АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3 | МАЙ, 1967 | ВЫПУСК 2

РАВНОВЕСИЕ ЗВЕЗДЫ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

З. Ф. СЕИДОВ

Поступила 6 декабря 1966

Рассматривается равновесие звезды, вещество которой испытывает фазовый переход. Исследуются зависимости параметров звезд вблизи точки перехода. Показано, что dM/dR всюду непрерывна; находится критическое отношение плотностей при фазовом переходе, которое приводит к потере устойчивости звездой сразу после образования новой фазы. Подробно рассматриваются политропные звезды с фазовым переходом и $\bar{n}=0$ и $\bar{n}=1$. Получены аналитические выражения для параметров звезды как функций от центрального равновесия.

1. *Введение.* Важным вопросом астрофизики является вопрос о конечной судьбе звезд. Одной из альтернатив является плотная холодная звезда со средней плотностью 10^6—10^8 *г/см*^{3} (белый карлик) или 10^{14}—10^{16} *г/см*^{3} (нейтронная звезда) [1—4]. Построением кривой масса—центральная плотность для холодных звезд, имеющей большое эволюционное значение, занимались многие авторы. Было показано, что одной из причин существования максимальной массы (при конечной центральной плотности) белых карликов является реакция „обратного β-распада" или „нейтронизация" [5—8]. (Другая причина — эффекты ОТО [9—11]).

Однако, до сих пор не учитывалось следующее обстоятельство. При нейтронизации, когда ядра с данными A_1, Z_1 (атомный номер и заряд) при определенном значении ферми-энергии электронов превращаются в другие ядра A_2, Z_2, концентрация электронов и зависящее от нее давление (давление ядер пренебрежимо) P_0, остаются постоянными, но плотность меняется от ρ_1 до ρ_2, причем $q=\rho_2/\rho_1=A_2Z_1/A_1Z_2$. Таким образом, $P(\rho)$ имеет область $\rho_1\leqslant\rho\leqslant\rho_2$, в которой $P=P_0=$ $=\mathrm{const}$*. Но в таком случае плотность в равновесной звезде уже не

---

* Другим примером фазового перехода, приводящего к такому виду $P(\rho)$, является превращение холодного водорода из молекулярного кристалла в атомный [12—14], имеющее место в больших водородных планетах.

является непрерывной переменной, какой остается давление. Поэтому правильнее рассматривать все параметры звезды как функции центрального давления P_c, но не центральной плотности ρ_c.

Данная работа посвящена вопросу об особенностях в зависимостях для массы M, радиуса R, полной энергии ε при переходе от звезд с $P_c < P_0$ к звездам с $P_c > P_0$, когда в центре возникает область новой более плотной фазы. Рассмотрены аналитические свойства асимптотики при малых количествах новой фазы. Показано, что при произвольной зависимости $P(\rho)$ производные $dM/d\Phi$, $dR/d\Phi$, $d\varepsilon/d\Phi$ не терпят разрыва при фазовом переходе (при $q \neq 1.5$), здесь $\Phi = -GM/R$ (п. 2). Найдено критическое значение q, которое приводит к потере устойчивости звездой в момент образования новой фазы (п. 3). Это критическое значение при любом уравнении состояния равно $q = 1.5$. Рассмотрены два примера звезды с фазовым переходом с простым уравнением состояния: несжимаемая жидкость $n = 0$ и политропа $n = 1$, где $n = [d \ln P / d \ln \rho - 1]^{-1}$. В этих простых случаях удается получить полное аналитическое решение задачи (п. 4,5). Делаются выводы относительно произвольного уравнения состояния (п. 6). Из результатов следует, что кривые ряда авторов, занимавшихся численными расчетами, построены неправильно вблизи точки фазового перехода.

