

О РАДИУСЕ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 4 июля 1967

Показано, что наличие нейтронного ядра у сверхплотных вырожденных газовых масс приводит к сильному набуханию оболочки, которая состоит из вырожденных электронов и атомных ядер.

Одной из основных задач теоретической астрофизики является изучение холодных газовых масс ($T=0$), в которых гравитационное притяжение уравнивается упругостью вырожденных электронов и барионов. Изучению состояния вещества, а также нахождению основных параметров таких конфигураций были посвящены многочисленные работы, ссылки на которые можно найти в [1, 2]. Особый интерес представляет рассмотрение зависимости полной массы холодных звезд M от плотности в центре ρ_c . Кривая $M(\rho_c)$, кроме двух хорошо известных максимумов, один из которых находится в области белых карликов (точка Ландау-Чандрасекара, „ЛЧ“), и максимума в области ядерной плотности (точка Ландау-Оппенгеймера-Волкова, „ЛОВ“), имеет ряд экстремальных точек также и при центральных плотностях, превышающих ядерную. В частности, в [3, 4] за точкой „ЛОВ“ был найден весьма четкий максимум. В [5] было показано, что при стремлении $\rho_c \rightarrow \infty$ кривая $M(\rho_c)$ должна испытывать затухающие осцилляционные изменения*. Те конфигурации, которые находятся на восходящих ветвях кривой $M(\rho_c)$, то есть для которых $dM/d\rho_c > 0$, и расположены до точки „ЛОВ“, находятся в состоянии устойчивого равновесия,

* Укажем, что утверждение в [2], что максимум, лежащий за точкой „ЛОВ“, впервые найден Мизнером и Запольским в [6] и что доказательство затухающих осцилляций кривой $M(\rho_c)$ впервые дано Гаррисоном в [7], является неточным.

остальные же находятся в состоянии неустойчивого равновесия. Вопросы устойчивости во многих отношениях наиболее удобно и наглядно рассматривать на основе зависимости массы M от полного числа барионов N , то есть кривой $M(N)$. Именно такой подход впервые был применен в [8]. Вид кривой $M(N)$ в дальнейшем был уточнен в [9], а в конкретных расчетах в [4].

В отличие от кривых $M(\rho_c)$ и $M(N)$ кривая зависимости радиуса вырожденных холодных звезд R от центральной плотности ρ_c имеет меньшее число характерных точек [4, 10]. Для конфигураций, плотность в центре которых порядка и выше ядерной, радиус оказывается порядка 6—10 км. Если не учесть небольшой минимум, при чрезвычайно больших плотностях ($\rho_c \approx 10^{27}$ г/см³), то кривая $R(\rho_c)$ с уменьшением ρ_c весьма медленно возрастает и в области белых карликов R становится порядка нескольких тысяч км. Однако на таком весьма плавном общем фоне изменения $R(\rho_c)$ имеется острый максимум при $\rho_c \sim 10^{14}$ г/см³ [4]. Ниже рассматриваются причины возникновения этого максимума.

Как известно [4], барионные звезды состоят из барионного ядра, то есть центральной области, где вещество состоит из вырожденного газа барионов и электронов и оболочки, состоящей из вырожденных электронов и атомных ядер („eA“ фаза). Если рассматривать изменение центральной плотности от бесконечно больших значений к более низким, то порог „eA“ фазы будет при $\rho = 2.49 \cdot 10^{11}$ г/см³, $P = 4.88 \cdot 10^{29}$ эрг/см³ [11]. При этом у порога этой фазы за счет обратного β -распада ядра весьма богаты нейтронами. В таких ядрах отношение \bar{A}/Z , где A — полное число нуклонов в ядре, а Z — число протонов, с уменьшением плотности изменяется от 2.8 до обычных значений. Эта величина может быть аппроксимирована формулой [12]

$$\bar{A}/Z = 2(1 + 2.72 \cdot 10^{-3} x + 1.24 \cdot 10^{-4} x^2), \quad (1)$$

где $x = p_e/m_e c$, p_e — импульс Ферми вырожденного электронного газа.

