

$$e^{-i}\left(\frac{1}{R^2}+\frac{v_1}{R}\right)-\frac{1}{R^2}=8\pi P.$$
 (4)

Здесь и далее индекс 1 означает дифференцирование по R, а Pи p — давление и плотность энергии соответственно. Связанные с вращением характеристики конфигурации представлены решением уравнения  $G_{z}^{t} = 8\pi T_{z}^{t}$ . Подсчет тензора Эйнштейна  $G_{z}^{t}$  дает

$$G_{\mp}^{\prime} = \frac{e^{-\gamma-\lambda}}{2} R^2 \sin^2 \vartheta \left[ \omega_{11} - \omega_1 \left( \frac{\gamma_1 + \lambda_1}{2} - \frac{4}{R} \right) \right]. \tag{5}$$

Если задано число барионов конфигурации и зафиксирован момент импульса, то, как показано в [17], уравнения  $T_{i,k}^{k}=0$  эквивалентны условию

$$u^{\varphi} = \Omega u^{t} \tag{6}$$

и уравнению

• Здесь и да зе принята система единиц, в которых c = G = 1.

В. В. ПАПОЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

$$\mathbf{v} = -2\int \frac{dP}{P+\rho}$$
(7)

Используя далее (б) и соотношение  $u_k u^k = -1$ , без труда найдем

$$T_{r}^{t} = (P + \varphi) e^{-\gamma} R^{2} \sin^{2} \vartheta (\omega + \Omega)$$
(8)

И

$$\frac{e^{-\lambda}}{2}\left[\omega_{11}-\omega_{1}\left(\frac{\nu_{1}+\lambda_{1}}{2}-\frac{4}{R}\right)\right]=8\pi\left(P+\rho\right)\left(\omega+\Omega\right).$$
(9)

Введем безразмерную величину  $\beta = \Omega^2/8\pi p_s$ , новые переменные

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\beta}} (\omega + \Omega), \qquad m = \frac{R}{2} (1 - e^{-\lambda}), \qquad (10)$$

тогда учет уравнения (7) дает вместо (3), (4) и (9) систему уравнений Эйнштейна в первом по <sup>Ω</sup> приближении

$$m_1 = 4\pi R^2 \rho, \qquad (11)$$

$$P_1 = -F(R) \left[ P + \frac{m}{4\pi R^3} \right], \tag{12}$$

$$Q_{11} + \left[\frac{4}{R} - F(R)\right]Q_1 - \frac{4}{R}F(R)Q = 0,$$
(13)

где

$$F(R) = \frac{4\pi \left(P + \rho\right) R^*}{R - 2m}.$$
(14)

Важно отметить, что уравнение (13) остается неизменным во втором по  $\Omega$  приближении. Действительно, как отмечено выше, поправки на вращение в функциях *m*, *P*,  $\rho$  пропорциональны  $\Omega^2$ , а  $Q \sim \Omega$ . Кроме того, было показано [18, 20], что уравнение, определяющее *Q*, во втором приближении не может содержать угловой части. Поэтому как в первом, так и во втором по  $\Omega$  приближениях  $Q = Q(R, \Omega)$  определяется уравнением (13) через характеристики *m*, *P*,  $\rho$  соответствующей невращающейся конфигурации.

Таким образом, если в первом приближении рассчитаны связанные с Q недиагональная компонента метрики и момент инерции, то можно утверждать, что их значения останутся неизменными и в приближении  $\Omega^3$ .

Начальные значения функций *т* и *P* выбираются обычным обравом: m(0) = 0,  $P(0) = P_c$ . Начальное значение *Q* выбирается произвольно, так что Q(0) = D,  $Q_1(0) = 0$  [18]. Поэтому *Q* определена урав-

нением (13) лишь с точностью до постоянной D. Величину этой константы можно найти из требования непрерывности  $g_{i_{\tau}}$  и ее первой производной на границе конфигурации.

