

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР  
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 3

ФЕВРАЛЬ, 1967

ВЫПУСК 1

О МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ ОТРАЖЕНИЯ  
В ТЕСНЫХ ДВОЙНЫХ ЗВЕЗДАХ

И. Б. ПУСТЫЛЬНИК

Поступила 29 октября 1966

Выдвинуто предположение, что учет несерости вещества отражающей звезды и гравитационное потемнение могли бы объяснить отрицательные  $O-C$  амплитуды эффекта отражения в тесных двойных звездах. Методом Чандрасекара решены уравнения переноса для плоско-параллельной атмосферы в состоянии локального термодинамического равновесия и с коэффициентом поглощения, слабо зависящим от  $\lambda$  (ионы  $H^-$ ) и освещаемой точечным источником. Решение используется для определения монохроматической амплитуды эффекта отражения. Отражающая поверхность отождествляется с критической поверхностью Роша.

Природа эффекта отражения в тесных двойных звездах пока остается во многом неясной. В последнее время было опубликовано несколько работ, рассматривающих это явление как с точки зрения чистого рассеяния [1], так и в предположении поглощения с последующим переизлучением в условиях локального термодинамического равновесия [2, 3]. Каков бы ни был предполагаемый механизм эффекта отражения, с его помощью следовало бы объяснить, почему определяемые из анализа кривых блеска амплитуды эффекта отражения, как правило, оказываются систематически ниже теоретических оценок. Со времени пионерских работ Эддингтона [4] и Милна [5] было предпринято несколько попыток [6—8] найти этому разумное объяснение.

Недавно Собеским [2] и нами [3] была рассмотрена задача о реэмиссии излучения атмосферой с коэффициентом поглощения, слабо зависящим от длины волны. Применяв решение этой задачи к отражению от сферической звезды, Собески [9] пришел к заключению, что одним только учетом несерости вещества нельзя объяснить отрицательные  $O-C$  амплитуды эффекта отражения, в особенности, когда реэмитирующая звезда— субгигант или гигант позднего спектрального

класса, а освещающая ее звезда раннего спектрального класса В5 — А0. В свете этих результатов приходится усомниться в обоснованности предположения о сферичности реэмитирующей звезды. Правда, анализ кривых блеска полуразделенных систем приводит, как будто, к довольно умеренным значениям эллипсоидальности субгигантов. Но у этих систем отмечается целый ряд пекулярностей, которые у американских исследователей затменно-двойных звезд принято именовать отклонениями от классической модели (*departures from Russel model*). Это заставляет с известной осторожностью относиться к „наблюденным“ значениям эллипсоидальности компонент двойной звезды. Анализируя причины неудовлетворительного согласия теории с наблюдениями, Собески ссылается на более ранние работы Хосокава [8, 10, 11], из которых следует, что у систем с отрицательными  $O-C$  амплитуды эффекта отражения отмечаются и аномальные значения эллипсоидальности. Упомянем также работу Одинцова [7], который, рассмотрев отражение в интегральном свете от эллипсоидальной звезды, получил довольно обнадеживающие результаты.

Проблема фигур равновесия компонент тесных двойных звезд, вообще, довольно сложна. Тем более запутанной выглядит она, когда речь заходит о фигурах субгигантов, которые заполняют критические поверхности Роша и обнаруживают целый ряд сопутствующих нестационарных явлений (выброс или перенос массы, образование полустойчивых колец и т. п.). Для таких звезд будем отождествлять переизлучающую поверхность с критической поверхностью Роша. Такая идеализация, по-видимому, не менее оправдана, чем допущение сферичности, пока мы не будем располагать надежными данными о фигурах субгигантов.

Эффект отражения от поверхности Роша должен заметно отличаться от сферического случая, ввиду сильного гравитационного потемнения. Используем данные Копала [12] о критических фигурах Роша. Для примера рассмотрим типичную полуразделенную систему с отношением масс  $q = 0.3$  (RS Vul или TX UMa). Отношение  $\frac{OA}{OM}$  (см. рис. 1) порядка 0.7, а, следовательно, поток излучения в точке  $M$ , в соответствии с теоремой фон Цейпеля, вдвое меньше чем в точке  $A$ . Если механизм эффекта отражения состоит в поглощении с последующим переизлучением, то от вершины приливного горба в момент максимума блеска будет излучаться в направлении наблюдателя существенно меньше энергии, чем в случае сферической звезды, то есть болометрическая амплитуда эффекта отражения будет ниже, чем в сферическом случае. Видимо, многое зависит от формы поверхности переизлучающей звезды в точках, близких к линии, соединяющей центры

компонент. Но так как мы не располагаем надежными данными об их фигурах, то и приходится прибегать к идеализированной модели. Впрочем, с теоретической точки зрения, она довольно удобна, так как параметры критической фигуры Роша в первом приближении зависят только от отношения масс, а оно в большинстве интересующих нас случаев известно.

