АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3 НОЯБРЬ, 1967 ВЫПУСК 4

МОДЕЛИ МАССИВНЫХ СВЕРХПЛОТНЫХ ТЕЛ

Г. С. СААКЯН, Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 8 октября 1966

Рассмотрена модель массивного сверхплотного тела. Показано, что при определенном выборе начальных условий для компонент метрического тензора, вне зависимости от вида начального распределения плотностей, небесное тело будет обладать аномальным дефектом массы и, следовательно, будет неустойчиво относительно перехода в диффузное состояние.

1. При центрально-симметрическом распределении масс пространство—временное описание тел удобно проводить в шварцшильдовской системе отсчета. Но здесь при построении моделей сверхплотных небесных тел с массами, превышающими массу Солнца, возникает известная трудность, обусловленная наличием особенности в метрике, что накладывает ограничения на плотности. Чтобы тело не находилось внутри сферы Шварцшильда, средние плотности не должны превышать значения $\bar{\rho} = 2 \cdot 10^{16} (M_{\odot}/M)^2$ *г/см*$^{-3}$. Однако, эта трудность обусловлена непригодностью метрики Шварцшильда на расстояниях, меньших гравитационного радиуса. Известно [1], что если радиус тела меньше гравитационного, то оно не может находиться в статическом состоянии, и метрика в этом случае также зависит от времени. Фронсдал показал [2], что в отличие от статических метрик, для которых сингулярность не может быть устранена никаким преобразованием координат, для нестатических метрик это вполне осуществимо. Конкретные примеры нестатических метрик, лишенных сингулярности, были приведены в [3]. Наиболее удобной для применения является метрика Леметра, которая имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - \left(\frac{3}{2}\,\frac{R+t}{2M}\right)^{-2/3} dR^2 - 4M^2\left(\frac{3}{2}\,\frac{R+t}{2M}\right)^{4/3} (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \quad (1)$$

где M — масса звезды, a — ее радиус. Здесь и далее принято $c = k = 1$. Система отсчета, определяемая метрикой [1], осуществляется пробными телами, свободно движущимися по геодезическим линиям в направлении, противоположном свободному падению.

Скорость движения леметровской системы равна

$$\frac{dx}{d\tau} = \sqrt{\frac{2M}{x}}\left(1 - \frac{2M}{x}\right), \tag{2}$$

где x и τ — радиальная координата и время пробного тела в системе отсчета Шварцшильда. Из (2) видно, что при $x \to \infty$, $\frac{dx}{d\tau} \to 0$, то есть на бесконечности система отсчета Леметра совпадает с Шварцшильдовской и тем самым асимптотически приближается к системе отсчета Галилея.

2. Рассмотрим нестационарные объекты, которые с точки зрения шварцшильдовской системы отсчета находятся внутри сингулярной сферы. Покажем, что в этом случае не исключена возможность существования тел со сколь угодно большими плотностями и массами, которые подвергаются антиколлапсу. Для построения моделей таких тел удобно при $R \leqslant a$ пользоваться сопутствующей системой, где метрика имеет вид [4]

$$ds^2 = e^{\sigma} dt^2 - e^{\omega} dR^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2). \tag{3}$$

Здесь σ, ω и r — функции от координат R и t.

При решении эволюционной задачи космогонии необходимо учитывать источники энергии, а также ее потери. Однако для качественного рассмотрения общего поведения конфигураций (то есть решения вопроса, имеет место коллапс или антиколлапс) нет необходимости рассматривать процессы диссипации энергии. В соответствии с этим для тензора энергии-импульса имеем

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = P(R, t), \quad T_0^0 = -\rho(R, t), \tag{4}$$

где P — давление, а ρ — плотность энергии.

Уравнения Эйнштейна, соответствующие (3) и (4), можно привести к следующему удобному виду [5]

$$\ddot{u} = -4\pi P r^2 \ddot{r}; \tag{5}$$

$$u' = 4\pi\rho r^2 r'; \tag{6}$$

$$\sigma' = -\frac{2P'}{P + \rho}; \tag{7}$$

$$\dot{\omega} = -\frac{2\dot{\rho}}{P+\rho} - 4\frac{\dot{r}}{r}; \tag{8}$$

$$P = P(\rho). \tag{9}$$

Здесь точка и штрих означают дифференцирование по t и R, (9) представляет символическую запись уравнения состояния, а $u(R, t)$ в известном смысле определяет массу, заключенную в центральной сфере радиуса R

$$u(R, t) = \frac{r}{2}(1 + \dot{r}^2 e^{-\sigma} - r'^2 e^{-\omega}). \tag{10}$$

Решение системы уравнений (5) — (10) для внутренней области должно быть на поверхности сшито с метрикой Леметра. Из условия непрерывности компонент метрического тензора и их первых производных при $R = a$ получаем

$$u(a, t) = M, \tag{11}$$

где a — радиус тела. Таким образом, на поверхности конфигурации значение функций u совпадает с массой звезды, измеренной наблюдателем, находящимся на бесконечности.