2. *Теорема о химическом потенциале вещества.* Условие равновесия сферически-симметричной звезды, которое обычно записывается в виде

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho M(r)}{r^2}, \tag{1}$$

в случае $T = 0$ можно сформулировать в виде закона сохранения

$$H(\rho) + \varphi(r) = \Phi = \text{const}, \tag{2}$$

где $\varphi(r)$ — гравитационный потенциал, $H(\rho)$ — удельная энтальпия или иначе тепловая функция, определяемая условием

$$dH = \frac{1}{\rho} dP, \qquad H = E(\rho) + \frac{P}{\rho}, \tag{3}$$

здесь $E(\rho)$ — удельная энергия.

Для вещества в отсутствии внешнего поля H является одновременно и аналогом химического потенциала: добавление единицы массы к веществу, находящемуся в 1 $см^3$, меняет его энергию на

$$\frac{d}{d\rho}(\rho \cdot E(\rho)) = E + \rho \frac{dE}{d\rho} = E + \frac{1}{\rho} dP \equiv H. \tag{4}$$

При наличии поля Φ является естественным обобщением химического потенциала; Φ представляет собой производную $d\varepsilon/dM$. Из общего вариационного принципа следует, что $d\varepsilon/dM$ не зависит от того, в какое именно место звезды добавлена единица массы [15]. Этому и соответствует утверждение, что Φ постоянно по всей звезде.

Свойства звезды определяются заданием Φ точно так же, как и заданием M. Далее, производные $dM/d\Phi$, $dR/d\Phi$, $d\varepsilon/d\Phi$ не терпят разрыва при образовании новой фазы (там, где $\rho(P)$ имеет разрыв). Отсюда следует, в частности, и непрерывность dM/dR и $d\varepsilon/dM$. Перейдем к доказательству этого утверждения.

Рассмотрим ситуацию, когда в центре звезды возникла малая область новой фазы с радиусом $r_1 \ll R$. На границе r_1, очевидно, непрерывны как H, так и φ. Сравним решение, соответствующее этой ситуации, с граничным решением или его аналитическим продолжением без новой фазы. Изменение $\varphi(r_1)$ вследствие образования новой фазы равно

$$-G\frac{\Delta M}{r_1} = -G\frac{\frac{4\pi}{3}(\rho_2-\rho_1)r_1^3}{r_1} \sim r_1^2. \tag{5}$$

Следовательно, изменение $\Delta\Phi \sim r_1^2$ (точнее, $\Delta\Phi \sim (q-1.5)\,r_1^2$, см. ниже, формула (15)). Изменение M, R и ε при этом не зависит от причины, вызвавшей данное изменение $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0$. Дополнительная масса, находящаяся в области новой фазы $\Delta M \sim (q-1)\,r_1^3 \sim (\Delta\Phi)^{3/2}$. Обусловленные этой дополнительной массой приращения радиуса, внутренней потенциальной и полной энергий также пропорциональны r_1^3:

$$\begin{aligned} &(R+\Delta R)^3 \sim M+\Delta M, && \Delta R \sim \Delta M/R^2 \sim r_1^3, \\ &\Delta E = P_0\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cdot M_1 \sim r_1^3, && \Delta\Omega \sim -\frac{GM}{R}\left(\frac{\Delta M}{M}-\frac{\Delta R}{R}\right) \sim r_1^3. \end{aligned} \tag{6}$$

Следовательно, разложения M, R и ε имеют вид $a+b(\Phi-\Phi)_0+$ $+c(\Phi-\Phi_0)^{3/2}$, где только коэффициент c при $q \neq 1.5$ зависит от самих свойств новой фазы. Но этот коэффициент не дает вклада в производную $d/d\Phi|_{\Phi_0}$, которая должна поэтому быть одинаковой до и после фазового перехода. Этим исчерпывается доказательство для $q \neq 1.5$. В вырожденном случае, при $q = 1.5$, $\Delta\Phi$ будет пропорционально более высокой степени r_1 (r_1^4), к этому случаю теорема не применима.

