К ТЕОРИИ ДИФФУЗИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ
С ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРАНИЦЕЙ

В. В. ЛЕОНОВ

Поступила 16 декабря 1967

Рассмотрена задача о рассеянии света в однородной полубесконечной среде с движущейся границей. Найдены асимптотические выражения для вероятности выхода и вероятности отражения кванта от среды. Полученные результаты применены к теории свечения новых звезд.

Исследование ряда астрофизических проблем приводит к задаче о диффузии излучения в среде, оптические свойства которой зависят от времени. Такая задача возникает, например, при изучении атмосфер нестационарных звезд, структуры ударных волн с излучением, свечения новых звезд на ранних этапах вспышки.

Впервые задачи теории рассеяния света в нестационарной среде были рассмотрены в работах С. А. Каплана, И. А. Климишина и В. Н. Сиверса [1, 2]. Авторы этих работ, применяя вероятностный метод В. В. Соболева [3], написали интегральные уравнения для вероятности выхода кванта из среды с движущейся границей. В [1] из этих уравнений было получено и решено уравнение для $P(\tau)$ — полной вероятности выхода из среды кванта, поглощенного на оптической глубине τ . В [2] найдены и решены более общие, чем в [1], уравнения для $P(\tau)$ и $Z(\tau)$ — среднего времени пребывания кванта в среде после поглощения его на глубине τ . Позднее С. А. Каплан [4] записал основные уравнения теории переноса излучения в нестационарной среде как для одномерной, так и для трехмерной задачи в случае произвольного закона изменения оптической глубины с течением времени. В дальнейшем И. Н. Минин [5] нашел некоторые точные решения задачи о рассеянии света в среде, оптическая глубина в каждой точке которой изменяется с течением времени по экспоненциальному закону.

Отметим, что задача о рассеянии света в нестационарной среде рассматривалась также с применением принципа инвариантности [6, 7]. В [7] этим методом были найдены уравнения для коэффициентов отражения и пропускания света слоем конечной оптической толщины с движущейся границей.

В настоящей заметке рассматривается задача о диффузии излучения в одномерной полубесконечной среде с изотропным рассеянием, граница которой движется с постоянной скоростью. При движении границы оптическая глубина каждой точки среды с течением времени непрерывно изменяется, причем в каждый данный момент времени оптическая глубина отсчитывается от положения границы в тот же момент. В соответствии с методом В. В. Соболева наша задача может быть сформулирована так: найти $p(\tau, t)$ — вероятность того, что квант света, поглощенный в среде на оптической глубине τ (отсчитываемой от положения границы в момент поглощения), выйдет из среды через время t после поглощения.

1. *Основные уравнения.* В теории диффузии излучения в нестационарной среде основное значение имеет средняя длительность пребывания кванта в среде. При этом, если среднее время пребывания кванта в среде мало по сравнению с промежутком времени, в течение которого оптические свойства среды заметно меняются, то можно пользоваться методами теории нестационарного поля излучения в стационарной среде. В других случаях, когда за средний промежуток времени пребывания кванта в среде происходит сильное изменение оптических свойств среды, необходимо специальное рассмотрение процессов диффузии излучения в нестационарной среде.

При диффузии квант затрачивает время непосредственно на акт рассеяния, а также некоторый промежуток времени находится в пути между двумя последовательными рассеяниями. В соответствии с этим удобно различать два крайних случая: 1) когда квант большую часть времени проводит в поглощенном состоянии (среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии обозначим через t_1), а временем пробега кванта между двумя рассеяниями можно пренебречь; 2) когда квант большую часть времени проводит в пути между рассеяниями (среднее время пребывания кванта в пути между двумя последовательными рассеяниями обозначим через t_2), а временем пребывания кванта в поглощенном состоянии можно пренебречь. Эти предельные случаи охватывают большинство возможных применений теории. В дальнейшем мы будем считать $t_1 \gg t_2$, что соответствует, например, физическим условиям в атмосферах звезд.