3. Для системы (5) — (8) начальные условия удобно представить в виде

$$r(R, 0) = 2M\left(\frac{3R}{4M}\right)^{2/3} f(R); \qquad e^{\omega(R,0)} = \left(\frac{4M}{3R}\right)^{2/3} \psi(R), \quad R \leqslant a. \tag{12}$$

В выборе функций $f(R)$ и $\psi(R)$ имеется большой произвол. Единственное ограничение, которому они должны удовлетворять, обусловлено требованием непрерывности компонент метрического тензора и их производных на границе распределения масс. Ниже предполагается $f(R) = \psi(R) = 1$. При таком выборе автоматически обеспечивается непрерывный переход внутренней метрики в наружную.

Функция $\sigma(R, 0)$ определяется наружным решением (1) и уравнением (7). Так, интегрируя (7) при $t = 0$ от поверхности звезды до R, находим

$$\sigma(R, 0) = -\int_0^{P(R,0)} \frac{dP}{P+\rho}. \tag{13}$$

Из (12) имеем

$$r'^2 (R, 0)\, e^{-\omega(R, 0)} = 1. \tag{14}$$

Тогда для $\dot{r}(R, 0)$ из (10) получаем выражение

$$\dot{r}(R, 0) = \left(\frac{u(R, 0)}{M}\right)^{1/3} \left(\frac{4M}{3R}\right)^{1/3} e^{\frac{1}{2}\sigma(R, 0)}, \tag{15}$$

которое у поверхности принимает значение, равное $(4M/3R)^{1/3}$, что и следовало ожидать из (1). Здесь возможно также решение с $\dot{r} < 0$, однако оно не удовлетворяет условию сшивки с внешней метрикой (1).

Для решения задачи остается задать начальное распределение масс $\rho(R, 0)$. Однако нетрудно убедиться в том, что независимо от конкретного вида функции $\rho(R, 0)$ при сделанном нами выборе начального состояния небесного тела, оно в дальнейшем неизбежно должно расширяться. Чтобы убедиться в этом, вычислим дефект массы $\Delta M = M - M_0$, где $M_0 = nm_p$, m_p — масса протона, n — число барионов в звезде. Для M и M_0 имеем

$$\begin{aligned} M &= 4\pi \int_0^a \rho(R, 0)\, r^2(R, 0)\, r'(R, 0)\, dR, \\ M_0 &= 4\pi m_0 \int_0^a N(R, 0)\, e^{\frac{1}{2}\omega(R, 0)} r^2(R, 0)\, dR. \end{aligned} \tag{16}$$

Имея в виду (14) и (16), для дефекта массы получаем

$$\Delta M = 12\pi M \int_0^a \left(1 - \frac{m_p}{\overline{E}}\right) \rho(R, 0)\, R\, dR, \tag{17}$$

где $\overline{E} = \rho(R, 0)/N(R, 0)$ средняя энергия барионов, N — их концентрация. Поскольку $\overline{E} \geqslant m_p$, то очевидно $\Delta M \geqslant 0$. Таким образом, рассмотренная модель обладает аномальным дефектом массы, и, следовательно, она неустойчива относительно перехода в диффузионное состояние.

Из (17) видно, что действительно нет ограничений в выборе функции $\rho(R, 0)$. При плотностях, заметно превышающих ядерную, отношение $m_p/\overline{E}$ достаточно мало по сравнению с единицей. Тогда, согласно (17), дефект массы будет порядка самой массы M. Такие конфигурации будут содержать колоссальные запасы внутренней энергии.

Рассмотренная модель может служить иллюстрацией расширяющихся массивных тел с аномальным дефектом массы. Разумеется, можно построить множество таких моделей путем подходящего изменения начальных условий во внутренней области так, чтобы сохранялось условие сшивки с внешней метрикой.

Очевиден ответ на вопрос, какие источники энергии могли бы играть роль в моделях, типа рассмотренной. Здесь имеются два источника энергии. Первый основной источник обусловлен аномальным дефектом массы. Второй источник имеет ядерный характер, и его наличие обусловлено тем, что при расширении в областях, где значение плотности становится ниже ядерной, вследствие туннельного эффекта из нуклонного газа начнут образовываться атомные ядра, что будет сопровождаться выделением тепловой энергии. Ядерный источник будет играть некоторую роль также и в том случае, когда плотности в исходном состоянии ниже ядерной. Он будет действовать до тех пор, пока плотности и температуры не спустятся ниже определенных значений.

