АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 4 МАЙ, 1968 ВЫПУСК 2

ПРЕДЕЛ МАССЫ ГОРЯЧИХ СВЕРХПЛОТНЫХ УСТОЙЧИВЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

Поступила 22 августа 1967
Исправлена 3 января 1968

Найден предел массы горячих сверхплотных гидродинамически устойчивых конфигураций с постоянной по массе энтропией. Он составляет $\sim 70\,M_{\odot}$ и соответствует центральной плотности $\rho_c \sim 2\cdot 10^{10}$ *г/см* и центральной температуре $T_c \sim 7\cdot 10^{10}$ °К. Рассматривается равновесный химический состав с учетом железа, нейтронов, протонов и ультрарелятивистских электронно-позитронных пар. Для построения модели звезды решались точные уравнения равновесия в общей теории относительности. Гидродинамическая устойчивость проверялась по вариационному принципу Чандрасекара. Показано, что граница тепловой неустойчивости по отношению к излучению нейтрино приблизительно совпадает с границей гидродинамической неустойчивости.

1. *Введение.* Исследование равновесных холодных конфигураций [1—7] привело к построению на плоскости масса M, центральная плотность ρ_c кривой равновесных состояний. Качественный вид этой кривой одинаков у всех авторов и представлен на рис. 1. Кривая $M(\rho_c)$ имеет ряд максимумов и минимумов. Начиная со второго максимума, все экстремумы обусловлены эффектами ОТО и, как показано в [8, 9], все конфигурации за вторым максимумом неустойчивы и рассматриваться здесь не будут. Еще одна область неустойчивости лежит между первым максимумом и минимумом. Остальные конфигурации на этой кривой устойчивы. В звездах до первого максимума сила гравитации уравновешивается давлением вырожденных электронов. Для железной звезды первый максимум характеризуется следующими параметрами $\rho_c \sim 10^{10}$ *г/см*^{3}, $M \sim 1.2\,M_{\odot}$. При больших плотностях неустойчивость наступает из-за нейтронизации и из-за эффектов ОТО [10, 11]. При плотности $\sim 5\cdot 10^{13}$ *г/см*^{3} вещество состоит в основном из нейтронов и звезда

становится устойчивой. Это соответствует первому минимуму на кривой рис. 1 со следующими значениями параметров: $M \sim 0.1\ M_\odot$, $\rho_c \sim 10^{14}$ *г/см*^{3} [6, 12]. До второго максимума $\rho_c \sim 2.10^{15}$ *г/см*^{3}, $M \sim 1.7\ M_\odot$ нейтронные звезды устойчивы. Основной вклад в давление здесь вносит отталкивание барионов. Таким образом, максимальная масса холодной звезды не превышает величины $\sim 1.7\ M_\odot$.

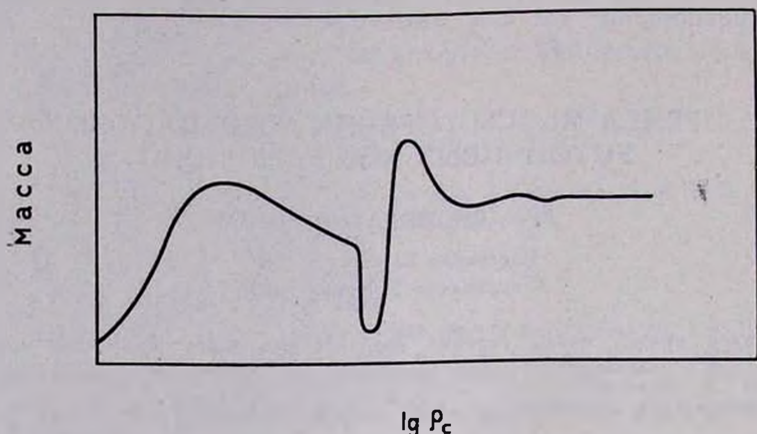

Рис. 1. Кривая качественной зависимости массы M от центральной плотности ρ_c для холодных равновесных конфигураций.

При ненулевых температурах в отсутствие источников энергии будем рассматривать звезды с постоянной по массе энтропией S. Для каждого значения энтропии при $S \neq 0$ можно построить кривую $M_S(\rho_c)$, аналогичную кривой при $S=0$. Как показано в [13], для малых S кривые $M_S(\rho_c)$ будут иметь два максимума и минимум, как и при $S=0$. При увеличении S второй максимум и минимум будут сближаться и сольются в точку перегиба при значении $S = S_{кр}$. При $S > S_{кр}$ все состояния за первым максимумом неустойчивы.

В работах [14—16] исследовалось положение первого максимума в области белых карликов. В [13] получен ход первого максимума во всем интервале масс для равновесного состава железо-гелий-нейтроны-протоны по уравнению состояния работы [17] с постоянной по звезде энтропией.

В настоящей работе для изоэнтропических звезд найдена точка слияния второго максимума с минимумом и получен ход кривой минимумов и вторых максимумов (см. рис. 2). Точка слияния (точка d

рис. 2) характеризуется следующими параметрами $\rho_c = 1.5 \cdot 10^{10}$ *г/см*^{3}, $M = 68\,M_\odot$, $T_c = 7.2 \cdot 10^{10}$ °К. Масса в этой точке является верхним пределом массы горячих сверхплотных гидродинамически устойчивых конфигураций.