3. *Критическое отношение плотностей.* Будем считать известными $P(\rho)$, $H(\rho)$, $\rho \leq \rho_1$ и $M(P_c)$, $R(P_c)$, $\varepsilon(P_c)$, $P_c \leq P_0$. Для того,

чтобы вычислить Φ, учтем, что на внешней границе звезды, $\rho = 0$, $P = 0$, $H = 0$, $\varphi = -GM/R$, следовательно

$$\Phi = -GM(P_c)/R(P_c) = \Phi(P_c). \tag{7}$$

Рассмотрим звезду с малым радиусом новой фазы r_1, массой M, радиусом R, полной энергией ε и $\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi$. Согласно п. 2, как в „+“, так и в „—“ решении

$$M = M_0 + \left.\frac{dM}{d\Phi}\right|_{\Phi_0} \cdot \Delta\Phi, \quad R = R_0 + \left.\frac{dR}{d\Phi}\right|_{\Phi_0} \cdot \Delta\Phi,$$
$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \left.\frac{d\varepsilon}{d\Phi}\right|_{\Phi_0} \cdot \Delta\Phi. \tag{8}$$

Вблизи центра любого равновесного сферически-симметричного тела

$$P(r) = P(0) - \frac{2\pi G}{3}\rho_c^2 r^2,$$
$$\varphi(r) = \varphi(0) + \frac{2\pi G}{3}\rho_c r^2, \tag{9}$$
$$H(r) = H(0) - \frac{2\pi G}{3}\rho_c r^2.$$

Последнее следует из (2).

Для того, чтобы найти связь между $\Delta\Phi$ и r_1, поступим следующим образом. В „+“ решении имеем

$$\left.\frac{dP_c}{d\Phi}\right|_{+} \cdot \Delta\Phi = \frac{2\pi G}{3}\rho_2^2 r_1^2, \qquad \varphi_+(r_1) = \Phi - H_0. \tag{10}$$

Это следует из (9) и того, что на границе фаз $P = P_0$, $H = H_0$ и, с другой стороны, P_0 и H_0 — значения P и H в центре звезды перед началом образования новой фазы.

В „—“ решении (аналитически продолженном, без новой фазы) соответствующем (8), имеем:

$$\varphi_-(r_1) = \Phi - \Phi_0 - \frac{1}{\rho_1}\left.\frac{dP_c}{d\Phi}\right|_{-} \cdot \Delta\Phi + \frac{2\pi G}{3}\rho_1^2 r_1^2. \tag{11}$$

В „+“ решении $\varphi_+(r_1)$ отличается от $\varphi_-(r_1)$ за счет дополнительной плотности $(\rho_2 - \rho_1)$ в центре и соответствующей дополнительной массы

$$\varphi_+(r_1) = \varphi_-(r_1) - \frac{4\pi G}{3}(\rho_2 - \rho_1) r_1^2. \tag{12}$$

Из (10), (11) и (12) получим искомую связь

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{dP_c}{d\Phi}\bigg|_- \cdot \Delta\Phi = \frac{2\pi G}{3}(3\rho_1 - 2\rho_2) r_1^2. \tag{13}$$

или, используя (10) и (13)

$$\frac{dP_c}{d\Phi}\bigg|_- = \frac{3-2q}{q^2} \cdot \frac{dP_c}{d\Phi}\bigg|_+, \qquad q = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \tag{14}$$

В итоге, используя непрерывность производных $d/d\Phi$, приходим к важному соотношению

$$\frac{dM}{dP_c}\bigg|_+ = \frac{3-2q}{q^2} \frac{dM}{dP_c}\bigg|_- \tag{15}$$

и то же самое верно для R и ε.

Таким образом, M, R, ε как функции от P_c имеют разрыв в производной в точке образования новой фазы. Далее, монотонность M, R, ε, как функций от P_c и Φ имеет место лишь при $q < 1.5$. При $q > 1.5$ в критической точке производные по P_c меняют знак, а в функциях от Φ имеется точка возрата. В частности, при $q > 1.5$ $M(P_c)$ имеет в точке фазового перехода острый максимум, что приводит к потере устойчивости звезды.