Вне распределения масс уравнение (13) имеет вид

$$Q_{11}+\frac{4}{R}Q_1=0.$$

Решение этого уравнения  $Q^{\text{вн}} = C_0 + C/R^3$  удовлетворяет условиям на. бесконечности при  $C_0 = 0$ . Повтому

$$Q^{\text{BH}} = \frac{C}{R^3}.$$
 (15)

3. Модели конфигураций, состояние вещества которых описывается политропным уравнением

$$P = k \rho^{1+1/n}, \tag{16}$$

изучены достаточно подробно. Математические трудности, связанные с вращением политроп, вынудили в ряде случаев ограничиться ньютоновским приближением [23—26]. В других — задача была решена для невращающихся релятивистских конфигураций [27]. Поэтому, на наш взгляд, определенный интерес представляет рассмотрение медленного вращения релятивистских политроп, которым мы здесь займемся.

Введем, следуя Чандрасекару [23], безразмерные переменные.

$$\xi = A R; \quad v(\xi) = \frac{A^3}{4\pi\rho_c} m(R); \quad \theta(\xi) = \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{1/n};$$

$$A^3 = \frac{4\pi\rho_c^2}{(n+1)P_c} = \frac{4\pi\rho_c}{\alpha(n+1)}; \qquad \alpha = \frac{P_c}{\rho_c} = k\rho_c^{1/n}.$$
(17)

В новых обозначениях уравнения (11) - (13) перепишутся в виде

$$\frac{l\sigma}{d\xi} = \xi^2 \theta^n, \tag{18}$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = -F(\xi) \frac{(v \, \theta^{-n} + \alpha \xi^3 \theta)}{\alpha \xi^3 (n+1)}, \qquad (19)$$

$$\frac{d^2Q}{d\xi^2} + \left[\frac{4}{\xi} - F(\xi)\right]\frac{dQ}{d\xi} - \frac{4}{\xi}F(\xi)Q = 0.$$
(20)

Здесь

$$F(\xi) = \frac{\alpha (n+1) (1 + \alpha \theta) \theta^n \xi}{1 - 2\alpha (n+1) v/\xi}.$$
 (21)

Система (18) — (20) проинтегрирована на ЭВМ "Наири для показателей политропы n = 1; 1.5; 2; 2.5; 3. Решение уравнения (20) искали в виде  $Q(\xi) = Dq(\xi)$ , так что в соответствии со сказанным выше, в качестве начальных условий можно выбрать v(0) = 0;  $\theta(0) = 1$ , q(0) = 1,  $dq(0)/d\xi = 0$ . Граница конфигурации  $\xi_0$  определялась условием  $\theta(\xi_0) = 0$ . Значения релятивистского параметра  $\xi_0$  взяты в пределах от  $\alpha = 0.1$  до  $\alpha_{max} = n/(n+1)$  [27].

Полученные распределения функций v,  $\theta$ , q, dq/d; будут использованы в дальнейшем для подсчета физических параметров вращающихся политроп в приближении  $\Omega^2$ . Однако такие характеристики, как недиагональная компонента метрики  $g_{1,p}$  и момент инерции можно найти на основе выполненного расчета  $q(\xi)$  и  $dq/d\xi$ . Для этого необходимо вычислить значения постоянных D и C. Используя непрерывность  $g_{1,p}$  и ее производной в точке  $\xi_0$ , получим

$$D = \frac{3\sqrt{2a(n+1)}}{3q(\xi_0) + \xi_0} \frac{dq(\xi_0)}{d\xi},$$

$$C = -D \frac{\xi_0^4}{4q(\xi_0)}.$$
(22)

Известно, что вне распределения масс [28]

$$g_{i\varphi} = -\frac{2K}{R} \sin^2 \vartheta, \qquad (23)$$

где К — полный момент импульса вращающегося тела. Сравнивая (23) с полученным из (2), (10), (22) выражением

$$g_{i_{*}} = -\frac{\sqrt{\beta}}{A} \left[ \sqrt{2\alpha (n+1)} - Q(\xi) \right] \xi^{2} \sin^{2} \vartheta, \qquad (24)$$