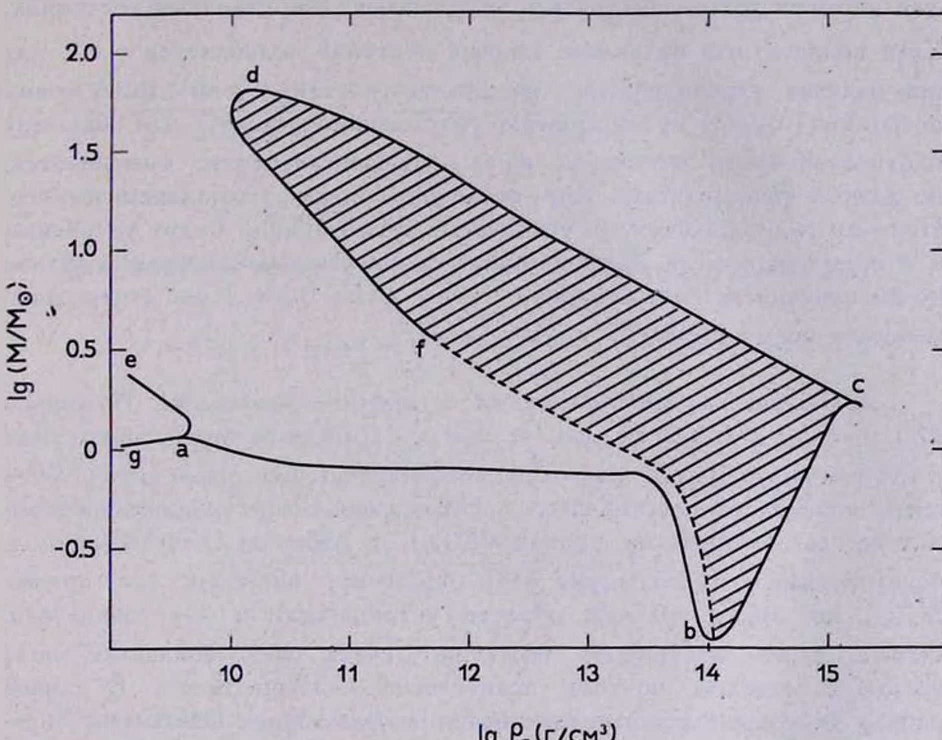

Рис. 2. Равновесные устойчивые конфигурации на плоскости масса M центральная плотность ρ_c. Кривая первых максимумов *ае* получена из усреднения по работам [13—16]. Кривая *gabc* для холодных звезд построена по данным работ [7, 12]. Кривая вторых максимумов *cd* и часть кривой минимумов *df* построена по данным таблицы 1, пунктирная часть *fb* — приближенная интерполяция. Заштрихована область существования равновесных устойчивых конфигураций.

Температура в точке слияния очень велика, поэтому интенсивно идет образование нейтрино и антинейтрино и охлаждение звезды. Если время охлаждения меньше гидродинамического, то, несмотря на механическую устойчивость, звезда будет неустойчива в тепловом смысле, то есть в целом неустойчива. Сравнение гидродинамического времени $t_g = (6\pi G\rho)^{-1/2}$ и времени потери энергии за счет излучения нейтрино

t_ν показывает, что в приближении свободно улетающих нейтрино $t_\nu < t_g$ везде при $T > 3 \cdot 10^{10}$ °К. Но приближение свободно улетающих нейтрино в рассматривающемся здесь интервале параметров неприменимо. Оценки, приведенные в разделе 4, показывают, что оптическая толща τ по отношению к нейтрино (и антинейтрино) везде больше 1 для области гидродинамически устойчивых сверхплотных состояний. Если принять, что излучение энергии нейтрино ослабляется в e^{τ} раз при наличии взаимодействия, то для плотностей $\rho > 10^{11}$ *г/см³* время остывания будет много больше гидродинамического. Для меньших плотностей время остывания из-за излучения нейтрино уменьшается, но даже в точке слияния еще остается больше гидродинамического. Поэтому гидродинамически устойчивые конфигурации будут устойчивы и в тепловом смысле. Однако время жизни таких конфигураций вблизи точки слияния за счет нейтрино очень мало $0.1 \div 1$ *сек* (гидродинамическое время равно $10^{-2} \div 10^{-4}$ *сек*).

2. *Физические предположения и основные уравнения*. На кривой $M_S(\rho_c)$ при $S \neq 0$ так же, как и при $S = 0$ область между минимумом и вторым максимумом является устойчивой. Для изоэнтропических звезд переход от неустойчивых к устойчивым конфигурациям происходит всегда в минимуме кривой $M_S(\rho_c)$, а переход от устойчивых к неустойчивым — в максимуме [18]. Поэтому, построив все кривые $M_S(\rho_c)$, мы сразу получим области устойчивости и неустойчивости. Однако такое построение потребует счета очень большого числа звездных моделей, поэтому практически неосуществимо. В данной работе для определения устойчивости звезды будет использован критерий, полученный впервые Чандрасекаром [19] методом малых возмущений и справедливый в ОТО. Вариационный вывод этого критерия дан в [8]. Физический смысл этого критерия состоит в том, что для устойчивых конфигураций вторая вариация полной энергии для произвольных адиабатических возмущений положительна, а для неустойчивых — отрицательна. Если ε — полная энергия звезды, $\delta^2\varepsilon$ — вторая вариация, E — энергия на один барион (включая энергию покоя), n — плотность барионов, P — давление, r — радиус, c — скорость света, G — гравитационная постоянная, e — полная энергия внутри данного лагранжевого радиуса r, $\delta r(r)$ — произвольная функция возмущения, R — радиус звезды, $\gamma = (\partial \ln P / \partial \ln n)_S$ — показатель адиабаты, то критерий устойчивости имеет вид:

$$\delta^2\varepsilon = 4\pi \exp\left\{-\int_0^R \frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\,\frac{4\pi Gr}{c^4}\,dr\right\}\times$$

$$\times\int_0^R \exp\left\{\int_0^r \frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\,\frac{4\pi Gr}{c^4}\,dr\right\}\left\{\gamma P\left[2\delta r + r\,\frac{d(\delta r)}{dr}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{Ge}{c^4r}\,\frac{1+4\pi r^3P/e}{1-2Ge/c^4r}\,\delta r\right]^2-\frac{(P+En)\,(1+4\pi r^3P/e)^2}{(1-2Ge/c^4r)^2}\left(\frac{Ge}{c^4r}\right)^2(\delta r)^2- \quad (1)$$

$$\left.-4\,\frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\left(1+\frac{2\pi r^3P}{e}\right)\frac{Ge}{c^4r}\,(\delta r)^2\right\}dr>0.$$

