ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРИОД—СВЕТИМОСТЬ
ДЛЯ КЛАССИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД

И. Н. ЛАТЫШЕВ

Поступила 16 декабря 1967

Методом, предложенным автором, получена зависимость период—светимость для классических цефеид: $M_v = -1.4 - 2.6 \lg P - 0.2 \lg^2 P$. При этом предполагалось существование однозначного соотношения между цветом и поверхностной яркостью у цефеид. Излучение цефеид, в отличие от звезд типа RR Ляры, можно считать квазистационарным. Цефеиды с эффектом Блажко, возможно, не удовлетворяют полученной зависимости.

1. *Введение.* За последнее десятилетие, в особенности после известного открытия Бааде [1], появилось много работ по уточнению нуль-пункта и наклона зависимости период—светимость у цефеид. Обширная сводка таких работ приведена у О. А. Мельникова [2]. Из последующих работ следует отметить статью Крафта [3], в которой нуль-пункт зависимости период—светимость установлен по цефеидам, входящим в состав рассеянных звездных скоплений, а наклон зависимости был принят такой же, как и у цефеид Малого Магелланова Облака. Однако в дальнейшем [4] было получено другое значение наклона зависимости период—светимость для цефеид ММО. Есть все основания считать, что как нуль-пункт, так и наклон зависимости период—светимость для классических цефеид определены еще не окончательно.

В настоящей работе предпринята попытка получить зависимость период—светимость способом, ранее не применявшимся: используя зависимость период—радиус у классических цефеид. При этом не используются данные о параллаксах цефеид или связанных с ними звезд.

2. *Зависимость период—светимость.* Светимость звезды можно определить по известной формуле:

$$M_{\text{bol}} = 96^{\text{m}}57 - 5 \lg R - 10 \lg T_e. \quad (1)$$

Или, если перейти к визуальной шкале:

$$M_v = 96^{\text{m}}57 - 5 \lg R - 10 \lg T_e - b. \text{ с.} \quad (2)$$

Если все переменные величины правой части формулы (2) выразить как функцию периода, получим зависимость период—светимость. Зависимость период—радиус была получена ранее [5]:

$$\lg R = (11.926 \pm 0.029) + (0.804 \pm 0.026 \lg P). \quad (3)$$

Остальные необходимые соотношения можно взять у Крафта [3]:

$$(B - V) = -0.101 \lg^2 P + 0.5385 \lg P + 0.2644 \quad (4)$$

$$b. \text{ с.} = -0.116 + 0.583 (B - V) - 0.704 (B - V)^2, \quad (5)$$

а также

$$\lg T_e = 3.886 - 0.175 (B - V). \quad (6)$$

После несложных преобразований, пренебрегая малыми членами с $\lg^2 P$ и $\lg^3 P$, которые оказываются малыми, получаем:

$$M_v = -1^{\text{m}}63 - 3.19 \lg P. \quad (7)$$

Если взять другую зависимость период—радиус [6]

$$\lg R = 11.909 + 0.778 \lg P, \quad (8)$$

получим еще одну зависимость период—светимость:

$$M_v = -1^{\text{m}}55 - 3.06 \lg P. \quad (9)$$

Оук [7] получил следующее соотношение между $(B - V)$ и T_e :

$$T_e = \frac{5040}{0.643 + 0.337(B - V)}. \quad (10)$$

В этом случае, то есть если заменить формулу (6) на формулу (10), формула (7) будет иметь вид:

$$M_v = -1^{\text{m}}61 - 3.00 \lg P, \quad (11)$$

а формула (9) будет выглядеть так:

$$M_v = -1^{\text{m}}53 - 2.87 \lg P. \quad (12)$$

Можно и другим путем получить зависимость период—светимость у цефеид. По данным ОКПЗ 1958 г. можно получить зависимость между спектральным классом и периодами цефеид. Арп [8] приводит зависимость между спектральным классом, эффективной температурой, показателем цвета ($B - V$) и болометрической поправкой. Если воспользоваться этими соотношениями, то формулы (7) и (9) будут иметь вид, соответственно:

$$M_v = -1^m02 - 2.89 \lg P, \quad (13)$$

$$M_v = -0^m94 - 2.76 \lg P. \quad (14)$$

В этом роде был получен еще ряд зависимостей период—светимость. В среднем по всем данным зависимость период—светимость для классических цефеид оказалась следующей:

$$M_v = -1^m3 - 2.9 \lg P. \quad (15)$$

Здесь средняя квадратичная ошибка коэффициента при $\lg P$ порядка 0.2—0.3, а средняя квадратичная ошибка нуля-пункта, по-видимому, порядка $0^m3 - 0^m4$.

