АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 4

МАЙ, 1968

ВЫПУСК 2

ВОЛНА ВОЗБУЖДЕНИЯ, ВЫЗВАННАЯ СВЕТОВОЙ
ВСПЫШКОЙ

Ю. Ю. АБРАМОВ, А. П. НАПАРТОВИЧ

Поступила 30 октября 1967

Авторы рассматривают нестационарную задачу о переносе резонансного излучения в пространстве и полупространстве. Находятся асимптотические выражения для плотности возбужденных атомов при произвольной форме линии поглощения.

Анализируется влияние границы на распространение волны возбуждения. Обсуждается зависимость от времени спектральной и угловой плотности излучения, выходящего из среды.

1. Изменение плотности возбужденных атомов на больших расстояниях от источников и границ среды существенно зависит от формы коэффициента поглощения и сильно отличается от того случая, когда распространение излучения описывается диффузионным уравнением [1, 2].

Закон движения волны возбуждения, вызванной вспышкой света, также определяется крыльями линии поглощения [3]. Волна распространяется тем быстрее, чем медленнее спадает коэффициент поглощения вдали от центра линии. Кроме того, движение волны зависит от размеров и формы области, заполненной атомами, резонансно поглощающими излучение, и от условий отражения на границах.

Решение задачи в общем случае представляет большие трудности. Поэтому важно исследовать модели, описывающие суть дела и позволяющие получить простые выражения.

2. Рассматривается бесконечная среда, однородно заполненная атомами, которые резонансно поглощают и испускают излучение. Мы принимаем следующие упрощения: 1) пренебрегаем нелинейными процессами; 2) учитываем перенос только в одной линии; 3) предпола-

гаем наличие полного перемешивания по частотам; 4) считаем, что время свободного пролета фотона много меньше времени жизни возбужденного атома, то есть опускаем эффекты запаздывания. Из нерезонансных процессов принимаем во внимание тушение возбужденных атомов со скоростью, не зависящей от координат и времени.

В этих предположениях уравнение для плотности возбужденных атомов имеет следующий вид [1, 2]:

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} + (1 + \sigma) n(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x-y) n(y, t) dy \quad (1)$$

с начальным условием: $n(x, 0) = K(x)$ (Вспышка света в плоскости $x = 0$. Поскольку скорость света положена бесконечно большой, источник возбужденных атомов при $t = 0$ оказывается распределенным). Здесь σ характеризует скорость тушения; время измеряется во временах жизни возбужденного атома при отсутствии тушения, а координата — в длинах пробега фотона в центре линии. При этом:

$$K(x) = \frac{1}{2k} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dv \int_1^{\infty} \frac{e^{-k_v |x| u}}{u} du, \quad (2)$$

где $\bar{k} = \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dv$, а k_v — коэффициент поглощения ($k_{v_0} = 1$, где v_0 — резонансная частота). Частота отсчитывается от центра линии и измеряется в единицах характерной ширины.

Уравнение (1) легко решается применением двухстороннего преобразования Лапласа по координате [3]*:

$$n(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} e^{px} \bar{K}(p) \exp\{-t[1 + \sigma - \bar{K}(p)]\} dp, \quad (3)$$

где $\bar{K}(p)$ — двухсторонний образ Лапласа ядра $K(x)$.

Используя четность $\bar{K}(p)$, находим:

$$n(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{K}(ip) \exp\{-t[1 + \sigma - K(ip)]\} \cos px dp. \quad (4)$$

При больших x или t главный вклад в интеграл дают только малые p . Поэтому воспользуемся при $p \rightarrow 0$ предельным выражением для $\bar{K}(ip)$, полученным в [4]:

* В работе [3] рассмотрено решение для нескольких частных видов k_v .

$$\bar{K}(ip) \simeq 1 + \frac{2\gamma\beta}{k} p^2 v'(p) \equiv 1 - g(p). \quad (5)$$

Здесь $v(p)$ — функция, обратная k , $v'(p) \equiv \frac{dv(p)}{dp}$, $\gamma = \frac{1}{2 + \eta}$,

$$\beta = \int_0^{\infty} \frac{\varphi(s) ds}{1 + s^2} \text{ и } \eta = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{tv'(t)}{v(t)}, \quad \varphi(s) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{v(ts)}{v(t)}.$$