Интегральные уравнения задачи о свечении полубесконечной среды с движущейся границей были получены в [1].

Введем безразмерное время $u = t/t_1$. Обозначим через v безразмерную скорость движения границы, определенную по формуле

$$v = - \frac{d\tau}{du}. \quad (1)$$

Из (1) видно, что если граница движется внутрь среды и оптическая глубина каждой точки среды уменьшается со временем, скорость считается положительной, в случае движения границы от среды скорость отрицательна. Как уже отмечалось, мы рассмотрим случай движения границы среды с постоянной скоростью v , так что изменение оптической глубины каждой точки с течением времени определяется формулой

$$\tau(u) = \tau(0) - vu. \quad (2)$$

Далее, будем считать, что вероятность излучения кванта в промежутке безразмерного времени от u до $u + du$ после его поглощения равна $e^{-u} du$.

Интегральные уравнения при $p(\tau, u)$ имеют различный вид для $\tau > vu$ и $\tau < vu$. При $\tau > vu$ уравнение записывается так:

$$p(\tau, u) = \frac{\lambda}{2} e^{-\tau - u + vu} + \frac{\lambda}{2} \int_0^u e^{-u'} du' \int_0^\infty e^{-|\tau - \tau' - vu'|} p(\tau', u - u') d\tau', \quad (3)$$

при $\tau \leq vu$ —

$$p(\tau, u) = \frac{\lambda}{2} e^{-u} + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau/v} e^{-u'} du' \int_0^\infty e^{-|\tau - \tau' - vu'|} p(\tau', u - u') d\tau' + \frac{\lambda}{2} \int_{\tau/v}^u e^{-u'} du' \int_0^\infty e^{-\tau'} p(\tau', u - u') d\tau', \quad (4)$$

где λ есть вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния.

В уравнении (3) первый член правой части описывает выход кванта из среды после первого рассеяния, второй — многократное рассеяние. Слагаемые vu и vu' в показателях экспонент учитывают изменение оптических глубин при движении границы. Особенностью случая $\tau < vu$ является то, что квант света, пробывший в поглощенном состоянии время, большее чем τ/v , будет вынесен из рассеивающей

среды вместе с атомом. В (4) первый член описывает излучение вынесенного кванта в сторону, противоположную среде, второй — многократное рассеяние кванта, испущенного за время, меньшее τ/v , третий — вероятность того, что квант света, вынесенный из среды в поглощенном состоянии, будет переизлучен в ее сторону и в результате последующих рассеяний опять выйдет из среды.

Интегральным уравнениям (3, 4) соответствует следующее дифференциальное уравнение

$$v \frac{\partial^3 p(\tau, u)}{\partial \tau^3} + \frac{\partial^3 p(\tau, u)}{\partial \tau^2 \partial u} + \frac{\partial^2 p(\tau, u)}{\partial \tau^2} - v \frac{\partial p(\tau, u)}{\partial \tau} - \frac{\partial p(\tau, u)}{\partial u} (1 - \lambda) p(\tau, u) = 0. \quad (5)$$

Граничных и начальных условий не приводим, так как в дальнейшем они не понадобятся. Уравнение (5) может быть решено методом разделения переменных, однако мы будем искать функцию $p(\tau, u)$, используя операционный метод, основанный на преобразовании Лапласа.