3. Другой способ определения зависимости период—светимость.

Ранее [6], [9] было показано, что в предположении существования однозначного соответствия между цветом и поверхностной яркостью у отдельно взятой цефеиды дифференциальное изменение ее светимости может быть представлено в виде:

$$dM_v = a d(B - V) - 5 d \lg R. \quad (16)$$

Будем теперь считать, что существует взаимно однозначное соответствие между цветом и поверхностной яркостью, одинаковое для всех цефеид. Тогда в формуле (16) ($B - V$) будет означать медианный показатель цвета, конечно, исправленный за межзвездное поглощение, R — средние радиусы цефеид, а M_v — их средние визуальные светимости. Если все переменные в правой части (16) выразить как функции периода, то, проинтегрировав, получим зависимость период—светимость (с точностью до нуля-пункта). Насколько нам известно, таким или подобным образом наклон зависимости период—светимость еще не был получен.

Величины a для ряда цефеид были получены ранее [5]. Из них были выбраны те, что соответствуют системе B_v, V_v , и по ним было получено:

$$a = 2.32 - 0.66 \lg P. \quad (17)$$

Ю. Н. Ефремов [10] получил следующее соотношение между периодом и медианным значением $(B - V)$:

$$(B - V) = 0.206 + 0.558 \lg P. \quad (18)$$

Подставив все это, а также (8) в (16), получим после несложного интегрирования

$$M_v = M_{I_{gP=0}} - 2.60 \lg P - 0.184 \lg^2 P. \quad (19)$$

Можно сделать попытку получить нуль-пункт зависимости период—светимость привязкой к Солнцу, принимая для него $(B - V) = 0^m62$ [11] и считая, что цефеиды с таким же показателем цвета имеют такую же поверхностную яркость. Тогда формула (19) будет иметь вид

$$M_v = -1^m42 - 2.60 \lg P - 0.184 \lg^2 P. \quad (20)$$

Получилась квадратичная зависимость. В интервале периодов $0.5 \leq \lg P \leq 1.5$ ее линейное приближение будет иметь вид

$$M_v = -1^m25 - 2.96 \lg P. \quad (21)$$

Если вместо (8) взять (3), в формулах (20) и (21) коэффициент при $\lg P$ следует увеличить на 0.13, а нуль-пункт останется почти без изменения.

4. *Обсуждение результатов.* Из зависимости период—светимость (20) следует, что наклон зависимости возрастает с увеличением периода. Это, в общем, согласуется с результатами, полученными ранее Б. В. Кукаркиным [12]. Изучая цефеиды ММО, к такому же результату пришли С. Гапошкин и С. Пейн-Гапошкина [13]. Наклон зависимости период—светимость вполне согласуется с последними определениями по цефеидам Магеллановых Облаков [4], а нуль-пункт тоже представляется правдоподобным. Это свидетельствует в пользу того, что предположение о существовании однозначного соответствия между цветом и поверхностной яркостью у всех или, по крайней мере, у большинства цефеид соответствует действительности.

С. Гапошкин и С. Пейн-Гапошкина показали [13], что цефеиды с периодами $2 - 4^d$ и с малыми амплитудами изменения блеска имеют более высокую светимость, чем цефеиды тех же периодов с большими амплитудами. К сожалению, точность определения радиусов цефеид еще недостаточно высока, чтобы исследовать их различие у цефеид указанных групп. Однако не вызывает сомнения тот факт, что и в Галактике указанные цефеиды отличаются друг от друга.