Соотношения (15) были получены Лайтхиллом [15] для случая, когда $\rho(P)$ непрерывна при $P < P_0$, но принимает значение $q\rho_1 = \text{const}$, где $\rho_1 = \rho(P_0)$, при $P > P_0$, то есть для случая когда новая фаза является несжимаемой жидкостью. Однако, на самом деле, формула (15) верна при любом уравнении до и после фазового перехода. Действительно, как легко видеть, формулы (9) верны при любом уравнении состояния, а именно на них основан вывод (15).

4. *Несжимаемая жидкость* $n = 0$. В этом случае, рассмотренном впервые Рамзаем [17], плотность не зависит от внешнего давления. Пусть M_0, R_0, ε_0, Φ_0 — параметры звезды из несжимаемой жидкости плотности ρ_1, центральное давление которой равно пороговому для реакции фазового перехода P_0. Тогда для звезды той же фазы с центральным давлением $P_c = P_0 + \alpha$ [18]:

$$\frac{M}{M_0}=\left(1+\frac{\alpha}{P_0}\right)^{3/2},\qquad \frac{R}{R_0}=\left(1+\frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2},$$
$$\frac{\Phi}{\Phi_0}=1+\frac{\alpha}{P_0},\qquad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}=\left(1+\frac{\alpha}{P_0}\right)^{5/2}. \tag{16}$$

Пусть теперь в центре звезды имеется шар новой фазы несжимаемой жидкости плотности ρ_2. На границе между фазами

$$r=r_1=\left(\frac{3\alpha}{2\pi G\rho_2^2}\right)^{1/2},\qquad P=P_0,\qquad M=M_1=\frac{4\pi}{3}\rho_2 r_1^3, \tag{17}$$

где r_1 и M_1 — радиус и масса новой фазы. При этом распределение давления в ядре имеет вид

$$P=P_c-\frac{2\pi G}{3}\rho_2^2 r^2, \tag{18}$$

а в оболочке (область старой фазы)

$$P=4\pi G\rho_1^2\left(C+\frac{D}{r}-\frac{1}{6}r^2\right). \tag{19}$$

Из условий сшивки (17)—(19)* легко найти постоянные C и D и тем самым все параметры звезды. Приведем только конечный результат

$$\frac{M}{M_0}=\left(\frac{R}{R_0}\right)^3+\frac{q-1}{q^3}\left(\frac{\alpha}{P_0}\right)^{3/2},$$
$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^3-\left(1-\frac{2q-3}{q^2}\frac{\alpha}{P_0}\right)\frac{R}{R_0}-2\frac{q-1}{q^3}\left(\frac{\alpha}{P_0}\right)^{3/2}=0, \tag{20}$$
$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}=\left(\frac{R}{R_0}\right)^5+\frac{5}{2}\frac{q-1}{q^3}\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\left(\frac{\alpha}{P_0}\right)^{3/2}+\frac{(q-1)(2q-3)}{2q^5}\left(\frac{\alpha}{P_0}\right)^{5/2}-$$
$$-\frac{5(q-1)}{6q^3}\left(\frac{\alpha}{P_0}\right)^{5/2}.$$

Из этих общих выражений легко получить асимптотику для малых α/P_0:

---

* На границе между фазами непрерывны $P(r)$ и $M(r)$ $\left(M(r)\sim\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dr}\sim\frac{dH}{dr}\right)$, см. п. 2.