легко видеть, что момент инерции / имеет вид

$$J(\xi_0) = \frac{\left[\sqrt{2\alpha (n+1)} - Q(\xi_0)\right] \xi_0^3}{2A^3 \sqrt{2\alpha (n+1)}}.$$
 (25)

Результаты численного интегрирования приведены в табл. 1. Для политроп с n = 1; 1.5; 2 момент инерции монотонно убывает с ростом a, в то время как для n = 2.5; 3 он сначала убывает, а за-

Таблица 1

n=1						n=1.5					
a	ξ <sub>o</sub>	v(ξ <sub>0</sub> )	q(ξ <sub>0</sub> )	$dq(\xi_0)/d\xi$	$(A^{5}/4\pi\rho_{c}) J(z_{0})$	a	Ęo	v(;0)	$q(z_0)$	$dq(\xi_0)/d\xi$	$(A^{5}/4\pi\rho_{c}) J(z_{0})$
0.1	2.60	1.75	1.453	0.15	3,609	0.1	3.02	1.482	1.541	0.0986	3.332
0.2	2.28	1.143	1.922	0.409	2:063	0.2	2.69	0.9604	2.164	0.2563	1,869
0.3	2.06	0.819	2.424	0.761	1.294	0.3	2.481	0.6883	2.876	0.4641	1.198
0.4	1.91	0.6249	2.989	1.214	0.8948	0.4	2.36	0.527	3.696	0.6904	0.8426
0.5	1.8	0.4981	3.596	1.727	d.6523	0.5	2.274	0.4226	4.62	0.9447	0.6313
					1.2.2	0.6	2.215	0.3505	5.658	1.218	0.4969
						n=2.5					
0.1	3.65	1.299	1.631	0.05464	3.173	0.1	4.056	1.167	1.691	0.043	3.169
0.2	3.39	0.8403	2.402	0.1260	1.278	0.2	4.719	0.7607	2.621	0.04374	1.921
0.3	3.261	0.6054	3.327	0.2043	1.204	0.3	4.985	0.5557	3.752	0.05386	1.371
0.4	3.214	0.4680	4.419	0.2822	0.8854	0.4	5.534	0.4386	5.1403	0.05266	1.123
0.5	3.295	0,38	5.721	0.3254	0.7013	0.5	6.396	0.3665	6.825	0.04456	1.026
0.6	3.399	0.3201	7.228	0.3631	0.5877	0.6	7.655	0.3203	8.854	0.0341	1.04
0.6667	3.492	0.2901	8.362	0.3807	0.5356	0.7	9.505	0.2906	11.293	0.02401	1.172
	1		1	2 2	10 2.	0.7143	9.8	0.2872	11.677	0.02297	1.2
n=3						n=3					
0.1	6.8	1.079	1.783	7.10-3	3.4661	0.5	37.09	0.4214	8.014	3. 13.10-4	6.15
0.2	7.95	0.7131	2.815	7. $9.10^{-3}$	2.332	0.6	90.98	0.4493	10.859	7.329.10-5	32.1
0.3	10.8	0.5386	4.142	4.57.10-3	2.077	0.7	161.96	0.5252	14.575	5. 16-10-5	145.03
0.4	17.58	0.4517	5.835	$1.55 \cdot 10^{-8}$	2.637	0.75	180.4	0.5638	16.809	6.266.10-5	219.3

тем растет (см. рис. 1). Так как момент инерции определен сравнением найденного решения с решением Папапетру [28] для удаленного наблюдателя, то, в конечном счете, такое поведение *I*, по-видимому,

связано с поведением инвариантного радшуса  $r_0 = \int e^{M^2} dR$ . Действи-

тельно, для n = 2.5; 3, как показывает расчет, инвармантный радиус конфигурации, в отличие от координатного R, ведет себя аналогично I. При n = 3 таков и ход кривой  $v(\xi_0)$  от  $\alpha$ . Таким образом, убывание момента инерции конфигурации и дальнейший рост его связаны с искривлением пространства в поле сверхмассивной звезды, с которой. обычно отождествляют политропу с n = 3.