Если рассматривать цефеиды Галактики с периодами $3^d_1 - 4^d$ и разделить их на две группы с границей 0^m65 по фотографической ам-

плитуде блеска, то оказывается, что среди звезд с малой амплитудой 12% имеют $b \geq 5^\circ$, а среди звезд большой амплитуды их уже 31%. Средняя z -координата у них почти одинаковая: —22 и —28 парсек, соответственно, но у цефеид с малой амплитудой блеска плотность распределения падает вдвое на расстоянии около 40 парсек от плоскости Галактики, а у цефеид с большими амплитудами—на расстоянии около 70 парсек. Таким образом, указанные цефеиды с малой амплитудой блеска сильнее группируются к плоскости Галактики, а это не противоречит тому, что они имеют и более высокую светимость.

Пока остается неясным вопрос о светимости цефеид с эффектом Блажко, которых известно около 10, и, кроме того, ряд цефеид еще подозревается на предмет существования эффекта Блажко. Радиусы этих цефеид определяются весьма неуверенно, а известные мало отличаются от цефеид без эффекта Блажко и имеющих те же периоды. С другой стороны, во время высоких максимумов цефеиды с эффектом Блажко по форме кривых блеска похожи на цефеиды с большими амплитудами, а во время низких максимумов—на цефеиды с малыми амплитудами.

У цефеид с периодами 2—9^d существует зависимость между визуальной амплитудой A_v и $(M - m)$ [14]:

$$(M - m) = 0.23 A_v^{-0.5}. \quad (22)$$

У цефеид с эффектом Блажко с увеличением амплитуды кривая блеска становится более асимметричной. В табл. 1 для TU Cas по наблюдениям Оостерхофа [15] в первом столбце приведены значения A_v , во втором—соответствующие значения $M - m$ и, наконец, в третьем—значения $M - m$, полученные по формуле (22) для значений A_v первого столбца.

Таблица 1

A_v	$M - m_{\text{набл.}}$	$M - m_{\text{выч.}}$
1. ^m 02	0.21	0.23
0.60	0.27	0.30
0.45	0.35	0.34

Согласие между $M - m_{\text{набл.}}$ и $M - m_{\text{выч.}}$ хорошее. Цефеиды с эффектом Блажко по ходу изменения блеска как бы пробегают на плоскости $A_v - (M - m)$ место, занимаемое обычными цефеидами, но есть одна существенная разница: у обычных цефеид с уменьшением амплитуды светимость растет, а у цефеид с эффектом Блажко—падает.

Таким образом, вопрос о светимости цефеид с эффектом Блажко нам пока представляется неясным. И, конечно, преждевременно исключать из числа членов скопления NGC 6649 звезду № 64 из списка Каффи [16], у которой П. Н. Холопов и Ю. Н. Ефремов [17] подозревают эффект Блажко, хотя в случае ее принадлежности к скоплению ее светимость примерно на 1^m меньше, чем это следует по зависимости период—светимость.

Изложенное выше подтверждает мнение Б. В. Кукаркина о множественности нуль-пунктов зависимости период—светимость у классических цефеид.

По результатам пунктов 2 и 3 наиболее вероятная зависимость период—светимость представляется следующей:

$$M_v = -1^m 4 - 2.6 \lg P - 0.2 \lg^2 P, \quad (23)$$

или, если ограничиться линейным приближением,

$$M_v = -1^m 2 - 3.0 \lg P. \quad (24)$$

При этом следует помнить, что какая-то часть цефеид может иметь существенно другую светимость.

5. *Другие зависимости период—радиус для классических цефеид.* Несколько позже автора зависимость период—радиус получил Ферни [18]:

$$\lg \frac{R}{R_{\odot}} = 0.536 \lg P + 1.291. \quad (25)$$

Он действовал просто: по литературным данным собрал некоторое количество определений радиусов цефеид и звезд типа RR Лиры, в основном, методом Весселинка. В это же число включены радиусы, определенные заведомо некорректным методом Стеббинса [19]. При этом во всех случаях не учитывались различия в пульсации по фазе и по амплитуде между различными слоями пульсирующих звезд. Если вместо (8) для получения зависимости период—светимость пользоваться зависимостью Ферни, коэффициент при $\lg P$ в формуле (24) будет равен 1.75, что явно противоречит наблюдениям. На наш взгляд, зависимость период—радиус Ферни не заслуживает серьезного внимания.