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \frac{3(2q-3)}{2q^2}\frac{\alpha}{P_0}, \qquad \frac{R}{R_0} = 1 - \frac{2q-3}{2q^2}\frac{\alpha}{P_0},$$
$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = 1 - \frac{2q-3}{q^2}\frac{\alpha}{P_0}, \qquad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{5(2q-3)}{2q^2}\frac{\alpha}{P_0}. \tag{21}$$

Из (16) и (21) получим соотношения, аналогичные (15). При $q = 1.5$, в формулах (21) член, пропорциональный α/P_0, обращается в нуль. В этом случае с помощью (20) найдем

$$\frac{M}{M_0} = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 - \frac{1}{2}\frac{R}{R_0},$$
$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{9}{4}\left(\frac{R}{R_0}\right)^5 - \frac{5}{3}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + \frac{5}{12}\frac{R}{R_0}. \tag{22}$$

Из (16) и (22) получим, что функции $M(R)$, $\varepsilon(M)$ и т. п. имеют излом в точке перехода при $q = 1.5$ (то же самое верно и для $M(\Phi)$, $\varepsilon(\Phi)$ и т. п.).

5. *Политропа* $n = 1$. Для звезды с уравнением состояния $P = K_1\rho^2$ [18]:

$$\frac{M}{M_0} = \left(1 + \frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2}, \qquad \frac{R}{R_0} = 1,$$
$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \left(1 + \frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2}, \qquad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{\alpha}{P_0}. \tag{23}$$

Пусть теперь в центре звезды имеется область новой фазы с уравнением состояния $P = K_2\rho^2$. Очевидно, что при этом

$$q = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^{1/2}. \tag{24}$$

Решение для ядра имеет вид

$$\rho = \rho_c\frac{\sin\eta}{\eta}, \qquad r = \beta_2\eta, \qquad \beta_2 = \left(\frac{K_2}{2\pi G}\right)^{1/2}, \qquad \rho_c = \rho_2\left(1 + \frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2}. \tag{25}$$

На границе ядра $\rho = \rho_2$, $r = r_1$, $\eta = \eta_1$, поэтому

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2}} = \frac{\sin\eta_1}{\eta_1} = \frac{\sin(r_1/\beta_2)}{r_1/\beta_2}, \tag{26}$$

откуда получаем связь между радиусом новой фазы r_1 и α. Масса новой фазы

$$M_1 = 4\pi \int_0^{r_1} \rho r^2 dr = 4\pi \rho_2 \beta_2^3 \left(1 + \frac{\alpha}{P_0}\right)^{1/2} (\sin \eta_1 - \eta_1 \cos \eta_1). \tag{27}$$

Решение для оболочки имеет вид

$$\rho = \lambda \frac{\sin(\eta - \delta)}{\eta}, \qquad r = \beta_1 \eta, \qquad \beta_1 = \left(\frac{K_1}{2\pi G}\right)^{1/2}, \tag{28}$$

где λ и δ — подлежащие определению из условий сшивки постоянные. Из (27)—(30) получим окончательно

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{M}{M_0} = \frac{\eta_1/q}{\sin(\eta_1/q - \delta)}\left(1 + \frac{\delta}{\pi}\right), \qquad \frac{R}{R_0} = 1 + \frac{\delta}{\pi},\\
&\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\eta_1/q}{\sin(\eta_1/q - \delta)},\\
&\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{1}{2\pi}\frac{(\eta_1/q)^2}{\sin^2(\eta_1/q - \delta)}[2(\pi + \delta - \eta_1/q) + \sin(2\eta_1/q - 2\delta)] +\\
&+ \frac{1}{2\pi}\frac{1 + \alpha/P_0}{q^3}[2\eta_1 - \sin(2\eta_1)] - 2\frac{(q-1)}{\pi q^3}\frac{\eta_1}{\sin \eta_1} \times\\
&\times (\sin \eta_1 - \eta_1 \cos \eta_1),\\
&\delta = \frac{1}{q}\eta_1 - \operatorname{arc\,tg} \frac{\eta_1/q}{1 - \frac{1}{q}(1 - \eta_1/\operatorname{tg} \eta_1)}.
\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Асимптотика при малых α/P_0 следующая:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{q-1}{3\pi q^3}\left(\frac{3\alpha}{P_0}\right)^{3/2}, \qquad \frac{M}{M_0} = 1 + \frac{3-2q}{2q^3} \cdot \frac{\alpha}{P_0},\\
&\frac{\Phi}{\Phi_0} = 1 + \frac{3-2q}{2q^2} \cdot \frac{\alpha}{P_0}, \qquad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{3-2q}{q^2} \cdot \frac{\alpha}{P_0}.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Из (26) и (30) приходим к соотношениям, аналогичным (15).