2. *Движение границы внутрь среды.* Умножая (3,4) на $e^{-su} du$ и интегрируя по u , находим интегральное уравнение для $\bar{p}(\tau, s)$

$$\begin{aligned} \bar{p}(\tau, s) = & \frac{\lambda}{2(1+s-v)} \left[e^{-\tau} - \frac{v}{1+s} e^{-\frac{1+s}{v}\tau} \right] + \\ & + \frac{\lambda}{2(1+s-v)} \int_0^{\tau} e^{-(\tau-\tau')} \bar{p}(\tau', s) d\tau' + \\ & + \frac{\lambda}{2(1+s+v)} \int_{\tau}^{\infty} e^{-(\tau'-\tau)} \bar{p}(\tau', s) d\tau' - \\ & - \frac{\lambda v}{(1+s)^2 - v^2} \int_0^{\tau} e^{-\frac{1+s}{v}(\tau-\tau')} \bar{p}(\tau', s) d\tau' + \\ & + \frac{\lambda v}{2(1+s)(1+s+v)} e^{-\frac{1+s}{v}\tau} \int_0^{\infty} e^{-\tau'} \bar{p}(\tau', s) d\tau', \quad (6) \end{aligned}$$

где

$$\bar{p}(\tau, s) = \int_0^{\infty} e^{-su} p(\tau, u) du. \quad (7)$$

Из уравнения (6) можно получить следующее дифференциальное уравнение для определения $\bar{p}(\tau, s)$

$$\frac{d^3 \bar{p}(\tau, s)}{d\tau^3} + \frac{1+s}{v} \frac{d^2 \bar{p}(\tau, s)}{d\tau^2} - \frac{d \bar{p}(\tau, s)}{d\tau} - \frac{1+s-\lambda}{v} \bar{p}(\tau, s) = 0 \quad (8)$$

и граничные условия, которые мы приводить не будем, так как постоянные интегрирования удобнее определить непосредственно из интегрального уравнения (6).

Положив в (6) и (8) $s=0$, мы получим соответствующие уравнения для вероятности выхода из среды в любой момент времени кванта, поглощенного на глубине τ , найденные в [1].

Из (8) следует, что решение имеет вид

$$\bar{p}(\tau, s) = \sum_{i=1}^3 C_i e^{-k_i \tau}, \quad (9)$$

где C_i — постоянные интегрирования, а k_i — корни характеристического уравнения

$$k^3 - \frac{1+s}{v} k^2 - k + \frac{1+s-\lambda}{v} = 0, \quad (10)$$

соответствующего дифференциальному уравнению (8). Решение (10) и исследование его корней показывает, что один корень этого уравнения отрицателен и должен быть отброшен, так как при $\tau \rightarrow \infty$ решение (8) должно оставаться ограниченным. Два других корня могут быть записаны так

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{3v} \left\{ 1+s + 2\sqrt{(1+s)^2 + 3v^2} \times \right. \\ &\times \cos \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{2} \frac{2(1+s)^3 + 9v^2[3\lambda - 2(1+s)]}{[(1+s)^2 + 3v^2]^{3/2}} \left. \right\}, \\ k_2 &= \frac{1}{3v} \left\{ 1+s - 2\sqrt{(1+s)^2 + 3v^2} \times \right. \\ &\times \cos \left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{2} \frac{2(1+s)^3 + 9v^2[3\lambda - 2(1+s)]}{[(1+s)^2 + 3v^2]^{3/2}} \right] \left. \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Для определения постоянных C_i подставим (9) в интегральное уравнение (6), проинтегрируем и приравняем нулю коэффициенты при различных k экспонентах. Коэффициенты при $e^{-k_i \tau}$ дадут опять уравне-

ние (10), а из коэффициентов при $e^{-\tau}$ и $e^{-\frac{1+s}{v}\tau}$ получим систему уравнений для определения C_1 и C_2 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{1-k_1} + \frac{C_2}{1-k_2} &= 1 \\ \frac{C_1}{1+k_1} \frac{1+s+vk_1}{1+s-vk_1} + \frac{C_2}{1+k_2} \frac{1+s+vk_2}{1+s-vk_2} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Решая систему (12) и подставляя найденные C_1 и C_2 в (9), получаем

$$\begin{aligned} \bar{p}(\tau, s) &= k_2 \frac{1-k_1^2}{k_2-k_1} \frac{1+s-vk_1}{1+s+vk_1k_2} e^{-k_1\tau} + \\ &+ k_1 \frac{1-k_2^2}{k_1-k_2} \frac{1+s-vk_2}{1+s+vk_1k_2} e^{-k_2\tau}, \end{aligned} \quad (13)$$

точное лапласовское изображение функции $p(\tau, u)$. Переход от изображения к оригиналу решает поставленную задачу. Знание функции $p(\tau, u)$ позволяет найти интенсивность выходящего из среды излучения при любых действующих на среду источниках излучения.