4. Весьма важным является вопрос о времени пребывания массивного тела в сверхплотном состоянии. Пусть находящийся на достаточно большом от звезды расстоянии ($R \gg r_g$) наблюдатель принимает два последовательных световых сигнала, один из которых был испущен с поверхности звезды, когда последняя была сжата до точки, а второй — в момент пересечения этой поверхности шварцшильдовской сингулярной сферы. Очевидно, время пребывания небесного тела в сверхплотном состоянии будет порядка этого промежутка времени.

Для света, испущенного с поверхности расширяющегося тела в радиальном направлении, из (1) имеем

$$dR = \left[\frac{3}{2}\frac{R+t}{r_g}\right]^{1/3} dt, \tag{18}$$

где $r_g = 2M$ — гравитационный радиус. Интегрируя (18), получаем

$$t = r_g\left(\sqrt{x/r_g} - 1\right)^2 + 2r_g \ln\left(\sqrt{x/r_g} + 1\right) + C, \tag{19}$$

где $x = r_g\left[\frac{3}{2}\frac{R+t}{r_g}\right]^{2/3}$ — шварцшильдовская радиальная координата, C — постоянная интегрирования.

Подставляя в (19) начальные условия, соответствующие двум последовательно испущенным световым сигналам, получаем

$$
\begin{aligned}
t' &= t_1 + r_g\left(\sqrt{x/r_g}-1\right)^2 + 2r_g \ln\left(\sqrt{x/r_g}+1\right) - \\
&\quad - r_g\left(\sqrt{x_1/r_g}-1\right)^2 - 2r_g \ln\left(\sqrt{x_1/r_g}+1\right) \\
t'' &= t_2 + r_g\left(\sqrt{x/r_g}-1\right)^2 + 2r_g \ln\left(\sqrt{x/r_g}+1\right) - \\
&\quad - r_g\left(\sqrt{x_2/r_g}-1\right)^2 - 2r_g \ln\left(\sqrt{x_2/r_g}+1\right),
\end{aligned}
\tag{20}
$$

где t_1 и t_2 — моменты испускания этих сигналов, а x_1 и x_2 — значения радиальной координаты Шварцшильда, соответствующие этим событиям

$$
x_1 = r_g\left[\frac{3}{2}\,\frac{a+t_1}{r_g}\right]^{2/3}; \qquad x_2 = r_g\left[\frac{3}{2}\,\frac{a+t_2}{r_g}\right]^{2/3},
$$

a — радиус звезды в системе Леметра. Подставляя в (20) $x_1 = 0$, $x_2 = r_g$, для $\Delta t = t'' - t'$ находим [6]

$$
\Delta t = 0.281\,\frac{r_g}{c}. \tag{21}
$$

В нашем случае такого же порядка будет и время пребывания небесного тела в сверхплотном состоянии.

Нам кажется, полученный результат ни в коем случае не означает, что небесные тела в гипотетических сверхплотных состояниях, обязательно будут пребывать так недолго. Напомним, что здесь речь идет о весьма частной модели. В самом деле, ведь мы специально потребовали (условие сшивки метрик на поверхности), чтобы поверхность конфигурации расширялась с той же скоростью, с какой удаляется в бесконечность соответствующая леметровская система отсчета. Не исключена возможность, что в реальных случаях времена жизни сверхплотных конфигураций могут быть совсем другими. В этом вопросе существенными могут оказаться потери энергии, которые нами не были учтены. Следует также иметь в виду вопрос о возможных границах применимости общей теории относительности. Возможно, что в гипотетических сверхплотных телах, с массами, намного превышающими массу Солнца, могут иметь место отклонения от уравнений Эйнштейна, которые в наружной области асимптотически быстро исчезают.

Таким образом, поведение небесного тела полностью определяется его начальным состоянием. Если тело обладает аномальным дефектом массы, то оно будет безудержно расширяться. И наоборот, если в начальном состоянии масса меньше соответствующей диффузной, то после исчерпания запасов внутренней энергии тело обязательно будет подвергаться коллапсу.

В заключение выражаем благодарность Э. В. Чубаряну и Д. М. Седракяну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE MODELS OF MASSIVE SUPERDENSE BODIES

G. S. SAHAKIAN, Y. L. VARTANIAN

The model of a superdense massive protostellar body is considered. It is shown that under the definite choice of the initial conditions for the metric tensor components the celestial body will possess an anomal mass defect and therefore it will be unstable passing into a diffuse state independent of the initial density distribution.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. Finkelstein*, Phys. Rev., 110, 965, 1958.
2. *Fronsdal*, Phys. Rev., 116, 778, 1959.
3. *Ю. А. Рылов*, ЖЭТФ, 40, 1755, 1961.
4. *Л. Д. Ландау*, *Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
5. *М. А. Подурец*, Астрон. ж., 41, 28, 1964.
6. *И. Д. Новиков*, Астрон. ж.. 41, 1075, 1964.