При $q = 1.5$ в формулах (30) член, пропорциональный α/P_0, обращается в нуль. Получим поэтому следующие члены разложения (удобнее разлагать по η_1, но не по α/P_0):

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{q-1}{3\pi q^3}\eta_1^3, \qquad \frac{M}{M_0} = 1 - \frac{2q-3}{6q^2}\eta_1^2 - \frac{q-1}{3\pi q^3}\eta_1^3,$$
$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = 1 - \frac{2q-3}{6q^2}\eta_1^2. \qquad (31)$$

Из (23) и (31) снова, как и в случае $n = 0$, находим, что при $q = 1.5$ производные d/dP_c и $d/d\Phi$ терпят разрыв в точке фазового перехода.

6. *Обсуждение результатов.* На рис. 1—4 приведены кривые $M(\Phi)$ и $M(R)$ для различных n и q. Пунктиром дана асимптотика вблизи точки фазового перехода при $q = 1.5$ и $q \neq 1.5$. Кривые при $q = 1.5$ в точке (1,1) имеют излом. Показаны устойчивые (перечеркнуты один раз) и неустойчивые ветви (перечеркнуты два раза). Переход от устойчивых ветвей к неустойчивым и наоборот определяется экстремумом M (но не R или Φ!).

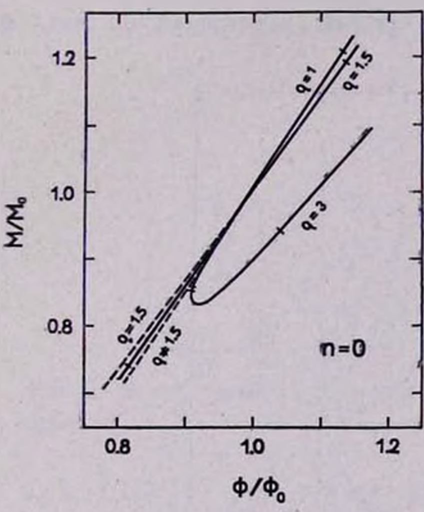

Рис. 1.

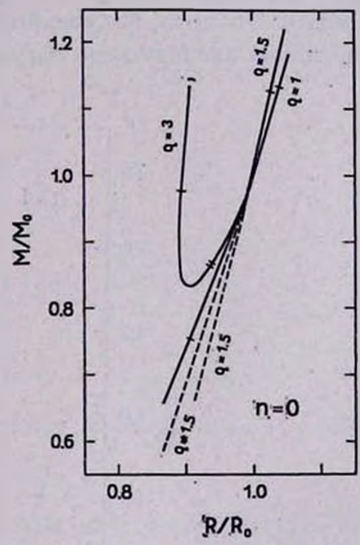

Рис. 2.

Политропа $n = 1$ имеет весьма важное отличие от несжимаемой жидкости. Звезда из двух фаз несжимаемой жидкости при $q \leqslant 1.5$ нигде не достигает максимума массы, то есть нигде не теряет устойчивости. Звезда с уравнением состояния $P = K\rho^2$ после образования новой фазы при $q < 1.5$ теряет устойчивость только после точки перехода при конечном количестве новой фазы и тем скорее, чем ближе q к 1.5. Асимптотические формулы при малых количествах новой фазы (формулы (23) и (32)) не зависят от свойств новой фазы, то есть от