Несколько другую зависимость период—радиус получил Н. Е. Курочкин [20]:

$$\lg R_{\text{км}} = 7.033 + 0.646 \lg P, \quad (26)$$

используя предложенный им интегральный метод определения радиусов цефеид [21]. Принимая зависимость Н. Е. Курочкина, зависимость период—светимость, аналогичная (20), получается следующей:

$$M_v = -1^m 54 - 1.94 \lg P - 0.184 \lg^2 P, \quad (27)$$

а в линейном приближении коэффициент при $\lg P$ равен 2.30, что также меньше наблюдаемых. Н. Е. Курочкин также не учитывал различие пульсации по амплитуде, а учитывать различие в пульсации по фазе при его методе в первом приближении, которым он пользовался, вообще не надо. Вполне возможно, что во втором приближении зависимость период—радиус Н. Е. Курочкина будет более похожа на зависимость (8).

6. *Проблема звезд типа RR Лиры.* У звезд типа RR Лиры нет однозначного соответствия между цветом и поверхностной яркостью даже у отдельно взятой звезды, поэтому метод определения радиусов, предложенный автором для цефеид, не годится для звезд типа RR Лиры. У звезд типа RR Лиры бегущая волна переходит в ударную на значительно большей оптической глубине, чем у цефеид, и, в отличие от них, высвечивание за фронтом ударной волны оказывает значительное влияние на распределение энергии в непрерывном спектре звезд типа RR Лиры.

На рис. 1 представлены фотовольтрические наблюдения [22] звезды RX Eri, переменной типа RR Лиры. Как видно из рис. 1, показатель цвета $(U-B)$ отличается от показателя цвета $(B-V)$ следующим: везде, кроме фаз $0^p 85-0^p 95$, кривая показателя цвета $(B-V)$ подобна перевернутой кривой показателя цвета $(U-B)$, а в интервале $0^p 85-0^p 95$, что соответствует прохождению ударной волны, имеется явный избыток цвета $(U-B)$.

Абт [23] предложил следующим образом исключить эффект ударной волны: из кривой блеска V при соответствующих фазах вычесть избыток цвета показателя $(U-B)$, умноженный на 1.7, а кривую показателя $(B-V)$ оставить без изменений. Исходя из этого, можно сделать попытку модифицировать наш метод определения радиусов цефеид на случай звезд типа RR Лиры.

В этом случае разность блеска между двумя фазами, Φ_0 и Φ_1 , можно определить по формуле:

$$\Delta V_{i,0} = \alpha_1 \Delta (B-V)_{i,0} + \alpha_2 \Delta (U-B)_{i,0} - b \Delta D_{i,0}. \quad (28)$$

Второе слагаемое в правую часть равенства введено для снятия эффекта ударной волны. На наш взгляд, величину α_2 лучше не считать равной 1.7, а определять в каждом случае. Вычитая из V величину $\alpha_2 \Delta (U-B)$, мы из кривой блеска вычитаем не только эффект ударной волны; остальное компенсируется слагаемым $\alpha_1 \Delta (B-V)$, учитывая, как было раньше сказано, что кривая показателя цвета $(U-B)$,

за исключением эффекта ударной волны, подобна перевернутой кривой $(B-V)$. Исходная система уравнений для решения методом наименьших квадратов, следовательно, имеет вид:

$$\Delta V_{i,0} = \alpha_1 \Delta (B-V)_{i,0} + \alpha_2 \Delta (U-B)_{i,0} - b \Delta D_{i,0} + c \quad (29)$$

$$(i = 0, 1, \dots, n-1).$$

В случае RX Eri решение оказалось следующим: $\alpha_1 = 3.07 \pm 0.11$; $\alpha_2 = 0.99 \pm 0.22$; $b = 0.390 \pm 0.059$; $c = 0.03 \pm 0.01$. Радиус R , определяемый, как и раньше [5], по формуле

$$R = \frac{2.78}{b}, \quad (30)$$

оказался равным $7.1 \cdot 10^6$ км, что, по-видимому, превышает действительное значение. Величина α_2 меньше, чем 1.7. Это, возможно, объясняется меньшей точностью наблюдений $(U-B)$ по сравнению с $(B-V)$. Наконец, в интервале $0^{\text{P}}70-0^{\text{P}}80$ блеск RX Eri уменьшается, а $(B-V)$ и $(U-B)$ остаются неизменными, что пока не объяснено.