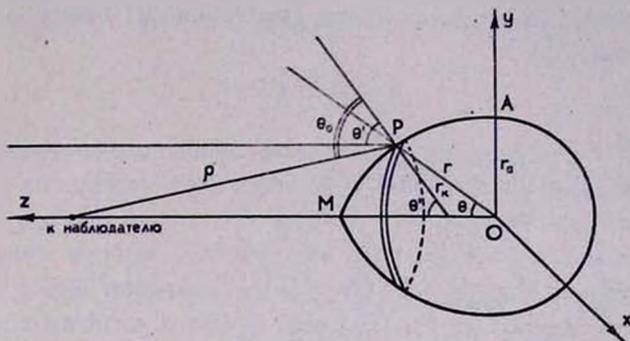


Рис. 1.

Ниже мы рассмотрим задачу о спектральном распределении излучения полубесконечной плоско-параллельной атмосферы, находящейся в локальном термодинамическом равновесии, с коэффициентом поглощения, слабо зависящим от  $\lambda$ , и освещаемой точечным источником. Результаты решения будут использованы для оценки величины амплитуды монохроматического эффекта отражения от звезды, отождествляемой с критической фигурой Роша.

1. *Решение уравнения переноса для переизлучающей атмосферы.* Задачу о спектральном распределении отраженного излучения будем решать методом последовательных приближений, разработанным Чандрасекаром [13] для интерпретации непрерывного спектра Солнца. В первом приближении рассматривается случай серой атмосферы, на которую падает пучок лучей от точечного источника.

Уравнение переноса излучения имеет вид

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I d\mu - \frac{1}{4} S e^{-\tau/\mu_0}, \quad (1)$$

где  $\pi S$  — интегральный поток излучения точечного источника, попадающий в данную точку атмосферы,  $\mu_0$  и  $\mu$  — соответственно косинусы углов падения и реэмиссии излучения. В методе дискретных ординат

Чандрасекара—Вика это интегральное уравнение заменяется системой  $2n$  линейных уравнений ( $n$ -тое приближение)

$$\mu_1 \frac{dI_i}{dz} = I_i - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j - \frac{1}{4} S e^{-\tau/\mu_0} \quad (i, j = \pm 1, \dots, \pm n), \quad (2)$$

где  $\mu_1$  — нули полинома Лежандра  $P_{2n}(\mu)$  и  $a_j$  — соответствующие веса квадратурной формулы Гаусса.

Общее решение неоднородного уравнения (2) имеет вид (подробнее см. [14] или [3])

$$I_i = I_i^1 + I_i^2,$$

где

$$I_i^1 = \frac{3}{4} F_0 \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{L_\alpha e^{-k_\alpha \tau}}{1 + \mu_1 k_\alpha} + \tau + \mu_1 + Q \right\}, \quad (3a)$$

$$I_i^2 = \frac{1}{4} \frac{\gamma}{1 + \mu_j/\mu_0} S e^{-\tau/\mu_0}, \quad (i, j = \pm 1, \dots, \pm n). \quad (3b)$$

Здесь  $I_i^1$  — общее решение однородного уравнения, которое соответствует обычной задаче переноса излучения с нулевым потоком падающего извне излучения,  $I_i^2$  — частное решение неоднородного уравнения (2),  $L_\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, n-1$ ) и  $Q$  — постоянные, подлежащие определению из граничных условий  $I_{-1} = 0$  ( $i = 1, \dots, n$ ) при  $\tau = 0$ ,  $\pi F_0$  — интегральный поток излучения, а  $\gamma$  — известная константа, определяемая при данном  $\mu_0$  через нули полинома Лежандра  $P_{2n}(\mu)$  и веса  $a_j$

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \sum_j \frac{a_j}{1 + \mu_j/\mu_0}}. \quad (4)$$

Имея общее решение (3), находим для функции источника  $B(\tau, \mu_0)$ , которая в условиях локального термодинамического равновесия непосредственно определяет температурное распределение,

$$B(\tau, \mu_0) = \frac{3}{4} F_0 \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} L_\alpha e^{-k_\alpha \tau} + \tau + Q \right\} + \frac{1}{4} \gamma(\mu_0) S e^{-\tau/\mu_0}. \quad (5)$$

Учтем теперь приближенно влияние несерости вещества отражающей звезды. Поскольку нас интересует эффект отражения в двойной системе, состоящей из яркой звезды спектрального класса В8—А5 и спутника субгиганта G0—K5, будем предполагать, что поглощение падающего излучения происходит на ионах H<sup>-</sup>. Такой выбор эффективного источника поглощения определяется не только спектральным

классом, но и тем обстоятельством, что в падающем излучении имеется определенное число квантов лаймановского континуума. Ионизация атомов водорода поглощающей среды этими квантами приведет к повышенной электронной концентрации и ионы  $H^-$  непременно должны стать основным источником непрерывного поглощения. Наблюдения над красными гигантами [15] свидетельствуют в пользу того, что основным источником непрозрачности в них служат ионы  $H^-$ .

