АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3 МАЙ, 1967 ВЫПУСК 2

О ВЛИЯНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В АТМОСФЕРЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ ЗВЕЗДЫ

И. А. КЛИМИШИН

Поступила 20 февраля 1966
Исправлена 10 января 1967

Получено приближенное выражение для распределения плотности в атмосфере звезды, устанавливающееся под действием периодических ударных волн. Найдено, что высота однородной атмосферы прямо пропорциональна квадрату числа Маха, характеризующего силу ударной волны.

Наличие разрывов в кривых радиальных скоростей ряда переменных звезд (RR Лиры, W Девы, RV Тельца) свидетельствует о периодическом движении в атмосферах этих звезд ударных волн сравнительно большой интенсивности. Так, например, скорость фронта ударной волны в атмосфере RR Лиры на уровне, где образуются линии H и K кальция, порядка 70 *км/сек*, а на уровне H_α она превышает 100 *км/сек*.

Двигаясь наружу, ударная волна увлекает за собой газ, составляющий атмосферу звезды. В нижних слоях атмосферы скорость волны значительно меньше параболической. Поэтому в движении каждого из элементов газа можно отметить три существенных момента: толчок по направлению вверх при переходе через фронт ударной волны, достижение наивысшего положения относительно начального уровня атмосферы и все ускоряющееся падение на звезду до встречи с последующим ударным фронтом. В самых внешних, ненаблюдаемых слоях атмосферы скорость волны, вероятно, превышает параболическую, что приводит к срыву этой части атмосферы звезды и ее рассеянию в пространстве.

В связи с тем, что распределение плотности в атмосфере пульсирующей звезды трудно поддается исследованию даже с помощью численного интегрирования уравнений гидродинамики [1], представляется интересным изучение этой задачи приближенными методами. Один из возможных простых методов оценки плотности в атмосфере таких звезд и предлагается в настоящей работе.

Возможность значительного увеличения протяженности оболочки звезды под действием периодической ударной волны была высказана Оджерсом и Кушвахой [2] в связи с изучением ими диссипации ударных волн в атмосфере звезды-гиганта R Гидры. Численные расчеты, подтвердившие значительное уменьшение эффективной силы тяжести под действием ударных волн были проведены Уитни [3] и Ирошниковым [4]. Однако, такие расчеты, требующие большой затраты труда (метод характеристик), трудно обобщить на другие, представляющие интерес случаи.

В настоящей заметке мы изложим приближенное решение задачи о распределении плотности в атмосфере звезды подвергающейся периодическому действию ударной волны. Будем считать, что в атмосфере звезды уже установилось определенное динамическое равновесие, то есть, что:

а) каждая последующая ударная волна движется в данной точке атмосферы (в системе координат, связанной с центром звезды) с той же скоростью, что и предыдущая, меньшей параболической;

б) распределение параметров газа перед и за фронтом волны тождественно повторяется;

в) температура газа постоянна вдоль всей атмосферы и не меняется при прохождении волны (предполагается сильное высвечивание);

г) скорость движения газа u, давление p и плотность ρ в данной точке являются линейными функциями времени t (зубчатый профиль ударной волны), то есть:

$$p = p_2 - \frac{p_2 - p_1}{W}\, t, \qquad u = u_2 - \frac{u_2 - u_1}{W}\, t, \qquad \rho = \rho_2 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{W}\, t, \tag{1}$$

где W — период движения волны, а индексами „1“ и „2“ обозначены параметры газа перед и за фронтом ударной волны соответственно;

д) средний поток массы через фиксированную поверхность равен нулю, то есть элемент газа, проходящий через эту поверхность в нулевой момент времени вверх, возвращается в эту точку непосредственно перед прохождением последующей ударной волны;

е) начальная скорость движения газа вверх u_2 равна скорости его падения вниз u_1 и практически равна скорости движения ударной волны D в согласии с условиями сохранения на фронте волны в предположении, что $T_2 = T_1$, из которых следуют соотношения

$$u_2 = D - \frac{c^2}{u_1 - D}, \qquad \frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(u_1 - D)^2}{c^2}, \tag{2}$$

где $c^2 = RT$ — изотермическая скорость звука,

R — газовая постоянная и $p = \rho RT = c^2\rho$;

ж) энергия ударной волны теряется на торможение падающего вниз газа, на выполнение работы по перемещению его вверх и на высвечивание.

Большинство принятых здесь предположений очевидно и не должно вызывать возражений. Что касается представления о зубчатом профиле ударной волны, то напомним, что оно уже использовалось Вейманом [5] при изучении вопроса о нагревании звездных хромосфер периодическими ударными волнами. Определенным образом задается профиль ударной волны и в методе Бринкли-Кирквуда [6] при решении задачи о диссипаций ударной волны в атмосфере.