Таким образом,

$$n(x, t) \simeq \frac{e^{-\eta t}}{\pi} \int_0^{\infty} \cos px [1 - g(p)] \exp[-tg(p)] dp. \quad (6)$$

Покажем, что $\varphi(s)$ является степенной функцией, если производная $\varphi'(s)$ существует и законны следующие преобразования:

$$\varphi'(s) = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{v'(su)}{v(u)} u = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s} v'_u(su)}{v'(u)} \cdot \frac{uv'(u)}{v(u)} = \eta \frac{\varphi(s)}{s}.$$

Интегрируя полученное для $\varphi(s)$ уравнение с условием $\varphi(1) = 1$, находим:

$$\varphi(s) = s^\eta. \quad (7)$$

Подставляя это выражение в формулу для β , находим, что коэффициент в (5) выражается через одну константу (η):

$$\beta = \frac{\pi}{2 \cos \frac{\pi}{2} \eta}.$$

При вычислении интеграла (6), очевидно, возникают две области, в которых асимптотики имеют разный вид:

$$\text{I. } g\left(\frac{1}{x}\right) \ll \frac{1}{t} \text{ и II. } g\left(\frac{1}{x}\right) \gg \frac{1}{t} \\ x \gg 1 \qquad t \gg 1$$

В области I интеграл можно вычислить, разлагая экспоненту в (6):

$$n(x, t) \simeq \frac{\Gamma(2 + \eta)}{2 + \eta} \frac{(1+t)e^{-\eta t}}{x} v'_x\left(\frac{1}{x}\right), \quad (8)$$

где $v'_x\left(\frac{1}{x}\right) \equiv \frac{dv\left(\frac{1}{x}\right)}{dx}$.

В частных случаях это выражение совпадает с ранее найденными в [3]. В области II интеграл легко вычисляется заменой $g(p) = u/t$ откуда $p = f\left(\frac{u}{t}\right)$ и

$$n(x, t) \approx \frac{1}{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{1+\eta}\right) \frac{f'\left(\frac{1}{t}\right)}{t} e^{-\alpha t} \quad (9)$$

(дифференцирование в $f\left(\frac{1}{t}\right)$ производится по аргументу).

Для частных случаев лорентцева и доплерова контуров получается соответственно:

$$n_L(x, t) \approx \frac{9}{\pi^3} \frac{e^{-\alpha t}}{t^2}$$

$$n_D(x, t) \approx \frac{4}{\pi^2} \frac{\sqrt{\ln t}}{t} e^{-\alpha t}.$$

Как мы видим, при больших временах и малых расстояниях плотность возбужденных атомов не зависит в первом приближении от координат.

Таким образом $n(x, t)$ описывается зависимостью, характерной для волны, в данном случае — волны возбуждения.

Из (6) видно, что закон движения волны возбуждения определяется соотношением:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right) \approx tv'_x\left(\frac{1}{x}\right) \approx 1.$$

Для лорентцева контура — это равноускоренное движение, а для доплерова $x \sim \frac{t}{\sqrt{\ln t}}$

Таким образом, распространение волны возбуждения, обусловленное переносом резонансного излучения, сильно отличается от диффузионного ($x \sim \sqrt{t}$).

3. Учет теперь влияние границы. Выход излучения может привести к значительным изменениям плотности возбужденных атомов не только вблизи границы, но и на больших от нее расстояниях. Можно ожидать, что плато, появляющееся после прохождения волны в полном пространстве заменится спаданием плотности возбужденных атомов к границе.

Пусть среда заполняет полупространство. Тогда интегральный член уравнения переноса будет отличаться от интегрального члена уравнения (1) только пределами интегрирования $(0, \infty)$ вместо $(-\infty, \infty)$. Начальное условие остается прежним. После применения преобразования Лапласа по времени получается уравнение для резольвентной функции стационарной задачи переноса излучения:

$$n(x, s) = \frac{1}{1 + \sigma + s} \int_0^{\infty} K(x-y) n(y, s) dy + \frac{K(x)}{1 + \sigma + s}.$$

Для $s \geq -\sigma$ решение этого уравнения хорошо известно [1, 4-6]:

$$n(x, s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\delta - i\infty}^{\delta + i\infty} e^{px} \left[\frac{1}{G^+(p)} - 1 \right] dp, \quad (10)$$

где

$$\ln G^+(p) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\ln \bar{G}(z)}{z-p} dz \quad (\operatorname{Re} p > 0)$$

и

$$\bar{G}(z) \equiv 1 - \frac{\bar{K}(z)}{1 + \sigma + s}, \quad \bar{K}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-px} K(x) dx,$$

δ — положительная константа.