В [4] были рассчитаны как радиусы конфигураций, так и радиусы барионного ядра. У конфигураций, плотность в центре которых превосходит ядерную, толщина „eA“ фазы весьма незначительна по сравнению с радиусом барионного ядра. При уменьшении центральной плотности масса ядра уменьшается, а радиус, увеличиваясь, доходит до 26 км. Значения массы и радиуса ядра служат начальными условиями для нахождения массы и толщины оболочки. Из таблицы видно, что для конфигураций, плотность в центре которых изменяется от 10^{14} до $5 \cdot 10^{13}$ г/см³, незначительное изменение массы и радиуса ядра

приводит к весьма быстрому, почти скачкообразному изменению размеров оболочки. Таким образом, максимум на кривой $R(\rho_c)$ обусловлен оболочкой нейтронной звезды, то есть „eA“ фазой.

Для нахождения параметров оболочки необходимо проинтегрировать уравнения

$$du/dr = 4\pi\rho r^2, \quad (2)$$

$$dP/dr = -(k\rho u/r^2)(1 + P/\rho c^2)(1 + 4\pi r^3 P/uc^2)(1 - 2ku/c^2 r)^{-1}, \quad (3)$$

где $u(r)$ — масса, „накопленная“ на расстоянии r , P — давление, ρ — плотность вещества, k — гравитационная постоянная, c — скорость света.

Уравнения (2) и (3) должны быть дополнены уравнением состояния $P = P(\rho)$, которое в „eA“ фазе может быть выражено в параметрическом виде [13]

$$\rho = \frac{m}{3\pi^2} (m_e c/\hbar)^3 (\bar{A}/Z) x^3, \quad (4)$$

$$P = \frac{m_e^4 c^5}{24\pi^2 \hbar^3} [x(2x^2 - 3)\sqrt{1+x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1+x^2})], \quad (5)$$

где m и m_e — соответственно массы нуклона и электрона.

Для интегрирования уравнений (2) и (3) необходимо задать начальные условия

$$r = r_0; \quad u(r_0) = u_0; \quad x(r_0) = x_0, \quad (6)$$

где x_0 соответствует началу „eA“ фазы. Если для \bar{A}/Z пользоваться соотношением (1), то есть учесть обратный β -распад, то x_0 оказывается равным 45, в случае же $\bar{A}/Z = 2$, $x_0 = 50.3$. Начальные данные r_0 и u_0 были взяты из [4] (см. табл. 1). Для этих значений u_0 , r_0 , а также P_0 , ρ_0 , соответствующих началу „eA“ фазы, релятивистские поправки, входящие в последние три сомножителя правой стороны (3), оказываются весьма малыми, а потому в первом приближении можно пользоваться теорией Ньютона

$$du/dr = 4\pi\rho r^2, \quad (2')$$

$$dP/dr = -k\rho u/r^2. \quad (3')$$

Так как поправки к \bar{A}/Z , обусловленные обратным β -распадом (см. (1)), приблизительно того же порядка, что и поправки ОТО, то в ньютоновском приближении нужно в (4) приравнять $\bar{A}/Z = 2$. Результаты интегрирования для данного приближения приведены в табл. 1, из которой видно, что $R(\rho_c)$ уже в этом приближении имеет максимум.

МАССА И РАДИУС НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Масса M_0 и радиус R_0 взяты из [4]