Для линейной пробной функции $\delta r = \alpha r$ критерий имеет вид

$$I=\delta^2\varepsilon\Big/\left(4\pi\alpha^2\exp\left\{-\int_0^R\frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\,\frac{4\pi Gr}{c^4}\,dr\right\}\right)=$$

$$=\int_0^R\exp\left\{\int_0^r\frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\,\frac{4\pi Gr}{c^4}\,dr\right\}\left\{\gamma Pr^2\left[3-\frac{Ge}{c^4r}\,\frac{1+4\pi r^3P/e}{1-2Ge/c^4r}\right]^2-\right. \quad (2)$$

$$-\frac{(P+En)\,(1+4\pi r^2P/e)^2}{1-2Ge/c^4r}\left(\frac{Ge}{c^4r}\right)^2r^2-$$

$$\left.-4\,\frac{En+P}{1-2Ge/c^4r}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{4\pi r^3P}{e}\right)\frac{Ge}{c^4r}\,r^2\right\}dr>0.$$

Использование линейной пробной функции является очень хорошим приближением, так как потеря устойчивости происходит сначала у основной гармоники [8]. Для кривой Оппенгеймера-Волкова [3] применение критерия (2) дает точку потери устойчивости, совпадающую с максимумом кривой $M_{S=0}(\rho_c)$ в пределах задаваемой относительной точности равной 10^{-5}, поэтому в данной работе будет использоваться критерий устойчивости в виде (2). Для случая, когда ОТО можно считать малой поправкой, а распределение плотности по радиусу можно задавать политропой с показателем 3, из (2) получаем приближенный критерий, выведенный для этого случая в [14]. Подчеркнем, что критерий гидродинамической устойчивости в виде (1)–(2) применим не только для изоэнтропических звезд, но и для произвольных (например, изотермических) конфигураций, где метод определения устойчивости по максимуму и минимуму кривой $M(\rho_c)$ уже неприменим [14].

В области слияния минимума со вторым максимумом ОТО нельзя считать малой поправкой, поэтому нельзя использовать приближенный энергетический метод [13, 14]. Для построения модели звезды решались уравнения равновесия ОТО [3]

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{(P+En)(e+4\pi r^3 P)}{r^2(1-2Ge/c^4 r)}\frac{G}{c^4}, \tag{3}$$

$$\frac{de}{dr} = 4\pi r^2 En. \tag{4}$$

Предполагается, что ядерные источники энергии исчерпаны и химический состав равновесный. При больших температурах $T > 10^{10}$ °K и плотностях $\rho > 10^{10}$ *г/см*^{3} в равновесии присутствуют только протоны и нейтроны. Но внешние слои звезды имеют плотности и температуры значительно меньшие, поэтому в равновесии появляются другие элементы, в основном это элементы группы железа, как обладающие максимальной энергией связи. В [17] найдены термодинамические функции в области перехода от протонов и нейтронов к железу с учетом гелия. Показано, что гелий присутствует только в узкой полосе на плоскости T, ρ с шириной $\Delta T \simeq 3\cdot10^9$ °K. Использование результатов [17] для решения уравнений (3)—(4) и определения устойчивости (2) затруднительно, поэтому было пренебрежено гелием и рассматривалось равновесие между железом Fe^{56}, протонами и нейтронами. Из результатов [17] видно, что это дает небольшую ошибку. Так как у всех рассматриваемых конфигураций $\rho_c > 10^{10}$ *г/см*^{3}, $T_c > 10^{10}$ °K, электроны и позитроны считались ультрарелятивистскими, учитывалось частичное вырождение. Уравнение состояния и термодинамические функции при этом имеют вид

$$P = kT(n_{Fe}+n_n+n_p)+\frac{1}{3}\sigma T^4 + \\ +\frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 kT(I_{3+}+I_{3-})+6\pi\frac{\hbar^3}{m_p^4 c}\rho^2. \tag{5}$$

$$\frac{E}{m_p} = c^2+\frac{3}{2}(n_{Fe}+n_n+n_p)\frac{kT}{\rho}+ \\ +\frac{\sigma T^4}{\rho}+\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3\frac{kT}{\rho}(I_{3+}+I_{3-})+6\pi\frac{\hbar^3}{m_p^4 c}\rho+\frac{n_n d_1 - n_{Fe} d_2}{\rho}, \tag{6}$$

$$S = \sum_{i=n,\,p,\,Fe} \frac{kn_i}{\rho}\left\{\frac{5}{2} + \ln\left[\left(\frac{A_i m_p kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{g_i}{n_i}\right]\right\} + \\ + \frac{4}{3}\frac{\sigma T^3}{\rho} + \frac{k}{3\pi^2\rho}\left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 [4\,(I_{3+} + I_{3-}) + 3b\,(I_{2+} - I_{2-})], \tag{7}$$

$$n_{\pm} = \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{kT}{\hbar c}\right)^3 I_{2\pm}; \tag{8}$$

$$\rho = \sum_{i=n,\,p,\,Fe} A_i m_p n_i, \qquad \sum_{i=n,\,p,\,Fe} Q_i n_i = n_- - n_+, \quad n = \rho/m_p. \tag{9}$$

Здесь $b = \mu/kT$, μ — химический потенциал электронов, n_p, n_n, n_{Fe}, n_- и n_+ число протонов, нейтронов, ядер железа, электронов и позитронов в единице объема; g_i — статистический вес ядра; $g_n = g_p = 2$, $g_{Fe} = 1$

$$A_n = A_p = 1, \quad A_{Fe} = 56, \quad Q_n = 0, \quad Q_p = 1, \quad Q_{Fe} = 26,$$

k — постоянная Больцмана, $\hbar$ — постоянная Планка, деленная на 2π, m_p — масса протона, σ — постоянная плотности энергии излучения. Последний член в выражении для P и предпоследний в выражении для E представляет собой вклад за счет отталкивания барионов [20]. Расчет холодных равновесных конфигураций с этим выражением для отталкивания барионов сделан в [7]. Первый член в (6) есть энергия покоя единицы массы. Величины

$$-d_1 = (m_p - m_n)\,c^2 \text{ и } d_2 = [Q_{Fe} m_p + (A_{Fe} - Q_{Fe})\,m_n - m_{Fe}]\,c^2$$

есть энергия связи нейтрона и ядра железа. Входящие в (5)—(8) интегралы для ультрарелятивистского случая имеют вид

$$I_{n\pm} = \int_0^\infty \frac{x^n\,dx}{1 + \exp\,(x \pm b)}. \tag{10}$$

При определении равновесного химического состава химический потенциал нейтрино принимался равным нулю [17]. Обоснование этого предположения имеется в [21]. В равновесии n_n и n_{Fe} выражаются через n_p следующим образом [17]:

$$n_n = n_p \exp\,(b - d_1/kT) \\ n_{Fe} = n_p^{56} \exp\,[(d_2 - 30\,d_1)/kT + 30\,b]\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_p kT}\right)^{165/2} \frac{56^{3/2}}{2^{56}}. \tag{11}$$

Решение системы (8)—(11) полностью определяет равновесный химический состав в зависимости от температуры и плотности.