Функция $G^+(p)$ определяется как аналитическая в правой полуплоскости и для четного ядра $G^+(p)G^+(-p) = G(p)$. Заметим, что $n(x, t)$ убывает при $t \rightarrow \infty$. Из этого следует, что $n(x, s)$ является аналитической функцией в правой полуплоскости s . Следовательно, мы можем использовать аналитическое продолжение выражения (10) на комплексные s . (Можно доказать непосредственно, что формула (10) имеет смысл при $\operatorname{Re} s \geq -\sigma$. Для этого лишь необходимо, чтобы $G(p) \neq 0$ при s , принадлежащих полуплоскости $\operatorname{Re} s \geq -\delta$).

Ясно, что наличие тушения приводит к экспоненциальному затуханию плотности возбужденных атомов:

$$n(x, t, \sigma) = e^{-\sigma t} n(x, t)|_{\sigma=0}.$$

Поэтому в дальнейшем будем рассматривать случай $\sigma = 0$. В работе [4] исследованы асимптотики $n(x, s)$ на больших расстояниях для произвольной формы линии. В случае полупространства области, в которых асимптотики имеют существенно разный вид, определяются из следующих соотношений:

$$(I) \quad \frac{1}{x} \nu\left(\frac{1}{x}\right) \ll s \quad (x \gg 1), \quad (II) \quad \nu'_x\left(\frac{1}{x}\right) \gg s \quad (x \gg 1).$$

В области (I):

$$n(x, s) \approx \frac{\Gamma(2 + \tau_1)}{\bar{k}(2 + \tau_1)} s^{-\nu_1} \sqrt{1 + s} \frac{\nu'_x\left(\frac{1}{x}\right)}{x}, \quad (11)$$

откуда:

$$n(x, t) \approx \frac{2}{2 + \tau_1} \frac{\Gamma(2 + \tau_1)}{\sqrt{\pi} \bar{k}} \sqrt{t} \frac{\nu'_x\left(\frac{1}{x}\right)}{x}. \quad (12)$$

Вообще говоря, обратное преобразование Лапласа формулы (11) дает правильное поведение плотности возбужденных атомов для произвольного момента времени, удовлетворяющего условию $\frac{1}{t} \gg \frac{1}{x} \nu\left(\frac{1}{x}\right)$.

Формула (12) справедлива только при $t \gg 1$, $x \gg 1$ и $\frac{1}{t} \gg \frac{1}{x} \nu\left(\frac{1}{x}\right)$.

Перед волной возбуждения населенность верхнего уровня в заданный момент времени определяется полностью ядром интегрального уравнения и зависимость от координаты одинакова как в пространстве, так и в полупространстве. Но поведение во времени существенно различное. Это вызвано, видимо, перекачкой в крылья линии с последующим уходом через границу.

4. Полученные в статье [4] результаты не позволяют сразу найти асимптотическое поведение в области (II) (после прохождения волны).

Как следует из формул (5) и (10), в этом случае необходимо исследовать зависимость $G^+(p)$ от s при $s \ll g(p)$.

Воспользуемся интегральным представлением, полученным в [5]:

$$\ln G^+(p) = \frac{p}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln \bar{G}(iz)}{z^2 + p^2} dz. \quad (13)$$

Поскольку нас интересует область малых p , а при этом главный вклад в интеграл (13) дают малые z , мы можем подставить туда предельное выражение (5) для $\bar{k}(ip)$:

$$\bar{G}(ip) \equiv 1 - \frac{\bar{k}(ip)}{1 + s} \approx \frac{s + g(p)}{1 + s}. \quad (14)$$

Тогда

$$\ln G^+(p) = -\frac{1}{2} \ln(1+s) + \frac{p}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln(s+g(z))}{z^2+p^2} dz. \quad (15)$$

При $s=0$ легко получается ($p \ll 1$)

$$G^+(p) = \sqrt{g(p)}.$$

Чтобы найти зависимость от s , исследуем производную n -го порядка:

$$\frac{d^n \ln |\sqrt{1+s} G^+(p)|}{ds^n} = (-1)^{n+1} \frac{(n-1)! p}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dz}{(z^2+p^2)(s+g(z))^n}. \quad (16)$$