Рис. 1.

Рис. 2 иллюстрирует решение системы (29). На рис. 2^а по оси абсцисс отложены величины $\Delta (B-V)_{i,0}$, по оси ординат — величины $\Delta V_{i,0} - \alpha_2 \Delta (U-B)_{i,0} + b \Delta D_{i,0}$, на рис. 2^б, соответственно, $\Delta (U-B)_{i,0}$ и $\Delta V_{i,0} - \alpha_1 \Delta (B-V)_{i,0} + b \Delta D_{i,0}$, а на рис. 2^в, соответственно, $\Delta D_{i,0}$ и $\Delta V_{i,0} - \alpha_1 \Delta (B-V)_{i,0} - \alpha_2 \Delta (U-B)_{i,0}$. Рис. 2 показывает,

что кривая блеска V может быть представлена в виде суммы трех составляющих.

Результаты решения системы (29) подтверждают тот факт, что высвечивание за фронтом ударной волны в случае RX Eri доступно наблюдениям не только за пределом серии Бальмера и, в принципе,

Рис. 2.

подтверждают методику Абта [22], но сама модификация еще нуждается в доработке. Поэтому тех, кто пожелает определять радиусы звезд типа RR Лиры, можно отослать к работам М. С. Фролова (напр. [24] и [25]), предложившего свой метод их определения.

Астрономическая обсерватория ЛГУ

PERIOD—LUMINOSITY DEPENDENCE FOR THE CLASSIC CEPHEIDS

I. N. LATYSHEV

By means of a method given by the author, the dependence between the period and the luminosity of the classical cepheids is derived $M_V = -1.4 - 2.6 \log P - 0.2 \log^2 P$. It is assumed that there exists a univalued dependence between the color and the surface brightness in cepheids. Contrary to the RR Lyrae type stars, the radiative flux from cepheids may be assumed to be quasi-stationary.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *W. Baade*, Transactions IAU, 8, 397, 1952.
2. *О. А. Мельников*, ПЗ, 12, 320, 1958.
3. *R. P. Kraft*, Ap. J., 134, 616, 1961.
4. *S. C. В. Gaskolgne, G. E. Kron*, MN, 130, 333, 1965.
5. *И. Н. Латышев*, Астрофизика, 2, 355, 1966.
6. *И. Н. Латышев*, Астрон. цирк., 276, 1964.
7. *J. В. Oke*, Ap. J., 133, 90, 1961.
8. Происхождение и эволюция звезд, ИЛ, 1962.
9. *И. Н. Латышева*, Астрон. ж., 41, 666, 1964.
10. *Ю. Н. Ефремов*, ПЗ, 16, 18, 1966.
11. *G. E. Kron*, PASP, 75, 288, 1963.
12. *Б. В. Кукаркин*, Исследование строения и развития звездных систем на основе изучения переменных звезд, Гостехиздат, 1949.
13. *S. Payne-Gaposckina, S. Gaposckin*, Smithsonian Contrib. Astrophys., 9, 205, 1966.
14. *И. Н. Латышева*, Кандидатская диссертация, М., 1964.
15. *P. Oosterhoff*, VAN, 15, 501, 1960.
16. *J. Cuffey*, Ap. J., 92, 303, 1940.
17. *П. Н. Холопов, Ю. Н. Ефремов*, Астрон. цирк., 437, 5, 1967.
18. *J. D. Fernie*, Ap. J., 140, 1482, 1964.
19. *J. Stebbins*, PASP, 65, 384, 1953.
20. *Н. Е. Курочкин*, ПЗ, 16, 10, 1966.
21. *Н. Е. Курочкин*, ПЗ, 15, 68, 1964.
22. *T. D. Kinman*, Roy. Observ. Bulls., 37, 151, 1961.
23. *H. A. Abt*, Ap. J., 130, 824, 1959.
24. *М. С. Фролов*, Кандидатская диссертация, М., 1965.
25. *М. С. Фролов*, ПЗ, 16, 29, 1966.