Вычисление интегралов (10), как и в [13], проводилось методом Гаусса. Показатель адиабаты γ вычислялся по формуле

$$\gamma=\left(\frac{\partial\ln p}{\partial\ln\rho}\right)_S=\left[\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho^2\Big/\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_\rho\right]\frac{\rho}{p}. \tag{12}$$

В каждой точке проверялась выполнимость термодинамических тождеств

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_\rho=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_\rho,\quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho=-\rho^2\left(\frac{\partial S}{\partial\rho}\right)_T. \tag{13}$$

3. *Результаты расчетов*. Для нахождения одной модели звезды необходимо проинтегрировать уравнения (3)—(4) от центра к поверхности с уравнением состояния и термодинамическими функциями (5)—(12). Интегрирование проводилось методом Рунге-Кутта. Чтобы выполнялось условие равенства энтропии вдоль звезды, температура на последующем шагу T_n выражается через температуру на предыдущем шагу и соответствующие плотности следующим образом:

$$T_n=T_{n-1}\left(\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}\right)^{\gamma_1},$$

где $\gamma_1=\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln\rho}\right)_S=-\frac{\rho}{T}\left(\frac{\partial S}{\partial\rho}\right)_T\Big/\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_\rho$. Это обеспечивает условие постоянства энтропии вдоль звезды в пределах 2%.

Одновременно с расчетом модели проверялась устойчивость звезды по критерию Чандрасекара с линейной пробной функцией (2) и вычислялось полное число барионов в звезде N по формуле

$$N=4\pi\int_0^R\frac{nr^2dr}{(1-2G\varepsilon/c^4r)^{1/2}}.$$

Счет модели прекращался, если уменьшение плотности в два раза меняло все параметры звезды менее чем на 0.2%.

В приложении (табл. 1) представлены основные результаты расчетов. Полная масса звезды $M=\varepsilon/c^2$, масса покоя барионов $M_n=Nm_p$ — выражены в солнечных массах; I — величина, пропорциональная второй вариации энергии $\delta^2\varepsilon$, характеризующая устойчивость и определенная в (2), выражена в единицах $\varepsilon_0=\sqrt{\frac{\pi}{4}}\,(\hbar^3c^7/G^3(100\,m_e)^4)^{1/2}=556\,M_\odot c^2$,

I_1 — значение подынтегральной функции в правой части (2), отнесенное к $\xi_0 r_0$, где $r_0 = \sqrt{\frac{\pi}{4}} (\hbar^3/cG(100\,m_e)^4)^{1/2} = 817\,км$; R — радиус звезды в $км$, S_c — центральная удельная энтропия в единицах $S_0 = k/m_p = 0.831 \cdot 10^8 \frac{эрг}{г \cdot град}$, T_c — центральная температура в единицах $T_0 = 100\,m_e c^2/k = 5.93 \cdot 10^{11}\,°К$, ρ_c — центральная плотность в единицах $\rho_0 = m_p (100\,m_e c^2/\hbar c)^3/\pi^2 = 2.93 \cdot 10^{12}\,г/см^3$, $np_c = (n_p m_p/\rho)_c$, $nn_c = (n_n m_p/\rho)_c$, $n\,\mathrm{Fe}_c = 56\,(n_{\mathrm{Fe}} m_p/\rho)_c$ — весовые доли протонов, нейтронов, железа в центре, $n1_c = (n_- m_p/\rho)_c$, $n2_c = (n_+ m_p/\rho)_c$ — безразмерные величины, характеризующие число электронов и позитронов в центре звезды; S_k, T_k, ρ_k, γ_k, nn_k, np_k, $n\,\mathrm{Fe}_k$, $n1_k$, $n2_k$ — соответствующие значения в точке, где прекращался счет модели. Из табл. 1 видно, что в пределах точности 2% энтропии в центре и на краю совпадают. На рис. 2 приведены геометрические места минимумов bd и вторых максимумов dc на плоскости $M\,\rho_c$, построенные по данным табл. 1. Кривая $M(\rho_c)$ для $T = 0$ (кривая $gabc$) взята из работ [7, 12] для уравнения состояния при отталкивании барионов [20], используемого и в данной работе. Кривая первых максимумов ae построена по данным работ [13—16]. Левее линии ae и внутри bdc расположены области гидродинамической устойчивости. Граница тепловой устойчивости по оценкам, сделанным в разделе 4, лежит приблизительно в области слияния максимума и минимума — в окрестности точки d, поэтому конфигурации внутри области bdc устойчивы в тепловом смысле.

На рис. 3—6 представлены графики функций $np(r)$, $nn(r)$, $n\,\mathrm{Fe}(r)$, $n1(r)$, $n2(r)$, $I(r)$, $\gamma(r)$ вдоль некоторых звезд на линиях bd и dc. Номера на рис. 3—6 соответствуют номерам моделей в табл. 1. На кривой dc рис. 2 при больших плотностях $\rho > 10^{12}\,г/см^3$ устойчивость теряется за счет эффектов ОТО. При движении к точке слияния d все большую роль в неустойчивости играют реакции переходов железо-нейтроны-протоны. В этом случае в оболочке γ становится меньше 1. На линии bd устойчивость теряется главным образом из-за ядерных переходов для всех плотностей.