Если все производные, вплоть до $(n-1)$ -го порядка имеют конечное значение при $s=0$, а n -я обращается в ∞ , то $\ln G^+(p)$ при $s \rightarrow 0$ представимо в виде

$$\ln G^+(p) \approx \frac{1}{2} \ln g(p) + \sum_1^{n-1} \Psi_k(p) s^k + \Phi(p, s), \quad (17)$$

где $s\Psi_k(p) \ll \Psi_{k-1}(p)$, $s\Psi_1(p) \ll 1$ и $\Phi(p, s)$ неаналитична в окрестности точки $s=0$ (имеет точку ветвления). Регулярных членов недостаточно, чтобы найти зависимость от времени. Для определения особенности при $s=0$ необходимо выяснить зависимость от s при $s \rightarrow 0$ n -ой производной, обращающейся в бесконечность.

Поскольку $g(pu) \approx g(p) u^{1+\eta}$ при $p \rightarrow 0$ (это следует из (7)), легко получить, что условием расходимости интеграла (16) при $s=0$ является неравенство $n(1+\eta) > 1$.

Можно доказать, что $-1 < \eta \leq 0$. Если коэффициент поглощения при $\nu \rightarrow \infty$ убывает в основном экспоненциально, то $\eta=0$, а для k , спадающих степенным образом, $-\frac{1}{\eta}$ совпадает с показателем степени (то есть если $k \sim \nu^q$, то $-\eta = \frac{1}{q}$).

Таким образом, чем медленней убывает коэффициент поглощения в крыльях линии, тем больше регулярных членов в разложении (17) по s , что приводит к более быстрому спаданию числа возбужденных атомов во времени. Обусловлено это перекачкой излучения в крылья линии, вследствие чего среда охлаждается быстрее.

Самое медленное спадание коэффициента поглощения, видимо, дисперсионное ($k \sim \nu^{-2}$), поэтому для реальных задач достаточно

найти не более чем вторую производную от $\ln G^+(p)$. Соответствующие вычисления производятся в *Приложении А*. Здесь мы приведем окончательные результаты:

$$G^+(p) = \sqrt{g(p)} \left[1 + \frac{As \left(\ln \frac{1}{s} \right)^{1+\alpha}}{\pi(1+\alpha)p} \right], \quad \eta = 0, \quad g(p) \approx \frac{1}{A} p \left(\ln \frac{1}{p} \right)^{-\alpha}, \quad (18a)$$

$$G^+(p) = \sqrt{g(p)} \left[1 - \frac{s}{2 \sin \frac{\pi\eta}{2} g(p)} + \frac{(1+\eta)}{\sin \frac{\pi}{1+\eta}} \frac{sf'(s)}{p} \right], \quad -\frac{1}{2} < \eta < 0, \quad (18b)$$

$$G^+(p) = \sqrt{g(p)} \left[1 + \frac{s}{\sqrt{2} g(p)} + \frac{Bs^2}{4\pi(1+\eta)p} \left(\ln \frac{1}{s} \right)^{1+\tau} \right], \quad (18c)$$

$$\eta = -\frac{1}{2}, \quad g(p) \approx \frac{2}{B} p^{1/2} \left(\ln \frac{1}{p} \right)^{-\tau}.$$

Здесь $f(s)$ та же функция, что и в формуле (9). Эти выражения для $G^+(p)$ справедливы при $s \ll g(p) \ll 1$, или, что то же при $f(s) \leq p \ll 1$. С использованием (18a—18c) легко найти асимптотическое поведение функции $n(x, t)$. Заметим только, что образ Лапласа по координате $\bar{n}(p, t)$ представляется в виде:

$$\bar{n}(p, t) \approx \frac{F(t)}{p \sqrt{g(p)}},$$

$\frac{1}{p \sqrt{g(p)}}$ является предельным выражением при $p \ll 1$ образа Лапласа решения однородного стационарного уравнения при $\tau = 0$ (проблемы Милна). Оно соответствует случаю, когда источник излучения удален на бесконечность [4—6]. У нас роль такого источника играет волна, ушедшая в глубь среды.