С функцией $p(\tau, u)$ связана функция

$$\rho(u) = \int_0^{\infty} e^{-\tau} p(\tau, u) d\tau, \quad (14)$$

определяющая вероятность отражения кванта от среды через промежуток времени u после падения на нее. Применяя к (14) преобразование Лапласа, имеем

$$\bar{\rho}(s) = \int_0^{\infty} e^{-\tau} \bar{p}(\tau, s) d\tau. \quad (15)$$

Подставив (13) в (15), находим

$$\bar{\rho}(s) = \frac{2}{1 + \frac{v}{1+s} k_1 k_2} - 1. \quad (16)$$

Точное обращение как (13), так и (16) представляет значительные трудности. Поэтому здесь мы получим асимптотические выражения оригиналов $p(\tau, u)$ и $\rho(u)$, обращая соответствующие разложения изображений $\bar{p}(\tau, s)$ и $\bar{\rho}(s)$.

В случае чистого рассеяния ($\lambda = 1$), что соответствует условиям в атмосферах звезд, $s \ll 1$ и малых значениях скорости движения границы среды v из (11) получаем

$$k_1 = \frac{1}{v}, \quad k_2 = \sqrt{s + v^2/4} - \frac{v}{2}. \quad (17)$$

В этом случае (13) принимает вид

$$\bar{p}(\tau, s) = \left(1 - \sqrt{s + \frac{v}{2}} + \frac{v}{2}\right) e^{-\left(\sqrt{s + v^2/4} - \frac{v}{2}\right)\tau} - v \frac{\sqrt{s}}{1 + \sqrt{s}} e^{-\frac{\tau}{v}}. \quad (18)$$

Обращая (17), находим асимптотическую формулу для $p(\tau, u)$, справедливую для $u \gg 1$ и $u \gg \tau^2$

$$p(\tau, u) = \frac{1 + \left(1 + \frac{v}{2}\right)\tau}{2u\sqrt{\pi u}} e^{-\frac{v^2}{4}u + \frac{\tau}{2}} + \frac{v}{2\pi\sqrt{\pi u}} e^{-\frac{\tau}{v}}. \quad (19)$$

Подставив (17) в (16), получаем

$$\bar{\rho}(s) = \frac{2}{1 + \sqrt{s + v^2/4} - \frac{v}{2}} - 1. \quad (20)$$

Путем применения метода контурного интегрирования приходим к асимптотическому выражению для $\rho(u)$

$$\rho(u) = \frac{e^{-\frac{v^2}{4}u}}{(1 - v)u\sqrt{\pi u}}. \quad (21)$$

Приведем здесь выражение функции $\rho(u)$ для случая $v \gg 1$. В этом случае

$$\rho(u) = \frac{\lambda}{2} e^{-(1 - \frac{\lambda}{2})u}. \quad (22)$$

Эта формула следует из (11) и (16). Однако ее можно легко получить непосредственно из физических соображений. Формула (22) согласуется с асимптотической оценкой $\rho(u)$ при больших v , функциональный вид которой был указан С. А. Капланом в [4].