$\rho(0)$ г/см ³	$P(0)$ эрг/см ³	M_0/M_\odot	R_0 км	Ньютоновский вариант, $A/Z = \text{const}$		Релятивистский вариант, $A/Z \neq \text{const}$	
				M/M_\odot	R км	M/M_\odot	R км
$4.23 \cdot 10^{13}$	$1.49 \cdot 10^{32}$	0.0899	22.9	1.12	797	0.882	1330
$5.21 \cdot 10^{13}$	$2.04 \cdot 10^{32}$	0.0974	22.7	1.08	855	0.867	1520
$6.97 \cdot 10^{13}$	$2.56 \cdot 10^{32}$	0.101	21.5	1.02	935	0.821	1870
$7.10 \cdot 10^{13}$	$3.31 \cdot 10^{32}$	0.108	20.6	1.01	1080	0.797	2240
$7.50 \cdot 10^{13}$	$3.58 \cdot 10^{32}$	0.110	20.6	1.00	1100	0.788	2300
$7.90 \cdot 10^{13}$	$3.90 \cdot 10^{32}$	0.112	20.6	0.990	1120	0.770	2420
$8.27 \cdot 10^{13}$	$4.17 \cdot 10^{32}$	0.114	20.6	0.980	1150	0.750	2540
$8.69 \cdot 10^{13}$	$4.48 \cdot 10^{32}$	0.116	20.6	0.967	1190	0.724	2700
$1.04 \cdot 10^{13}$	$5.70 \cdot 10^{32}$	0.123	19.3	0.873	1870	0.415	4140
$1.20 \cdot 10^{14}$	$6.95 \cdot 10^{32}$	0.127	18.2	0.778	2390	0.142	537
$1.37 \cdot 10^{14}$	$8.85 \cdot 10^{32}$	0.132	17.0	0.694	2780	0.138	148
$1.78 \cdot 10^{14}$	$1.40 \cdot 10^{33}$	0.145	14.1	0.149	109	0.146	43.5
$2.84 \cdot 10^{14}$	$5.11 \cdot 10^{33}$	0.258	12.1	0.258	21.1	0.258	17.7

Как известно [14, 15, 12] точка „ЛЧ“ обусловлена поправками ОТО и нейтронизацией ядер. Однако из таблицы видно, что учет нейтронной сердцевины уже в ньютоновском приближении с $A/Z = \text{const}$ приводит в области белых карликов к максимуму $M(\rho_c)$. Отметим, что этот результат остается в силе, если параметры нейтронной сердцевины также вычислять согласно (2') и (3'), то есть пользоваться уравнениями Ньютона во всей звезде. Для сравнения на электронной счетной машине „Наири“ были также заново проинтегрированы уравнения (2) и (3). Результаты интегрирования, которые приведены в табл. 1 и на рис. 1, слегка отличны от результатов в [4]. Это обусловлено тем, что в [4] не ставилась отдельная задача рассмотрения оболочки, и уравнение состояния для всей области изменения $\rho(r)$, от барионного ядра до оболочки, было введено в машину в затабулированном виде. Здесь же для уравнения состояния мы пользовались аналитическими выражениями (4) и (5). Из таблицы видно, что учет релятивистских поправок увеличивает максимум R и смещает его в сторону чуть меньших центральных плотностей.

Постараемся дать объяснение результатов численного интегрирования. Как видно из табл. 1, для конфигураций, плотность в центре

которых больше, чем $\rho_c = 1.04 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, масса оболочки составляет незначительную часть всей массы звезды, а потому ею можно пренебречь. Кроме того, пренебрежем в (3) членом $4\pi r^3 P / uc^2$, который меньше, чем два других поправочных члена $P/\rho c^2$ и $2ku/c^2 r$. В этом приближении проинтегрировав (3), с учетом (4), (5) и (1), для радиуса звезды R получим

$$R = \frac{r_u}{1 - (1 - r_u/r_0)e^I}; \quad r_u = 2ku_0/c^2; \quad (7)$$

где

$$I = 16 \int_0^{45} x^4 (1 + x^2)^{-1/2} \left\{ 2.94 \cdot 10^4 x^3 (1 + 2.72 \cdot 10^{-3} x + 1.24 \cdot 10^{-4} x^2) + x(2x^2 - 3)\sqrt{1 + x^2} + 3 \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \right\}^{-1} dx. \quad (8)$$