Рис. 1. Зависимость можента инсрпии I от релятивистского параметра a. Для: n = 2.5 и 3 одному и тому же значению I соответствуют два разных значения a.

На рисунках 2 и 3 для n = 1.5 и n = 3 показана зависимость функций v,  $\theta$ ,  $g_{te}$  и I, характеризующих внутреннюю структуру конфигурации, в зависимости от  $\xi$ . В обоих случаях  $\alpha = 0.3$ . Сравнение кривых показывает, что для n = 3  $g_{te}$  достигает максимума, а I выходит на плато ближе к центру звезды, чем в случае n = 1.5.



Рис. 2. Зависимость  $\theta$ , v,  $g_{ip}$ , I/2 от раднуса конфигурации ; определяющая внутреннюю структуру релятивистской вращающейся политропы с n = 1.5 к a = 0.3.



Рис. 3. Зависимость  $\theta$ , v,  $g_{t\phi}/2$ , I/7 от раднуса конфигурации , определяющая внутреннюю структуру релятивистской вращающейся политропы с n = 3 к a = 0.3.

4. Согласно гипотезе Хойла и Фаулера [29], взрывные явления в галактиках обусловлены существованием сверхмассивных звезд  $(M \sim 10^3 + 10^9 M_{\odot})$ . Давление в такой звезде должно быть большим, чтобы удержать ее от коллапса. Причем, так как вещество звезды невырождено, давление излучения преобладает над давлением вещества. Состояние вещества такой звезды поэтому близко к состоянию, описываемому политропным уравнением с n = 3.



## $V(t_0)(E_0/m)$

Рис. 4. Зависимость полной энергии  $v(\xi_n)$  политропы с n = 3 от величины  $v(\xi_0) E_0/m$  (см. приложение), препорциональной числу барионоз. Одному и тому же значению  $v(\xi_0) E_0/m$  соответствуют две равновесные конфигурации с разными энергиями. Поэтому верхняя ветвь—ветвь метастабильных состояний. Черными точками отмечены значения релятивистского параметра 2.

Рассматривая невращающиеся сверхмассивные звезды как политропы с n = 3, Тупер [27] предложил механизм излучения энергии  $10^{58} \div 10^{50}$  эрг при переходе звезды с метастабильного состояния в стабильное с сохранением числа барионов. На рис. 4 показана зависимость массы от величины  $v(\xi_0) E_0/m$  (см. приложение), пропорциональной числу барионов. Звезда с верхней ветви должна перейти на нижнюю, при этом, если считать, что на верхней ветви масса ее порядка 10<sup>6</sup> ÷ 10<sup>6</sup>, выделяется энергия 10<sup>58</sup> ÷ 10<sup>60</sup> эрг. Однако при переходе на нижнюю ветвь масса невращающейся звезды еще настолько велика, что она будет коллапсировать [30, 31].



## $V(E_0)(E_0/m)$

Рис. 5. Зависнмость натурального логарифма полного момента инерции  $\ln I$  от  $v(t_0) E_0/m$  (см. приложение). Одному и тому же значению этой величины соответствуют две равновесные конфигурации с разными I, одна из которых метастабильная. При переходе в стабильное состояние с сохранением момента импульса уменьшается величина I, но сильно растет угловая скорость вращения. Черными точками отмечены значения релятивистского параметра a.

Фаулер, рассматривая вращающиеся политропы в после-ньютоновском приближении, пришел к выводу, что вращение стабилизирует звезду относительно коллапса по крайней мере до  $M < 10^8 M_{\odot}$ . Повтому имеет смысл рассматривать переходы типа Тупера [27] для вращающихся релятивистских политроп. На рис. 5 изображена полученная нами зависимость момента инерции конфигурации с n = 3 от величины  $v(\epsilon_0) E_0 m$ , пропорциональной числу барионов. Как видно из рисунка, одному и тому же значению  $v(\epsilon_0) E_0/m$  соответствуют два разных значения момента инерции *I*. Рассмотрим переход с верхней ветви кривых на рис. 4 и 5 на нижнюю при фиксированном числе барионов.