3. *Движение границы от среды.* Этот случай описывается интегральным уравнением (3), где v следует заменить на $-v$. Применяя к (3) преобразование Лапласа, получаем интегральное уравнение для $\bar{p}(\tau, s)$

$$\begin{aligned} \bar{p}(\tau, s) = & \frac{\lambda}{2(1+s+v)} e^{-\tau} + \frac{\lambda}{2(1+s+v)} \int_0^{\tau} e^{-(\tau-\tau')} \bar{p}(\tau', s) d\tau' + \\ & + \frac{\lambda}{2(1+s+v)} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} e^{-(\tau-\tau')} \bar{p}(\tau', s) d\tau' - \\ & - \frac{\lambda v}{(1+s)^2 - v^2} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\infty} e^{-\frac{1+s}{v}(\tau-\tau')} \bar{p}(\tau', s) d\tau', \end{aligned} \quad (23)$$

которому соответствует дифференциальное уравнение, отличающееся от (8) только знаком v . Из трех корней его характеристического уравнения положителен только один

$$\begin{aligned} k_3 = & -\frac{1}{3v} \left\{ 1 + s - 2\sqrt{(1+s)^2 + 3v^2} \times \right. \\ & \left. \times \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{2} \frac{2(1+s)^3 + 9v^2[3\lambda - 2(1+s)]}{[(1+s)^2 + 3v^2]^{3/2}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Определяя постоянную интегрирования из уравнения (23), получаем

$$\bar{p}(\tau, s) = (1 - k_3) e^{-k_3 \tau}. \quad (25)$$

При $s \ll 1$, $\lambda = 1$ и малых v из (25) находим

$$\bar{p}(\tau, s) = \left(1 - \sqrt{s + v^2/4} - \frac{v}{2} \right) e^{-\left(\sqrt{s + v^2/4} + \frac{v}{2} \right) \tau}. \quad (26)$$

Обращение (26) дает асимптотическое выражение $p(\tau, u)$, справедливое для $u \gg 1$ и $u \gg \tau^2$

$$p(\tau, u) = \frac{1 + \left(1 - \frac{v}{2} \right) \tau}{2u \sqrt{\pi u}} e^{-\frac{v^2}{4} u - \frac{v}{2} \tau}. \quad (27)$$

Формула для вероятности отражения кванта от среды в этом случае отличается от (21) лишь знаком v .

Отметим интересное следствие, вытекающее из (26). Положим в (26) $s = 0$ и обозначим $\bar{p}(\tau, 0) \equiv P(\tau)$ — полную вероятность выхода из среды кванта, поглощенного на глубине τ .

Получаем

$$P(\tau) = (1 - v) e^{-v\tau}, \quad (28)$$

то есть в случае движения границы от среды даже при $\lambda = 1$ полная вероятность выхода из среды кванта, поглощенного на глубине τ , меньше единицы; это приводит к „пленению“ части квантов средою. Указанный эффект ранее был отмечен И. Н. Мининым при решении задачи о диффузии квантов в среде, оптическая глубина в каждой точке которой меняется с течением времени по экспоненциальному закону [5]. Очевидно, возможность „пленения“ квантов средою приводит к тому, что и полная вероятность отражения кванта от среды — альbedo среды A , определяемая формулой

$$A = \int_0^{\infty} e^{-\tau} P(\tau) d\tau, \quad (29)$$

оказывается меньше единицы. Подставляя (28) в (29), находим

$$A = 1 - 2\nu. \quad (30)$$

При больших ν $P(\tau)$ имеет вид

$$P(\tau) = \frac{e^{-\tau}}{2\nu}. \quad (31)$$

Из (29) и (31) получим для этого случая

$$A = \frac{1}{4\nu}. \quad (32)$$

Как следовало ожидать, при $\nu \gg 1$ эффект „пленения“ становится очень существенным.

4. *Свечение Новой при выбрасывании вещества.* Согласно наиболее разработанному к настоящему времени представлению о природе Новых (см. напр. [8]), в самом начале вспышки от звезды отделяется мощная оболочка. При отделении оболочки обнажаются горячие слои звездной атмосферы, что приводит к резкому увеличению светимости звезды, нарушению лучистого равновесия в атмосфере. В результате нестационарного процесса высвечивания энергии из внешних слоев звезда постепенно возвращается к состоянию с нормальной светимостью.