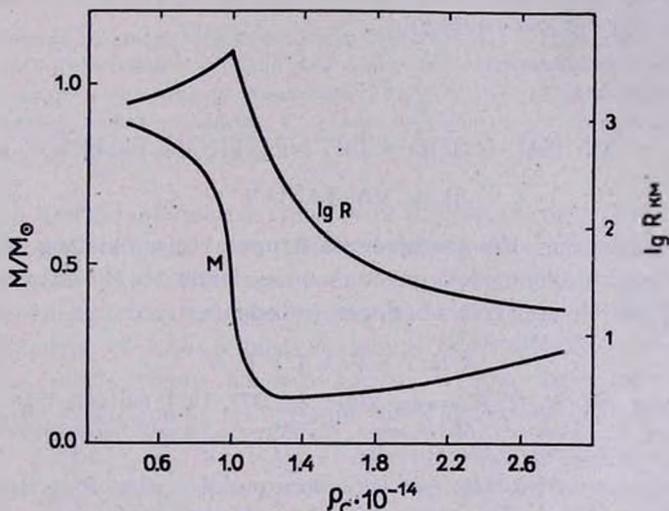


Рис. 1. Масса и радиус нейтронных звезд. Расчет оболочки произведен на основе ОТО с учетом нейтронизации ядер.

Интеграл (8) легко подсчитать численно, и он оказывается равным $2.099 \cdot 10^{-2}$. Из (7) видно, что при $r_u/r_0 = 2.073 \cdot 10^{-2}$ выражение R имеет полюс, положением которого и определяется место пика кривой $R(\rho_c)$. Выражение, аналогичное (7), получается и в ньютоновском приближении. Для конфигураций, расположенных на левой ветви кривой $R(\rho_c)$, формула (8) неверна, так как в этом случае масса оболочки оказывается порядка и больше массы ядра и ею пренебречь уже нельзя.

Следовательно, максимальное набухание оболочки обусловлено наличием нейтронного ядра, параметрами которого (μ_0 , r_0) и определяется положение максимума $R(\rho_c)$.

Конфигурации, для которых получается пик в радиусе, хотя и находятся в состоянии неустойчивого равновесия, но расположены у самой точки потери устойчивости (точка минимума $M(\rho_c)$, расположенная между точкой „ЛОВ“ и „ЛЧ“). В [16] было показано, что учет некоторых реакций в уравнении состояния может привести к тому, что такие конфигурации в течение определенного времени будут находиться в метастабильном состоянии. Правда, в этом случае время их жизни оказывается весьма незначительным (порядка 100 дней). Дальнейшее уточнение этих вопросов может представлять определенный интерес в аспекте обнаружения нейтронных звезд, так как такие звезды имеют нейтронное ядро и радиус порядка размеров белых карликов.

Выражаю благодарность Г. С. Саакяну, Д. М. Седракяну и Э. В. Чубаряну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

ON THE RADIUS OF NEUTRON STARS

Ju. L. VARTANIAN

It is shown that the presence of a nucleus, consisting of neutrons in a superdense degenerated gaseous mass leads to the strong swelling of the shell which consists of degenerated electrons and atomic nuclei.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Б. Зельдсвич, И. Д. Новиков, УФН, 84, 377, 1964; 86, 447, 1965.
2. Дж. Уилер, Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн, „Теория гравитации и гравитационный коллапс“, „Мир“, М., 1967.
3. Ю. Л. Вартамян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 16, 6, 137, 1963.
4. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
5. Н. А. Дмитриев, С. А. Холин, Вопросы космогонии, 9, 254, 1963.
6. С. W. Misner, H. S. Zapolsky, Phys. Rev. Lett., 12, 635, 1964.
7. В. К. Harrison, Phys. Rev., (в печати); см. также [2], гл. 5.
8. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 38, 1016, 1961.
9. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
10. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 38, 785, 1961.
11. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартамян, Nuovo Cimento, 30, 82, 1963; Сообщ. Бюр. obs., 33, 55, 1963.
12. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, Сообщ. Бюр. obs., 34, 99, 1963.
13. С. Чандрасекар, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
14. С. А. Каплан, Уч. зап. Львовского у-та, 15, вып. 4, 1949.
15. E. Schatzman, White Dwarfs, North Holland Publishing Company, 1958.
16. D. W. Meltzer, K. S. Thorne, Ap. J., 145, 515, 1966.