Обсуждение динамики этого перехода связано с большими трудностями и лежит вне пределов настоящей статьи. Допустим, что на верхней ветви при  $\alpha = 0.75$  и  $M = 10^8 M_{\odot}$  звезда вращается с максимально возможной угловой скоростью Q<sup>2</sup> ~ M/R<sup>3</sup>, увеличение которой приводит к истечению вещества с экватора. Если при переходе сохраняется момент импульса, то на нижней ветви угловая скорость вращения 2 настолько велика, что превосходит максимально возможное без истечения значение с данными массой и радиусом. Поэтому переход сопровождается выбросом материи с экватора. Масса выброшенного вещества оказывается порядка 105 М. Примечательно, что 30% внергии, излучаемой при переходе (9.8.105 Mo), идет на увеличение энергии вращения. Это увеличивает предельное по отношению к катастрофическому сжатию значение массы на нижней ветви. Действительно, если вслед за Роксбургом [32] оценить предельное значение массы, устойчивой по отношению к коллапсу, то на верхней ветви оно оказывается порядка  $10^8 M_{\odot}$ , а на нижней ветви  $M \leq 10^8 M_{\odot}$ .

В дальнейшем эти оценки будут уточнены, причем будет учтена деформация эвезды, обусловленная "центробежными" силами.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Г. С. Саакяну за полезные обсуждения.

## Приложение

Принятое в тексте выражения для тензора энергии — импульса предпола. чает отсутствие конвективных процессов, а политропное уравнение состояния означает изоэнтропичность конфигурации. В такой модели логично считать рассматриваемые процессы адиабатическими. Для адиабатических процессов релятивистское обобщение первого закона термодинамики имеет вид

$$\frac{d\rho}{P+\rho}=\frac{d\rho_0}{\rho_0},$$

ρ<sub>0</sub> — плотность энергии покоя частиц вещества звезды. Учет (16) и (17) дает вместо выписанного соотношения

 $\frac{d\rho_0}{\rho_0} = \frac{nd\,\theta}{\theta\,(1+a\,\theta)},$ 

интегрирование которого приводит к

$$\rho_0 = \rho_{0c} \left[ \frac{(1+\alpha)\theta}{1+\alpha\theta} \right]^n.$$

Вблизи границы конфигурации 9 «1 и

$$\rho_0 = \rho_{0c} \theta^n \left(1 + \alpha\right)^n,$$

кроме того плотность внутренней энергии у границы гораздо меньше плотности энергии покоя частиц, так что можно считать р≈р₀. Поэтому

$$\rho_0 = \rho_c \frac{\theta^n}{\left(1 + \alpha \theta\right)^n}$$

В нерелятивистском пределе при  $\alpha \to 0$ , как и следовало ожидать,

$$\rho = \rho_0 = \rho_c \theta^n$$
.

Полученное для р<sub>0</sub> выражение используется для подсчета полной энергии покоя частиц конфигурации

$$E_0 = 4\pi \int_0^{R_0} \rho_0 e^{\lambda/2} R^2 dR$$

(в единицах c = G = 1,  $E_0$  — сумма масс покоя частиц вещества).

Как известно, полная энергия звезды т определяется соотноше-

$$m=4\pi\int_{0}^{R_{0}}\mu R^{a} dR.$$

Тогда в безразмерных переменных (17) отношение E<sub>0</sub>/m нетрудно получить в виде

$$\frac{E_0}{m} = \frac{1}{\upsilon \ (\xi_0)} \int_0^{\xi_0} \frac{\theta^n \xi^2 d\xi}{(1+\alpha\theta)^n} \sqrt{1-2\alpha \ (n+1) \ \upsilon/\xi} \cdot$$

Этот интеграл подсчитан методом трапеций на ЭВМ "Наири", для n = 3 и  $\alpha = 0.1$  до  $\alpha = 0.75$ .