Сравнение энергии связи $(M_n - M)\,c^2$ из табл. 1 с результатами работы [13] показывает, что при $M < \sim 15\,M_\odot$ энергия связи в сверхплотном состоянии больше, чем на кривой первых максимумов. Поэтому при $M < \sim 15\,M_\odot$ возможен переход звезды в сверхплотное состояние в отсутствие источников энергии.

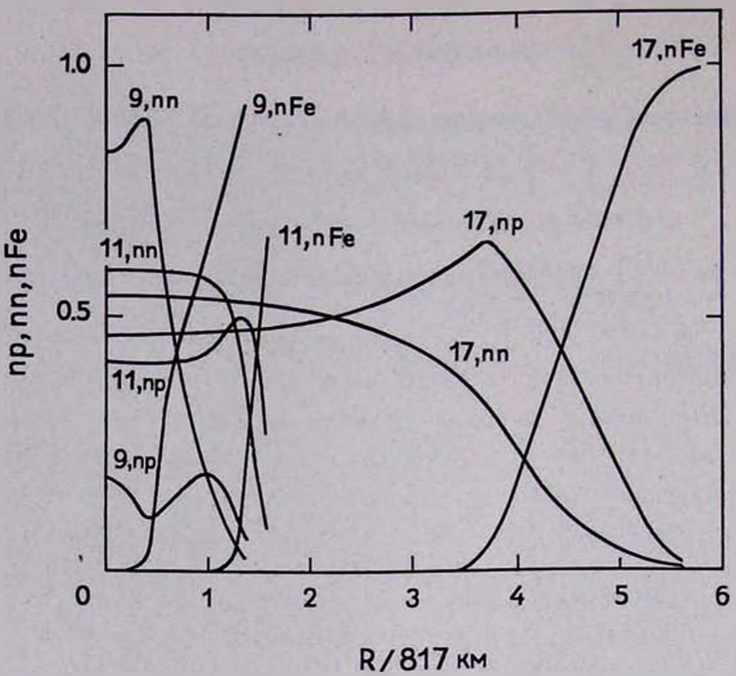

Рис. 3. Зависимость весовых концентраций протонов np, нейтронов nn и железа nFe от радиуса r. Номера соответствуют моделям из табл. 1.

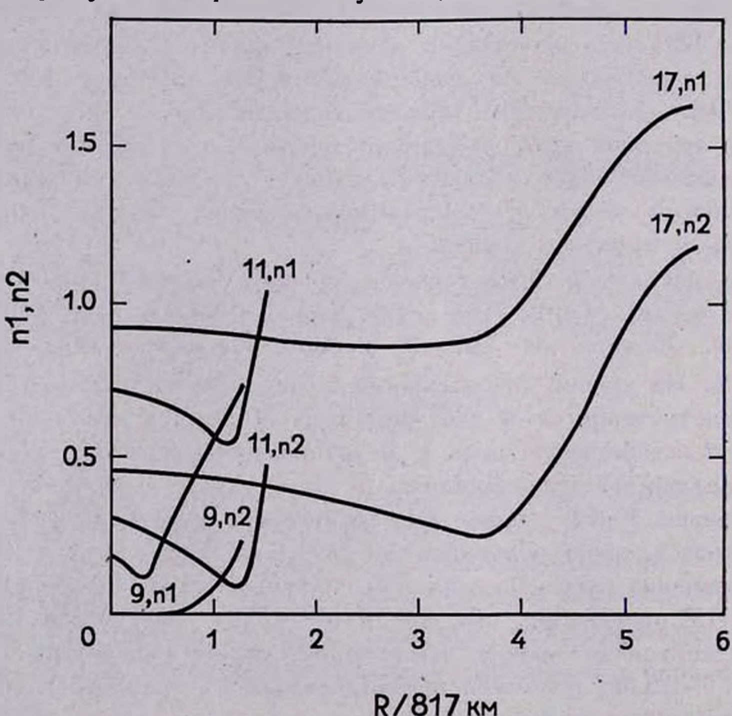

Рис. 4. Зависимость относительного числа электронов $n1=n_{-}m_p/\rho$ и позитронов $n2=n_{+}m_p/\rho$ от радиуса r. Номера соответствуют моделям из табл. 1.

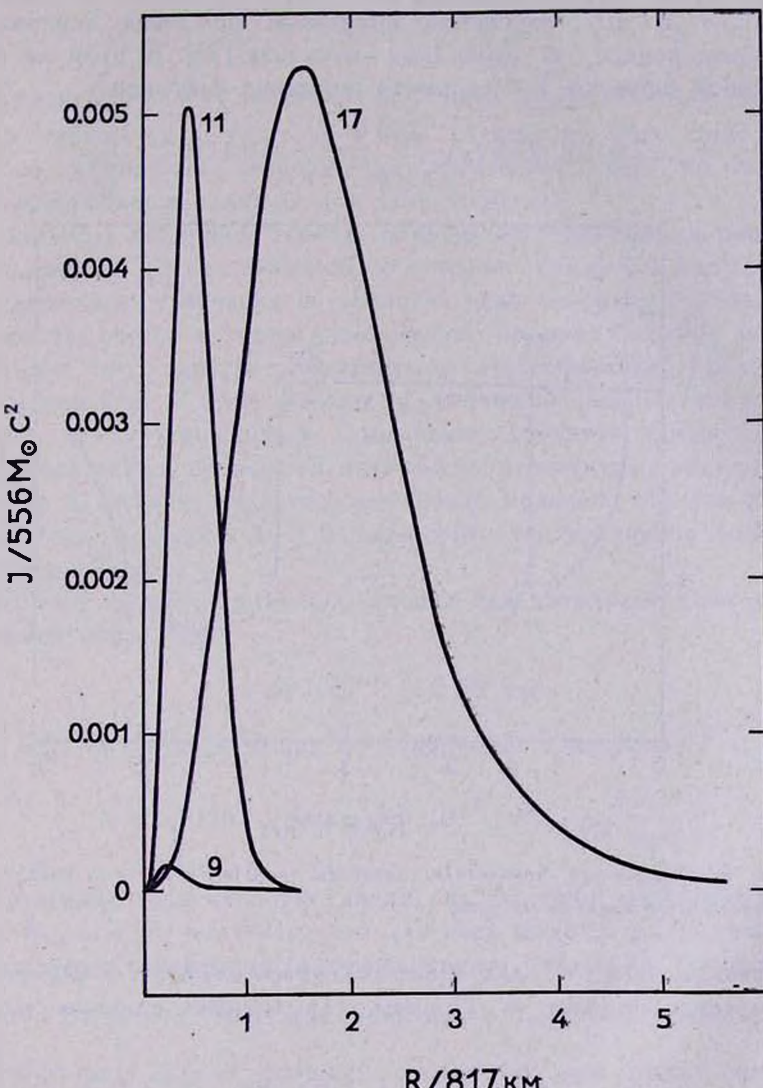

Рис. 5. Зависимость величины I, пропорциональной второй вариации энергии и характеризующей устойчивость звезды (определена в (2)) от радиуса r. Номера соответствуют моделям из табл. 1.