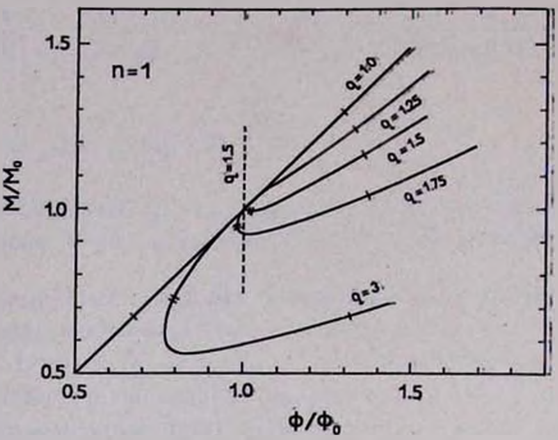

Рис. 3.

вида $P(\rho)$ при $\rho > \rho_2$, но только от свойств старой фазы (и параметра q, конечно). То есть, полученные для $n = 0$ и $n = 1$ результаты об асимптотической зависимости параметров звезды, состоящей из двух фаз,

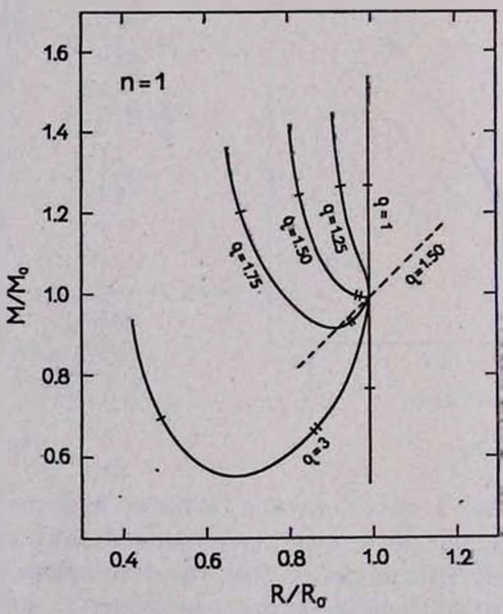

Рис. 4.

вблизи точки перехода, верны для любой новой фазы. А соотношения между производными параметров звезды справа и слева от точки фа-

зового перехода не зависят даже от свойств старой фазы, но только от величины скачка плотности при фазовом переходе q. Именно:
1. $q \neq 1.5$. Кривые $R(M)$, $M(\Phi)$ и т. п. для $q \neq 1.5$ не имеют углов и тем более разрывов, но только точки возврата. Поэтому кривые $R(M)$ ряда авторов [8, 12, 14] неправильны. Отметим еще раз, что кривые $R(P_c)$, $M(P_c)$, $\Phi(P_c)$ в точке перехода имеют излом и что кривые $R(\rho_c)$, $M(\rho_c)$, $\Phi(\rho_c)$ во всяком случае не физичны, так как с учетом пороговой реакции фазового перехода плотность в центре звезды не является непрерывной переменной.

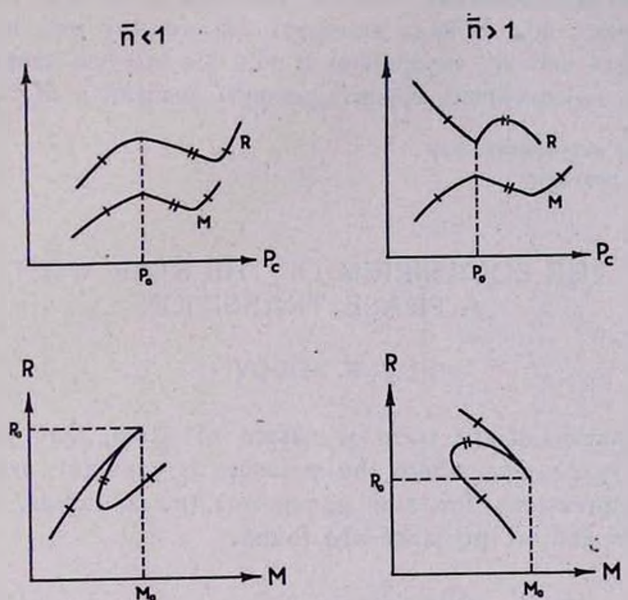

Рис. 5. Качественный ход кривых вблизи точки фазового перехода с различным эффективным показателем политропы, $\bar{n}$, при $q > 1.5$.