Основное уравнение для определения закона изменения плотности с высотой можно получить двумя путями: либо исходя из соображений теории диссипации ударных волн [6], либо путем усреднения уравнений газодинамики по периоду [5] — результат при выше принятых предположениях получается один и тот же. Количество энергии ударной волны, которое может быть превращено в работу, представим в виде [6]:

$$S(r) = \int_0^W p'u'dt, \tag{3}$$

где r — лагранжева координата, p' и u' — давление и скорость движения в рассматриваемой точке. Подставляя (1) в (3) и учитывая, что, согласно, нашим предположениям, $u_1 \approx - u_2$, находим

$$S(r) = \frac{W}{6}(p_2 - p_1)\, u_2. \tag{4}$$

Работу по перемещению газа в поле тяжести удобно представить в виде суммы двух членов: первый учитывает энергию, теряемую на торможение элемента газа, падающего вниз со скоростью u_1, второй — кинетическую энергию того же элемента газа, движущегося вверх с начальной скоростью u_2. Обозначим далее количество энергии, излучаемое единицей массы газа за период, через Q. Тогда общие потери энергии ударной волны в единице объема за период, равны:

$$A(r) = \frac{1}{2}\rho_1(u_1^2 + u_2^2) + \rho_1 Q \approx \rho_1(u_2^2 + Q) \approx \rho_1(D^2 + Q), \tag{5}$$

что соответствует изменению энергии ударной волны при переходе от точки r до $r + dr$. Таким образом, дифференциальное уравнение для закона сохранения энергии ударной волны примет вид:

$$\frac{dS(r)}{dr} = -A(r) \tag{6}$$

или, учитывая, что промежуток W между двумя прохождениями ударной волны является постоянным, вдоль атмосферы звезды, получаем

$$\frac{W}{6}\frac{d}{dr}(p_2 - p_1)u_2 = -\rho_1(u_2^2 + Q). \tag{7}$$

Величину Q можно задать исходя из соображений, обычно принимаемых в теории диссипации ударных волн, предполагая, например, что сжатый и нагретый ударной волной газ сначала излучает и сжимается при постоянном давлении (движение влево параллельно оси V на диаграмме pV до адиабаты Пуассона, соответствующей начальному состоянию) после чего происходит его адиабатическое расширение до первоначального давления и плотности. Таким, образом, используя условия адиабаты Пуассона и ударной адиабаты, находим

$$Q = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p_2}{\rho_2}\left\{1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma}\frac{\rho_2}{\rho_1}\right\} \tag{8}$$

или в случае $p_2 \gg p_1$

$$Q \approx \frac{2\gamma}{(\gamma + 1)^2}D^2. \tag{9}$$

Выражение для Q в случае слабых ударных волн было получено Бринкли и Кирквудом и неоднократно использовалось при решении задачи о нагревании солнечной хромосферы и короны [7].

Итак, предположим, что $Q \approx kD^2$, причем $k < 1$. Ограничиваясь случаем сильной волны и подставляя в (8) условие $u_2 \approx D$, находим следующее дифференциальное уравнение для распределения плотности перед фронтом ударной волны:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\left[\frac{3}{2WD(r)}(1 + k) - \frac{3n}{r}\right]dr, \tag{10}$$

где $n = -\dfrac{d\ln D(r)}{d\ln r}$ — показатель степени закона изменения скорости ударной волны. Интегрируя (10), получаем распределение плотности непосредственно перед фронтом ударной волны в зависимости от высоты h над некоторым фиксированным уровнем атмосферы r_0, на котором $D = D_0$ и $\rho_1 = \rho_{10}$ (второе выражение является приближенным и верным при $h \ll r_0$):

$$\rho_1^{(h)} = \rho_{10} \exp\left\{-\int_{r_0}^{r}\left[\frac{3(1+k)}{2WD(r)} - \frac{3n}{r}\right]dr\right\} \approx \rho_{10}\exp\left\{-\frac{3(1+k)h}{2WD_0}\right\}. \quad (11)$$

Значение плотности непосредственно за фронтом волны находится согласно (2): $\rho_2 = \dfrac{4D^2}{c^2}\rho_1$. Заметим, что до тех пор, пока выполняется неравенство $h \ll r_0$, изменение плотности в атмосфере с высотой зависит только от значения скорости волны на фиксированном уровне.

Распределение плотности в атмосфере звезды для любого момента времени можно найти из (11) и (1) путем несложных дополнительных расчетов. Сначала согласно (11) вычисляется плотность ρ_1 в каждой точке атмосферы непосредственно перед приходом через нее ударной волны. Далее, фиксировав положение ударной волны на определенном уровне атмосферы, по заданной скорости движения волны расчитывают промежутки времени Δt, отделяющие переход волны через каждую рассматриваемую точку атмосферы от момента ее пребывания на заданном уровне. После этого по формуле (1) находится плотность на данном уровне в заданный момент времени. Этим и решается поставленная задача.