Сброшенная оболочка, расширяясь и постепенно уменьшая свою оптическую толщину, к моменту времени для „средней“ Новой порядка 10^6 сек после начала вспышки становится прозрачной в частотах непрерывного спектра, открывая для наблюдения процессы, происходящие в полости. В этот момент наблюдаемый блеск Новой до-

стигает максимума. Характер спектра, наблюдаемого вскоре после максимума блеска, свидетельствует о выбрасывании вещества звездой при наличии главной оболочки. Этот процесс, несомненно, уже в предмаксимальный период влияет на закон изменения блеска новой звезды.

Задача о свечении Новой после отрыва оболочки без учета выбрасывания вещества решена В. В. Соболевым [6]. Оценка по найденному решению количества энергии, излучаемой звездой в течение нескольких первых дней после начала вспышки, дала величину порядка 10^{43} эрг. В действительности за это время „средняя“ Новая излучает энергию порядка 10^{41} – 10^{45} эрг. Хотя энергия, заключенная в оболочке, имеет такой порядок величины, ее высвечиванием можно объяснить лишь начальный участок возрастающей ветви на кривой блеска Новой. В силу сказанного В. В. Соболевым был сделан вывод, что для объяснения всей предмаксимальной ветви кривой блеска необходимо допустить, что либо высвечивание звезды происходит по иному закону вследствие истечения вещества из звезды, либо во время вспышки действуют дополнительные источники энергии.

Исследование вопроса о свечении новой звезды при выбрасывании вещества было начато И. Н. Мининим. При решении соответствующей задачи непрерывное истечение вещества заменялось отрывом второй оболочки через некоторое время t_1 после отделения первой. Возможность использования такого приближения связана с тем, что наблюдения как будто указывают на существование максимума мощности выбрасывания. В результате была найдена светимость звезды для моментов времени $t \geq t_1$ и оценено количество энергии, излучаемой звездой после отрыва второй оболочки. Оказалось, что эта энергия сравнима с энергией, излучаемой после отрыва первой оболочки.

В настоящей статье мы будем считать, что выбрасывание вещества происходит непрерывно с момента отрыва главной оболочки. Истечение вещества с поверхности, как легко понять, уменьшает оптическую глубину каждой точки среды, так что в этом смысле эквивалентно движению границы внутрь среды. В качестве модели звездной атмосферы будем рассматривать одномерную полубесконечную однородную среду с изотропным рассеянием. Учет изменения плотности в атмосферах новых звезд, как показано автором [11], не является существенным. Кроме того, как известно, от трехмерной среды, состоящей из плоско-параллельных слоев, можно перейти к одномерной среде, используя приближение Шварцшильда-Шустера. Таким образом, в исследовании свечения Новой звезды с учетом выбрасывания вещества после отрыва главной оболочки мы приходим к за-

даче о свечении среды с движущейся внутрь границей, рассмотренной нами во втором разделе.

Обозначим через H поток излучения, выходящего из звезды за единицу времени в стационарном состоянии. Как следует из теории лучистого равновесия фотосфер, в равновесном состоянии количество энергии, заключенной в слое между оптическими глубинами τ и $\tau + d\tau$, в случае одномерной среды равно

$$R(\tau) d\tau = H(1 + \tau) d\tau. \quad (33)$$

Если оптическая толщина оторвавшейся оболочки равна τ_* (порядка 10^4 , как показано В. В. Соболевым), то в момент отрыва $R(\tau)$ имеет вид

$$R(\tau') d\tau' = H(1 + \tau_* + \tau') d\tau', \quad (34)$$

где τ' — оптическая глубина, отсчитываемая от новой границы—слоя отрыва. Немедленно после отделения оболочки начнется высвечивание, приводящее к остыванию внешних слоев звезды, и истечение вещества с поверхности, обнажающее внутренние более горячие слои звездной атмосферы и тем самым увеличивающее количество высвечиваемой энергии. Светимость звезды $L(u)$ в любой момент времени u определится формулой