2. $q = 1.5$. В этом случае рассуждения п. 3 не проходят и требуется специальный анализ в каждом частном случае (см. п. 4, 5).

3. $q > 1.5$. При этом, согласно п. 3, в точке перехода масса имеет острый максимум с разрывом в производной dM/dP_c. Так как dR/dM должна быть непрерывна всюду, то когда dM/dP_c меняет знак, должна менять знак и dR/dP_c (то же самое верно и относительно $\varepsilon(P_c)$). То есть сразу после точки перехода радиус звезды с эффективным показателем политропы $\bar{n} < 1$ должен уменьшаться, а с $\bar{n} > 1$ увеличиваться. Кривые для любого эффективного $\bar{n}$ приведены на рис. 5.

4. При $q < 1.5$ нет максимума массы в точке перехода. После образования новой фазы кривая $M(P_c)$ вначале возрастая, достигает максимума и, следовательно, звезда теряет устойчивость, тем скорее, чем больше q и чем больше $\bar{n}$. Поэтому кривые Сальпетера [8] для холодных белых карликов с учетом пороговой реакции нейтронизации (при этом для всех рассмотренных реакций $q < 1.5$) с максимумом массы в точке перехода неправильны.

В заключение заметим, что утверждение о непрерывности производных M, R и ε по Ф и о критическом значении $q = 1.5$ справедливо не только в ньютоновской теории тяготения, но и в ОТО. В этом случае, конечно, под M надо понимать M_0 — сумму масс покоя составляющих звезду частиц (нуклонов) а под ε — полную энергию звезды, включающую внутреннюю, гравитационную энергии и M_0c^2.

Шемахинская астрофизическая обсерватория

THE EQUILIBRIUM OF THE STAR WITH A PHASE TRANSITION

Z. F. SEIDOV

The equation of the state of matter of stars, that have a range of densities $\rho_1 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$, where the pressure is constant, are considered. Analytical expressions for star parameters (mass, radius, total energy) depending on central pressure are found.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, УФН, 84, 377, 1964.
2. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, УФН, 86, 449, 1965.
3. Гравитация и относительность, ИЛ, М., 1965.
4. *B. K. Harrison, K. S. Thorne, M. Wakano, J. A. Wheeler*, Gravitational theory and gravitational collapse, Chicago, 1965.
5. *Э. Шацман*, Астрон. ж., 33, 800, 1956.
6. *Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян*, Сообщ. Бюр. обс., 34, 99, 1963.
7. *E. E. Salpeter*, Ap. J., 134, 669, 1961.
8. *T. Hamada, E. E. Salpeter*, Ap. J., 134, 683, 1961.
9. *С. А. Каплан*, Уч. зап. ЛГУ, серия физ.-мат., 15, 109, 1949.
10. *С. А. Каплан, И. А. Климишин*, Циркуляр астрон. обс. Львовского Ун-та, № 27, 17, 1953.
11. *S. Chandrasekhar*, Phys. Rev. Lett., 12, 114, 437, 1964; 14, 241, 1965; Ap. J., 140, 417, 1964.

12. *W. H. Ramsey*, M. N., 113, 427, 1951.
13. *А. А. Абрикосов*, Астрон. ж., 31, 112, 1954.
14. *А. А. Абрикосов*, Вопросы космогонии, 3, 11, 1954.
15. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
16. *M. J. Lighthill*, M. N., 110, 339, 1950.
17. *W. H. Ramsey*, M. N., 110, 325, 1950.
18. *С. Чандрасекар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.