Таким образом, при $g\left(\frac{1}{x}\right) \gg \frac{1}{t} \left(v_x \left(\frac{1}{x} \right) \gg \frac{1}{t} \right)$ и $x \gg 1, t \gg 1$

$$n(x, t) \approx \psi(x) F(t), \quad (19)$$

где

$$\psi(x) = \left(\frac{\bar{k} \cos \frac{\pi}{2} \eta}{\pi} \right)^{1/2} \frac{2 \sqrt{2+\eta}}{1-\eta} \frac{\Gamma\left(\frac{1-\eta}{2}\right)}{\sqrt{v_x \left(\frac{1}{x} \right)}}, \quad (20)$$

а $F(t)$ вычисляется в Приложении В*:

$$F(t) \approx A \frac{(\ln t)^{\gamma_1}}{\pi t^2}, \quad \text{если } f(s) \approx As \left(\ln \frac{1}{s} \right)^{\gamma_1}, \quad \gamma_1 = 0 \quad (21a)$$

$$F(t) \approx \frac{\Gamma\left(\frac{1}{1+\gamma_1}\right) f'\left(\frac{1}{t}\right)}{\pi t^2}, \quad -\frac{1}{2} < \gamma_1 < 0, \quad (21b)$$

$$F(t) \approx B \frac{(\ln t)^{\gamma_1}}{\pi t^3}, \quad \gamma_1 = -\frac{1}{2}, \quad f'(s) \approx Bs \left(\ln \frac{1}{s} \right)^{\gamma_1}. \quad (21c)$$

Обратим внимание на то, что $F(t)$, являющееся „мощностью источника на бесконечности“, совпадает с функцией $\frac{n(x, t)}{t}$, где $n(x, t)$ определяется формулой (19). Таким образом $F(t)$ спадает быстрее, чем понижается плато в задаче о вспышке света в неограниченной среде. Физическая причина этого в уходе излучения через поверхность.

Как и в стационарных задачах [переноса излучения, можно ожидать, что асимптотические выражения имеют довольно большую область применимости и могут служить в качестве экстраполяционных формул.

Из формул (21) для лорентцева контура $\left(k_v = \frac{1}{1+v^2}\right)$ следует

$$F(t) \approx \frac{9}{\pi^3 t^3},$$

а для доплеровского контура $(k_v = e^{-v^2})$

$$F(t) = \frac{6 \sqrt{\ln t}}{t^2}.$$

5. В некоторых случаях представляет интерес спектральный состав выходящего из полупространства излучения. Полученные результаты позволяют легко определить асимптотическое поведение спектральной и угловой плотности излучения при различных соотношениях между $g(k_v/\mu)$ и t , где $\mu = \cos \theta$ (θ — угол между осью x и направлением вылета). Воспользуемся для этого формулой [1, 4]:

* Д. И. Нагириер указал нам на то, что в действительности формула (21b) справедлива при любом γ_1 . Поэтому необходимость различного рассмотрения для разных γ_1 является следствием принятого нами способа получения результатов.

$$J_{\nu}(0, \mu, t) = \frac{k_{\nu}}{\mu} \bar{n}(k_{\nu}/\mu, t). \quad (22)$$

Здесь $\bar{n}\left(\frac{k_{\nu}}{\mu}, t\right)$ образ Лапласа по координате от плотности возбужденных атомов. Так, например, для $g(k_{\nu}/\mu) \gg \frac{1}{t}$

$$J_{\nu}(0, \mu, t) \approx \frac{F(t)}{\sqrt{g(k_{\nu}/\mu)}}, \quad (23)$$

а для $g(k_{\nu}/\mu) \ll \frac{1}{t}$ можно получить [4]:

$$J_{\nu}(0, \mu, t) \approx \frac{k_{\nu}}{\mu \sqrt{\pi t}} \left[1 - \frac{\gamma_1 t \nu \left(\frac{k_{\nu}}{\mu}\right) \frac{k_{\nu}}{\mu}}{k(2 + \gamma_1) \sin \pi \gamma_1} \right]. \quad (24)$$

Формула (23) описывает эффект перекачки в крылья линии. Как следует из (24), на небольших временах излучение выходит, в основном, на частоте, близкой к резонансной.

6. Решения, найденные выше, позволяют получать решения других задач о нестационарном переносе излучения. Обратим внимание на то, что исследованное нами решение является резольвентной функцией Грина для задач с произвольным временным поведением источника.

Не представляет труда получить ответ в задаче о включении или выключении источника на бесконечности, если воспользоваться нашими результатами.

Применяемый нами метод исследования асимптотических выражений может быть легко обобщен на случай наличия поглощения в сплошном спектре.