$$L(u) = H \int_0^{\infty} (1 + \tau_* + \tau') p(\tau', u) d\tau'. \quad (35)$$

Применяя к (35) преобразование Лапласа и используя обозначения,

$$\bar{A}_n(s) = \int_0^{\infty} \tau^n \bar{p}(\tau, s) ds, \quad (36)$$

получаем

$$\bar{L}(s) = H[(1 + \tau_*) \bar{A}_0(s) + \bar{A}_1(s)]. \quad (37)$$

Функции $\bar{A}_n(s)$ найдем из интегрального уравнения (6). Для этого умножим (6) на $d\tau$ и $\tau d\tau$ и проинтегрируем от 0 до ∞ . Имеем соответственно

$$\bar{A}_0(s) = \frac{\lambda}{2} \frac{1+s}{1+s-\lambda} \left[\frac{1}{1+s-\nu} - \frac{\bar{p}(s)}{1+s+\nu} \right] \left[1 - \left(\frac{\nu}{1+s} \right)^2 \right], \quad (38)$$

$$\bar{A}_1(s) = \frac{\lambda}{2} \frac{1+s}{1+s-\lambda} \left\{ \left[\frac{1}{1+s-v} + \frac{\bar{\rho}(s)}{1+s+v} \right] - \right. \\ \left. - \left(\frac{v}{1+s} \right)^2 \left[\frac{1}{1+s-v} - \frac{\bar{\rho}(s)}{1+s+\lambda} \right] + \frac{\lambda v}{(1+s)(1+s-\lambda)} \bar{A}_0(s) \right\}. \quad (39)$$

Подставив (38), (39) в (37), после несложных преобразований найдем

$$\bar{L}(s) = \frac{\lambda H}{(1+s)(1+s-\lambda)} \left\{ 1 + s + v + \tau_* \frac{1+s+v}{2} \left| 1 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1+s-v}{1+s+v} \bar{\rho}(s) \right| + \frac{v}{2} \frac{\lambda + v - (\lambda - v) \bar{\rho}(s)}{1+s-\lambda} \right\}. \quad (40)$$

Точное обращение (40) представляет значительные трудности. Поэтому мы приведем здесь разложение функции $\bar{L}(s)$ и найдем его обращение, имея в виду приложение результата к теории свечения новых звезд.

Активное истечение вещества у „средней“ Новой продолжается приблизительно 10^8 сек (10^{11} единиц безразмерного времени u , так как по приближенным оценкам В. В. Соболева среднее время пребывания кванта в поглощенном состоянии t_1 в слое отрыва главной оболочки 10^{-8} сек). Средняя мощность выбрасывания вещества обеспечивает для средней скорости движения границы, определяемой по формуле (1), величину порядка $10^{-3} - 10^{-6}$. Пользуясь малостью v , при $\lambda = 1$ и $s \ll 1$ из (40) имеем

$$\bar{L}(s) = \frac{H}{s} \left\{ \frac{2+v(1+v)\tau_*}{2} + \right. \\ \left. + (1-v) \left(\tau_* + \frac{v}{s} \right) \sqrt{s+v^2/4} + \frac{(1+v)v^2}{2s} \right\}. \quad (41)$$

Обращая (41), получаем

$$L(u) = H \left\{ \frac{2+v(1+v)\tau_*}{2} + (1-v)\tau_* \left[\frac{e^{-\frac{v^2}{4}u}}{2\sqrt{\pi u}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{v}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{v}{2} \sqrt{u} \right) \right] + v(1-v) \int_0^u \left[\frac{e^{-\frac{v^2}{4}u'}}{2\sqrt{\pi u'}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{v}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{v}{2} \sqrt{u'} \right) \right] du' + \frac{(1+v)v^2}{2} u \right\} \quad (42)$$

где

$$\operatorname{erf}\left(\frac{v}{2}\sqrt{u}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{v}{2}\sqrt{u}} e^{-x^2} dx \quad (43)$$

— интеграл вероятности. Формула (42) справедлива для моментов времени $u \gg 1$ и малых значений скорости движения границы v . Она принимает достаточно наглядный вид в двух предельных случаях $u \ll v^{-2}$ и $u \gg v^{-2}$.