4. *Оценки излучения нейтрино.* В диапазоне температур и плотностей, где существуют гидродинамически устойчивые конфигурации $\rho > 2 \cdot 10^{10}$, $T > 7 \cdot 10^{10}$, основным процессом рождения нейтрино является урка-процесс на свободных нуклонах [22]. В этой же работе [22] имеются формулы для скорости рождения нейтрино ε_ν

$$\varepsilon_\nu = 7.8\ 10^{11}\ T_9^6 \Phi(x)\ \frac{\text{эрг}}{\text{г сек}}, \qquad x = 7.1 \cdot 10^{-5} \frac{\rho}{T_9^3}. \tag{14}$$

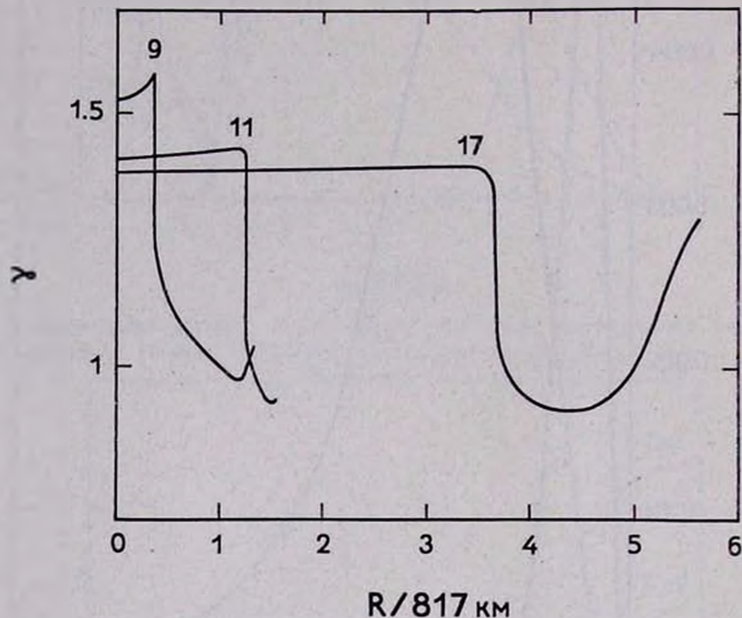

Рис. 6. Зависимость показателя адиабаты $\gamma = (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S$ от радиуса r. Номера соответствуют моделям из табл. 1.

Функция $\Phi(x) = 1$ для невырожденного случая $x = 0$ и медленно уменьшается с ростом x. Примем для энергии единицы массы E_T оценку

$$E_T = 2RT \simeq 2 \cdot 10^{17} T_9 \frac{\text{эрг}}{\text{г}}. \tag{15}$$

Время остывания за счет нейтрино при условии полного ухода всех нейтрино (для $\Phi = 1$)

$$t_\nu \simeq \frac{2.5 \cdot 10^5}{T_9^5}. \tag{16}$$

Гидродинамическое время свободного падения

$$t_g \simeq \frac{450}{\sqrt{\rho}}. \tag{17}$$

Сравнение t_ν и t_g из (16) и (17) показывает, что для всех моделей из табл. 1 $t_\nu < t_g$, $t_\nu/t_g \sim 10^{-2}$. Однако в этих моделях нейтрино нельзя считать свободными. Оптическая толща по отношению к нейтрино больше единицы для этих моделей.

Давление нейтрино всегда меньше их давления в равновесии, составляющего 7/8 от давления излучения. Ввиду относительной малости давления излучения в областях, где нейтрино нельзя считать свободными, принятое здесь приближение не дает большой ошибки.

Кроме того, другие, неучтенные здесь факторы: наличие гиперонов и мезонов в ядре звезды и уточнение закона отталкивания нуклонов, присутствие других химических элементов, кроме Fe^{56} n и p в оболочках звезд, возможная неизоэнтропичность распределения температуры по звезде, вероятно, в гораздо большей степени повлияют на положение кривых рис. 2 и параметры точки слияния минимума и второго максимума.

Примем среднее значение сечения для взаимодействия нейтрино (и антинейтрино) [23]

$$\sigma_\nu = 2 \cdot 10^{-44} (5\,kT)^2 \; см^2. \tag{18}$$

Тогда оптическая толща по отношению к нейтрино

$$\tau_\nu = 0.7 \cdot 10^{24} \sigma \rho R_{эф} = 3.5 \cdot 10^{-15} \rho R_{эф} \left(\frac{kT}{100\, m_e c^2}\right)^2. \tag{19}$$

Принимая эффективную длину, на которой поглощаются нейтрино, $R_{эф} = R/20$, получаем, что для всех моделей оптическая толща по отношению к нейтрино (и антинейтрино) больше 6. Таким образом, $e^{\tau_\nu} \dfrac{t_\nu}{t_g} > 1$ для всех моделей. Величина $e^{\tau_\nu} t_\nu/t_g \gtrsim 1$ для моделей вблизи точки d на рис. 2. Для больших плотностей она резко возрастает, для $\rho = 2.93 \cdot 10^{11}$ $г/см^3$. Толща $\tau_\nu \simeq 100$ и $e^{\tau_\nu} t_\nu/t_g \gg 1$. В этом случае применимо чисто диффузионное приближение для нейтрино, и охлаждение происходит за время, много больше гидродинамического [24, 25].