Нетрудно убедиться, что выражение (11) в случае отсутствия ударных волн переходит в обычную формулу, описывающую распределение плотности в изотермической атмосфере. В самом деле, период W, то есть промежуток времени между двумя прохождениями ударной волны, в нижней части атмосферы звезды равен времени, за которое увлеченный ударной волной элемент газа, достигнув наибольшего отклонения от положения равновесия, снова возвращается в первоначальное положение, то есть

$$W = \frac{2u_2}{g_0} \approx \frac{2D_0}{g_0}. \quad (12)$$

Здесь g_0 — ускорение силы тяжести на заданном уровне. Подставляя (12) в (11), находим, что высота однородной атмосферы звезды, возмущаемой периодическими ударными волнами, приближенно может быть оценена из следующего соотношения:

$$H = \frac{4}{3(1+k)} \frac{D_0^2}{c^2} H_0 = \frac{4}{3(1+k)} M_0^2 H_0, \qquad (13)$$

где $M_0 = \frac{D_0}{c}$ — число Маха, $H_0 = \frac{c^2}{g_0}$ — высота однородной атмосферы в невозмущенном случае. Коэффициент 4/3 здесь является результатом предположения о большой интенсивности ударной волны. При $M \to 1$ и $k \to 1$ следует очевидное $H \to H_0$.

Из выражения (13) следует, в частности, что эффективная высота однородной атмосферы звезды RR Лиры при скорости движения ударной волны в нижней хромосфере порядка $D \approx 45$ *км/сек*, $c \approx 8$ *км/сек* ($M_0^2 \approx 30$) и $g_0 = 770$ *см·сек*$^{-2}$ порядка $1.5 \cdot 10^{10}$ *см*, а эффективная сила тяжести в атмосфере этой звезды $g_{eff} = \frac{c^2}{H} \approx 43$ *см·сек*$^{-2}$. Это хорошо согласуется с результатом, полученным в [4] Р. С. Ирошниковым ($g_{eff} \approx 43$ *см·сек*$^{-2}$) путем сложных численных расчетов и подробного анализа данных спектроскопических наблюдений.

Решения (11) и (13) получены в результате ряда упрощающих предположений. В частности, выражение для распределения плотности должно учитывать возможное существенное изменение скорости ударной волны с расстоянием, а не зависеть от ее значения только на каком-то фиксированном уровне. Поэтому представляется естественным по аналогии с распределением плотности в изотермической невозмущенной атмосфере обобщить решение (13), записав его в виде

$$\rho_1 = \rho_{10} e^{-\frac{gh}{M^2 c^2}}, \qquad (14)$$

считая при этом, что $M = f(h)$. В этом случае каждая точка звездной атмосферы с заданным значением числа Маха M будет характеризоваться своей собственной высотой однородной атмосферы $H = c^2 M^2 / g$. Как показали предварительные расчеты, принимая распределение плотности в атмосфере переменной звезды RR Лиры в виде (14), можно получить хорошее совпадение теоретического распределения скорости с наблюдаемым (в статическом случае скорость ударной волны очень быстро возрастает до весьма больших значений). Таким образом, распределение (14), вероятно, может быть достаточным для интерпретации спектральных наблюдений ряда пульсирующих переменных.

В заключение отметим следующее. Периодичность прохождения ударной волны в атмосфере звезды определяется процессами, происходящими в более глубоких ее слоях, а период W остается постоянным вдоль атмосферы. В то же время скорость движения ударной волны и ускорение силы тяжести меняются с высотой. Поэтому в верхних слоях атмосферы звезды, вероятно, имеет место неравенство $W < 2D/g$, то есть увлеченный фронтом ударной волны газ не успевает возвратиться в первоначальное положение к последующему прохождению волны. Происходит своеобразное пульсирующее истечение вещества в межзвездную среду. Простые соображения приводят к выводу, что высота однородной атмосферы в этом случае должна быть больше, чем это следует из соотношения (13). Однако получить хотя бы грубое аналогичное выражение для распределения плотности в этом случае пока не удалось.

Пользуюсь случаем выразить искреннюю благодарность В. Г. Горбацкому за неоднократное обсуждение затронутых здесь вопросов.

Львовская астрономическая
обсерватория

THE INFLUENCE OF PERIODICAL SHOCK WAVES ON THE DISTRIBUTION OF DENSITY IN THE ATMOSPHERE OF THE PULSATING STAR

I. A. KLIMISHIN

An approximate expression for the distribution of density in the atmosphere of the star that is settled there under the influence of the periodical shock waves is derived. It is found that the scale height is proportional to the square of Mach's number that characterizes the strengh of the shock wave.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. Уитни*, сб. Космическая газодинамика, ИИЛ, 1963.
2. *G. J. Odgers*, *R. S. Kushwaha*, Publ. Domin. obs., XI, 253, 1960.
3. *C. Whitney*, Ann. d'Astrophys., 19, 34, 142, 1956.
4. *P. C. Ирошников*, Астрон. ж., 38, 4, 1961.
5. *R. Weymann*, Ap. J., 132, 452, 1960.
6. *G. J. Odgers*, *R. S. Kushwaha*, Publ. Domin. obs., XI, 185, 1960.
7. *И. С. Шкловский*, Физика солнечной короны, Физматгиз, 1962.