При $u \ll v^{-2}$ находим

$$L(u) = H \left\{ 1 + \frac{\tau_*}{\sqrt{\pi u}} + v \left[\frac{\tau_*}{2} + \left(2 + \frac{v\tau_*}{4} \right) \sqrt{\frac{u}{\pi}} \right] \right\}. \quad (44)$$

Легко видеть, что при $v = 0$ последнее выражение переходит в соответствующую формулу для светимости полубесконечной среды, полученную В. В. Соболевым [9]. Отметим, что формула, аналогичная (44), ранее была найдена В. Н. Сиверсом [12, 13]. Особенно просто (42) можно записать для моментов времени, удовлетворяющих неравенству $u \gg v^{-2}$.

$$L(u) = H(1 + v\tau_* + v^2u). \quad (45)$$

Из формул (44), (45) следует, что первое время после отрыва оболочки высвечивание звезды происходит практически по тому же закону, как и при отсутствии истечения вещества с поверхности; светимость звезды убывает со временем по закону $1/\sqrt{u}$. Затем при $v^2u \approx 1$ светимость достигает минимума, величина которого порядка $Hv\tau_*$, и начинает возрастать. Можно думать, что такое увеличение светимости звезды в предмаксимальный период позволит лучше понять характер восходящей ветви кривой блеска Новой; в частности, возрастание блеска от „ступеньки“ до максимума, достигающее у некоторых Новых двух звездных величин.

Оценивая с помощью найденных нами формул количество энергии, излучаемой Новой в течение нескольких первых дней после начала вспышки, получаем величину порядка $10^{44} - 10^{45}$ эрг, что соответствует наблюдательным данным. Более подробное сравнение полученных результатов с наблюдениями предполагается сделать в дальнейшем.

Ленинградский государственный
университет

ON THE THEORY OF LIGHT SCATTERING IN A MEDIUM
WITH A MOVING BOUNDARY

V. V. LEONOV

The problem of light scattering in a one-dimensional semi-infinite medium with a moving boundary is considered. The asymptotic formulae for the probability of reflection and for the probability of escape of a quantum from the medium are given. The results are applied to the theory of Nova phenomenon.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С. А. Каплан, И. А. Климишин, В. Н. Сиверс, *Астрон. ж.*, 37, 9, 1960.
2. С. А. Каплан, В. Н. Сиверс, *Астрон. ж.*, 37, 824, 1960.
3. В. В. Соболев, *Астрон. ж.*, 28, 355, 1951.
4. С. А. Каплан, *Астрон. ж.*, 39, 702, 1962.
5. И. Н. Минин, *Астрофизика*, 1, 173, 1965.
6. R. Bellman, R. Kalaba, U. Wing, *Proc. Nat. Acad. Sci., USA*, 46, 128, 1960.
7. R. Bellman, R. Kalaba, S. Ueno, *J. Math. Analysis and Applic.*, 15, 171, 1966.
8. В. Г. Горбачук, И. Н. Минин, *Нестационарные звезды*, Физматгиз, М., 1963.
9. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, М., 1956.
10. И. Н. Минин, Сб. "Теория звездных спектров", М., 1966.
11. В. В. Леонов, *Астрофизика*, 3, 447, 4, 1967.
12. В. Н. Сиверс, *Укр. физ. журн.*, 10, 76, 1965.
13. В. Н. Сиверс, *Диссертация*, ЛГУ, 1966.