Время жизни звезды в сверхплотном горячем состоянии, хотя и гидродинамически устойчивом, за счет излучения нейтрино не превышает нескольких секунд. Эта величина очень мала в смысле привычных нам масштабов времени жизни звезд, исчисляемых миллионами

Таблица 1

N	1	2	3	4	5	6	7
ρ_c/ρ_0	100	100	15	15	5	5	1
T_c/T_0	1.57	1.627	1.05	1.1	0.81	0.82	0.54
S_c/S_0	4.82	4.99	7.12	7.47	8.54	8.66	10.8
γ_c	1.60	1.59	1.49	1.48	1.455	1.45	1.43
$M/M_\odot$	2.91	3.03	5.68	6.18	8.49	8.72	15.0
$M_n/M_\odot$	2.974	3.09	5.75	6.24	8.574	8.796	15.1
$R_{\text{км}}$	38.6	40.2	120.7	103	215	193	408
np_c	0.206	0.217	0.276	0.290	0.310	0.314	0.353
nn_c	0.794	0.783	0.274	0.710	0.689	0.686	0.647
$n\,\mathrm{Fe}_c$	0	0	0	0	0	0	0
$n1_c$	0.226	0.239	0.331	0.358	0.399	0.407	0.5075
$n2_c$	0.0192	0.0227	0.055	0.0678	0.082	0.0931	0.155
I/ε_0	$7.67\cdot10^{-5}$	$-5.17\cdot10^{-6}$	$4.63\cdot10^{-5}$	$-8.96\cdot10^{-5}$	$2.04\cdot10^{-5}$	$-2.12\cdot10^{-5}$	$1.34\cdot10^{-5}$
I_1r_0/ε_0	$-1.27\cdot10^{-3}$	$-1.01\cdot10^{-3}$	$-9.8\cdot10^{-6}$	$-1.32\cdot10^{-3}$	$-8.59\cdot10^{-6}$	$-1.22\cdot10^{-4}$	$-1.13\cdot10^{-4}$
ρ_k/ρ_0	$3.47\cdot10^{-2}$	$2.49\cdot10^{-2}$	$5.57\cdot10^{-5}$	$7.70\cdot10^{-3}$	$1.99\cdot10^{-5}$	$2.96\cdot10^{-4}$	$8.45\cdot10^{-5}$
T_k/T_0	0.0340	0.0329	0.0175	0.0352	0.0156	0.0220	0.0195
S_k/S_0	4.82	5.01	7,12	7.55	8.66	8.67	10.8
γ_k	1.24	1.22	1.01	1.58	0.956	1.08	1.04
np_k	$6.59\cdot10^{-3}$	$8.85\cdot10^{-3}$	0.171	0.1	0.176	0.2	0,332
nn_k	0.819	0.801	0.149	0.9	0.0763	0.488	0.359
$n\mathrm{Fe}_k$	0.174	0.190	0.680	$5.32\cdot10^{-11}$	0.748	0.311	0.3095
$n1_k$	0.0876	0.0980	0.537	0.101	0.687	0.354	0.519
$n2_k$	$8.63\cdot10^{-6}$	$1.47\cdot10^{-5}$	0.0502	$6.12\cdot10^{-4}$	0.165	$9.23\cdot10^{-3}$	0.0436

Таблица 1 (продолжение)

N	8	9	10	11	12	13	14
ρ_c/ρ_0	1	0.1	0.1	0.1	0.01	0.01	0.01
T_c/T_0	0.55	0.133	0.25	0.295	0.1115	0.145	0.154
S_c/S_0	11.0	7.62	11.9	14.5	12.6	16.9	18.4
γ_c	1.425	1.52	1.425	1.40	1.43	1.39	1.39
$M/M_\odot$	15.8	4.76	19.5	33.2	22.2	51.6	64.8
$M_n/M_\odot$	15.85	4.78	19.6	33.4	22.3	51.7	64.95
R_{km}	364	1070	1090	1250	3070	4820	3550
np_c	0.358	0.176	0.361	0.405	0.369	0.437	0.449
nn_c	0.642	0.824	0.639	0.595	0.631	0.563	0.551
$n\mathrm{Fe}_c$	0	0	0	0	0	0	0
$n1_c$	0.525	0.184	0.512	0.705	0.491	0.807	0.9175
$n2_c$	0.167	0.00812	0.151	0.300	0.122	0.370	0.468
I/ε_0	$-4.13\cdot10^{-5}$	$1.04\cdot10^{-6}$	$3.08\cdot10^{-4}$	$1.36\cdot10^{-5}$	$6.04\cdot10^{-6}$	$1.99\cdot10^{-4}$	$1.4\cdot10^{-5}$
I_1r_0/ε_0	$-5.98\cdot10^{-4}$	$-4.47\cdot10^{-6}$	$-4.47\cdot10^{-5}$	$-6.45\cdot10^{-5}$	$-2.17\cdot10^{-5}$	$-1.07\cdot10^{-4}$	$-5.69\cdot10^{-5}$
ρ_k/ρ_0	$4.72\cdot10^{-4}$	$9.31\cdot10^{-6}$	10^{-5}	$8.22\cdot10^{-6}$	$3.44\cdot10^{-6}$	$4.65\cdot10^{-6}$	$1.72\cdot10^{-6}$
T_k/T_0	0.0255	0.0133	0.0148	0.0148	0.0118	0.0137	0.0108
S_k/S_0	11.1	7.68	12.0	14.5	12.7	16.9	18.5
γ_k	1.50	1.04	0.935	0.925	1.165	0.971	1.25
np_k	0.294	0.0554	0.209	0.262	0.0342	0.187	0.0183
nn_k	0.706	0.0146	0.0625	0.0729	0.00544	0.0395	0.00215
$n\mathrm{Fe}_k$	$0.27\cdot10^{-12}$	0.930	0.728	0.665	0.960	0.774	0.980
$n1_k$	0.304	0.753	0.909	1.04	1.14	1.30	1.59
$n2_k$	0.0107	0.266	0.362	0.472	0.661	0.750	1.16

Таблица 1 (окончание)