Приложение А

Произведем вычисления для случая $\gamma = 0$.

Для $-\frac{1}{2} \leq \eta < 0$ выкладки аналогичны, и мы приводить их не будем. При $\eta = 0$ задача заключается в том, чтобы найти зависимость от s при $s \ll g(p) \ll 1$ первой производной от $\ln[\sqrt{1+s}G^+(p)]$ по s .

Рассмотрим интеграл (16) при $n = 1$:

$$J \equiv \frac{p}{\pi} \int_0^{g(p)} \frac{dz}{(z^2 + p^2)(s + g(z))}. \quad (\text{A.1})$$

При $s \ll g(p)$

$$J \approx \frac{1}{\pi p} \int_0^{g(p)} \frac{dz}{s + g(z)},$$

и после замены $g(z) = u$ интеграл приводится к виду:

$$J \approx \frac{1}{\pi p} \int_0^{g(p)} \frac{f'(u) du}{s + u}, \quad (\text{A.2})$$

где $f(u)$ та же функция, что и в формуле (9).

Для нахождения явного вида зависимости интеграла (A.2) от s необходимо взять какой-либо более конкретный вид функции $g(z)$ или

$f(u)$ соответственно. Нетрудно показать, что $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(ts)}{f(t)} = s^{\frac{1}{1-\gamma}}$.

Повтому при $\gamma = 0$ $f(u) = u f_1(u)$, где $f_1(u)$ функция, удовлетворяющая соотношению

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f_1(ts)}{f_1(t)} = 1.$$

Мы возьмем $f_1(u) = A (\ln 1/u)^\alpha$ (A — произвольная константа). Тогда задача сводится к нахождению интеграла

$$J \approx \frac{1}{\pi p} \int_0^{g(p)} \frac{\left(\ln \frac{1}{u}\right)^\alpha du}{su} \approx \frac{A}{\pi(1+\alpha)p} \left(\ln \frac{1}{s}\right)^{1+\alpha}. \quad (\text{A.3})$$

Чтобы получить формулу (18а) текста необходимо проинтегрировать J при малых s . При $\gamma = -\frac{1}{2}$ по аналогичным соображениям $f(u)$ следует взять в виде:

$$f(u) \approx \frac{1}{2} B u^3 \ln \frac{1}{u},$$

где B — произвольная константа.

На больших временах интеграл обратного преобразования Лапласа определяется областью малых s . Мы можем воспользоваться в этом случае предельными выражениями для $G^+(p)$, справедливыми при $s \ll g(p) \ll 1$.

Рассмотрим случай $\gamma = 0$:

$$F(t) \approx - \frac{A}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} e^{st} \frac{s \left(\ln \frac{1}{s} \right)^{1+\alpha}}{\pi (1+\alpha)} ds. \quad (\text{B.1})$$

Этот интеграл легко вычисляется при $t \rightarrow \infty$, если под $\ln 1/s$ понимать аналитическую функцию с разрезом вдоль отрицательной полуоси.

При этом

$$F(t) \approx \frac{A}{\pi} \frac{(\ln t)^\alpha}{t^2}.$$

В случае $-\frac{1}{2} < \gamma < 0$ функция $f(s)$ имеет точку ветвления в нуле, что опять-таки позволяет вычислить интеграл путем сведения его к берегам разреза вдоль отрицательной полуоси.

Случай $\gamma = -\frac{1}{2}$ полностью аналогичен (B.1).

THE EXCITATION WAVE CAUSED BY A LIGHT FLARE

Ju. Ju. ABRAMOV, A. P. NAPARTOVICH

The nonstationary problem of the transfer of resonance radiation in the space and the semispace is considered. The asymptotic expressions for density of excited atoms are found for an arbitrary form of an absorption line. The influence of the boundary on propagation of excitation wave is analyzed. The time-dependence of spectral and angular density of radiation emerging from the medium is discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, 1956.
2. Л. М. Биберман, ЖЭТФ, 17, 416, 1947.
3. Б. А. Векленко, ЖЭТФ, 36, 204, 1959.
4. Ю. Ю. Абрамов, А. М. Дыхне, А. П. Напартович, Астрофизика, (в печати).
5. В. В. Иванов, Астрон. ж., 39, 1020, 1962.
6. В. В. Иванов, Кандидатская диссертация, Л., 1962.