Ереванский Государственный университот Бюраканская астрофизическая обсерватория

### В. В. ПАПОЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

# SLOWLY ROTATING RELATIVISTIC POLYTROPIC MODELS

#### V. V. PAPOYAN, D. M. SEDRAKIAN, E. V. CHUBARIAN

The slow rotation of relativistic polytropic models is studied. Only the linear term is taken into account. The distribution for the moment of inertia and nondiagonal components of metric is derived in case of n = 1; 1.5; 2; 2.5; 3. In connection with the Hoyle and Fowler hypothesis, rotating polytrop with n = 3 is specially discussed. It is found, that two configurations correspond to the same barion number. In the case of transition between these states,  $10^{58}-10^{50}$  erg of energy is radiated. A part of the radiated energy is spent on the increase of the energy  $(30^{\circ}/_{0})$ . During the transition matter is thrown out from the equator of the star. The proposed model is probably a satisfactory model of quasars.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. В. А. Амбарцумян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 11, № 5, 9, 1958.
- 2. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 2, Ереван, 1960.
- 3. A. Hewish, S. J. Bell, J. D. Pilkington, R. A. Collins, P. F. Scott, Nature, 217, 709, 1968.
- 4. J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
- 5. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 37, 193, 1960; 38, 785, 1961.
- 6. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян, Сообщ. Бюр. обс., 33, 55, 1963; Астров ж., 41, 193, 1964.
- 7. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. обс., 34, 99, 1963.
- 8. B. K. Harrison, K. S. Thorne, M. Wakano, J. A. Weeler. Gravitational theory and gravitational collepse, 1965.
- 9. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, М., Наука, 1967.
- 10. H. I. Chiu, Ann. Phys., 26, 364, 1964.
- 11. В. В. Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. обс., 39, 108, 1968; 40, 82, 1968,
- 12. W. A. Fowler, Ap. J., 144, 180, 1966.
- 13. S. Chandrasekhar, Ap. J., 142, 1513, 1965; 147, 334, 1967; 148, 621, 645, 1967.
- 14. B. Durney, I. Roxburgh, Proc. R. Soc., 296, 189, 1967.
- 15. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Астрон. ж., 44, 525, 1967.
- 16. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ЖЭТФ, 49, 170. 1965.
- 17. J. B. Hartle, D. H. Sharp, Ap, J., 147, 317, 1967.
- 18. Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, Астрофизика, 4, 239, 480, 1968:
- 19. K. S. Thorne, Proc. of the Colloque International "Fluides et Champ Gravitational", Paris, 1967.
- 20. J. B. Hartle, Ap. J., 150, 1005, 1967.
- 21. J. B. Hartle, K. S. Thorne, Ap. J., 153, 807, 1968.
- 22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., 1967.

#### МЕДЛЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЛИТРОП

- 23. S. Chandrasekhar, M. N., 93, 390, 1933.
- 24. S. Chandrasekhar, N. R. Lebovitz, Ap. J., 136, 1082, 1962.
- 25. R. A. Jumes, Ap. J., 140. 552, 1964.
- 26. J. J. Monaghan, J. W. Roxbourgh, M. N., 131, 13, 1965.
- 27. R. F. Tooper, Ap. J., 140, 434, 1964.
- 28. A. Papapetrou, Proc. R. I., Akad., 52, 11, 1948.
- 29. F. Hoyle, W. Fowler, M. N., 125, 169, 1963.
- 30. K. S. Thorne, Preprint, Relativistic stellar structure and dynamics, 1967.
- 31. W. A. Fowler, Rev. mod. Phys., 36, 545, 1104, 1964.
- 32. J. W. Roxburgh, Nature, 207, 363, 1965.