N	15	16	17	18	19	20	21
ρ_c/ρ_0	0.005	0.005	0.005	0.003	0.003	0.002	0.002
T_c/T_0	0.1015	0.115	0.122	0.1	0.10092	0.08	0.08725
S_c/S_0	14.81	17.3	18.7	18.25	18.5	16.5	18.4
γ_c	1.41	1.39	1.39	1.39	1.39	1.40	1.39
$M/M_\odot$	35.7	54.8	68.7	64.45	66.7	48.6	66.65
$M_n/M_\odot$	35.8	54.95	68.9	64.7	66.9	48.7	66.85
R_{km}	3910	4190	4610	5090	5100	4860	5685
np_c	0.417	0.446	0.458	0.460	0.462	0.449	0.467
nn_c	0.583	0.554	0.542	0.540	0.538	0.551	0.533
$n\mathrm{Fe}_c$	0	0	0	0	0	0	0
$n1_c$	0.636	0.812	0.9195	0.871	0.887	0.7345	0.873
$n2_c$	0.219	0.366	0.462	0.410	0.4255	0.285	0.406
I/ε_0	$1.46\cdot10^{-5}$	$1.13\cdot10^{-4}$	$4.27\cdot10^{-5}$	$1.08\cdot10^{-5}$	$2.26\cdot10^{-5}$	-10^{-4}	$-7.16\cdot10^{-5}$
I_1r_0/ε_0	$-4.29\cdot10^{-5}$	$-6.22\cdot10^{-5}$	$-5.68\cdot10^{-5}$	$-7.88\cdot10^{-5}$	$-8.47\cdot10^{-5}$	$-1.23\cdot10^{-4}$	$-9.69\cdot10^{-5}$
ρ_k/ρ_0	$3.04\cdot10^{-6}$	$2.26\cdot10^{-6}$	$1.42\cdot10^{-6}$	$2.12\cdot10^{-6}$	$2.16\cdot10^{-6}$	$4.72\cdot10^{-6}$	$2.39\cdot10^{-6}$
T_k/T_0	0.0120	0.0115	0.0103	0.0115	0.0116	0.0136	0.0119
S_k/S_0	14.9	17.3	18.9	18.3	18.5	16.5	18.5
γ_k	1.145	1.19	1.29	1.19	1.18	0.975	1.15
np_k	0.0473	0.0359	0.00911	0.0374	0.0420	0.179	0.0575
nn_k	0.00742	0.00496	0.000933	0.00508	0.00532	0.0379	0.00851
$n\mathrm{Fe}_k$	0.945	0.959	0.990	0.9575	0.952	0.783	0.934
$n1_k$	1.29	1.48	1.63	1.555	1.57	1.27	1.55
$n2_k$	0.805	1.00	1.16	1.07	1.08	0.733	1.055

и миллиардами лет, но это время может оказаться достаточным для протекания на фоне гидродинамически устойчивого состояния, существующего несколько секунд, еще более быстрых гидродинамических процессов, длительность которых $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$ *сек*, например, распространения и отражения ударных волн [24, 25].

Приношу глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу за постановку задачи и обсуждение.

Институт прикладной математики
АН СССР

THE LIMITING MASS OF A HOT SUPERDENSE HYDRODYNAMICALLY STABLE CONFIGURATIONS

G. S. BISNOVATY-KOGAN

The limiting mass of hot superdense hydrodynamically stable configurations is found, the entropy per unit mass being constant. This limit is equal to $\sim 70\, M_{\odot}$ and corresponds to the central density $\rho_c \cong 2 \cdot 10^{10}$ *g/cm*^{3} and the central temperature $T_c \cong 7 \cdot 10^{10}$ °K. The equilibrium chemical composition is considered by taking into account iron, neutrons, protons and ultrarelativistic pairs. The model of star is constructed by solving the exact equilibrium equations of the general relativistic theory.

Hydrodynamic stability is controlled by the Chandrasekhar's variational principle. It is shown, that the boundary of the thermal stability against the neutrino radiations approximately coincides with that of the hydrodynamic stability.

ЛИТЕРАТУРА

1. *L. Landau*, Zs. Phys. Sowjetunion, 1, 285, 1932.
2. *С. Чандрасекар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, 1950.
3. *J. Oppenheimer, G. Volkoff*, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
4. *A. Cameron*, Ap. J., 130, 884, 1959.
5. *В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян*, Вопросы космогонии, 9, 91, 1963.
6. *Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян*, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
7. *C. Juman*, Ap. J., 141, 187, 1965.
8. *Дж. Уиллер, Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн*, Теория гравитации и гравитационный коллапс, Мир, 1967.
9. *Н. А. Дмитриев, С. А. Холин*, Вопросы космогонии, 9, 254, 1963.
10. *С. А. Каплан*, Уч. зап. Львовского ун-та, 15, 109, 1949.
11. *A. Baglin*, Compt. Rend., 258, 5801, 1964.
12. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Усп. физ. наук, 84, 377, 1964.
13. *Г. С. Бисноватый-Коган, Я. М. Каждан*, Астрон. ж., 43, 761, 1966.

14. *Г. С. Бисноватый-Коган*, Астрон. ж., 43, 89, 1966.
15. *A. Baglin*, Compt. Rend., 260, 2424, 1965.
16. *A. Baglin*, Ann. d'Astrophys., 29, 103, 1966.
17. *В. С. Имшенник, Д. К. Надежин*, Астрон. ж., 42, 1154, 1965.
18. *Я. Б. Зельдович*, Вопросы космогонии, 9, 157, 1963.
19. *S. Chandrasekhar*, Ap. J., 140, 417, 1964.
20. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 41, 1609, 1961.
21. *В. С. Имшенник, Д. К. Надежин, В. С. Пинаев*, Астрон. ж., 43, 1215, 1966.
22. *В. С. Имшенник, Д. К. Надежин, В. С. Пинаев*, Астрон. ж., 44, 768, 1967.
23. *J. Bahcall*, Phys. Rev., 136, B 1164, 1964; 136, B 1547, 1964.
24. *S. A. Colgate, R. H. White*, Ap. J., 143, 626, 1966.
25. *D. Arnett*, Canad. J. of Phys., 45, 1621, 1967.