Представим объемный коэффициент поглощения  $H^-$  в виде

$$\alpha_\nu = \bar{\alpha} (1 + \delta_\nu), \tag{6}$$

где  $\bar{\alpha}$  — средний объемный коэффициент поглощения по Chandrasekhar, взвешенный по потоку излучения. Он может быть найден для любой оптической глубины на основе решения для серой материи. Величина  $\delta_\nu$ , зависящая, вообще говоря, от оптической глубины, трактуется в виде небольшой поправки к  $\bar{\alpha}$ , хотя метод, рассматриваемый ниже, применим практически и при  $\delta_\nu$  порядка 2 — 3. Введя среднюю оптическую глубину через  $\bar{\alpha}$ , запишем уравнение переноса излучения и условие лучистого равновесия в следующем виде:

$$\mu \frac{dI_\nu^{(2)}}{d\tau} = I_\nu^{(2)} - B_\nu^{(2)} + \delta_\nu (I_\nu^{(1)} - B_\nu^{(1)}),$$

$$\bar{I}^{(2)} - B^{(2)} + \int_0^\infty \delta_\nu (\bar{I}^{(1)} - B_\nu^{(1)}) d\nu + \frac{1}{4} \int_0^\infty S_\nu e^{-\int_0^\tau (1 + \delta_\nu) d\tau} (1 + \delta_\nu) d\nu = 0, \tag{7}$$

где  $\pi S_\nu$  — монохроматический поток падающего извне излучения. Индекс (2) относится к случаю несерой атмосферы, а (1) — к серому приближению, рассмотренному выше. Пусть  $\delta_\nu$  не зависит от оптической глубины. Вычислим  $\delta_\nu$  для определенной „представительной“ оптической глубины и будем считать, что подобная зависимость имеет место для всех оптических глубин. Отметим, что Мюнх [16, 17], полагая  $\delta_\nu$  не зависящим от  $\tau$ , получил хорошее согласие между теоретической и наблюдаемой для Солнца зависимостью коэффициента поглощения от частоты.

Для спектрального диапазона  $\lambda > 1.2 \mu$  вследствие незначительной роли свободно-свободных переходов, коэффициент поглощения можно представить в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от частоты, а другая только от  $\tau$ . Тогда зависимость  $\delta_\nu$  от  $\tau$  вызывается только различием в распределении интегрального потока по частотам на разных оптических глубинах, что приводит

к сдвигу эффективной частоты при определении  $\bar{\alpha}$ . Поэтому степень нестрогости, вносимой допущением  $\frac{d\delta_\nu}{d\tau} = 0$ , зависит от градиента температуры и, по-видимому, от доли полного потока, находящейся в длинноволновой части ( $\lambda > 1.2 \mu$ ) спектра.

При  $\delta_\nu$ , не зависящем от  $\tau$  с помощью соотношения

$$\int_0^\infty \delta_\nu F_\nu^{(1)} d\nu = 0, \quad (8)$$

вытекающего из определения  $\bar{\alpha}$  и уравнения переноса излучения в сером случае

$$\bar{I}_\nu^{(1)} - B_\nu^{(1)} = \frac{dF_\nu^{(1)}}{d\tau}, \quad (9)$$

легко получить, что

$$\int_0^\infty \delta_\nu (\bar{I}_\nu^{(1)} - B_\nu^{(1)}) d\nu = 0. \quad (10)$$

При этом система уравнений (7) заметно упростится и после интегрирования по частотам может быть заменена следующим интегро-дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI^{(2)}}{d\tau} = I^{(2)} - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I^{(2)} d\mu + \mu \int_0^\infty \delta_\nu \frac{d}{d\tau} I_\nu^{(1)} d\nu - \\ - \frac{1}{4} \int_0^\infty S_\nu e^{-(1+\delta_\nu)\tau/\mu_0} (1 + \delta_\nu) d\nu. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая это уравнение методом дискретных ординат, заменяем его в  $n$ -том приближении системой из  $2n$  линейных уравнений

$$\begin{aligned} \mu_i \frac{dI_i^{(2)}}{d\tau} = I_i^{(2)} - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j^{(2)} + \mu_i \int_0^\infty \delta_\nu \frac{d}{d\tau} I_{\nu i}^{(1)} d\nu - \\ - \frac{1}{4} e^{-\tau/\mu_0} \int_0^\infty S_\nu e^{-\delta_\nu \tau/\mu_0} (1 + \delta_\nu) d\nu, \quad (i, j = \pm 1, \dots, \pm n). \end{aligned} \quad (12)$$

Система уравнений (12) отличается от рассмотренной Чандрасекаром наличием последнего члена в правой части. Систему (12) можно решать методом вариации произвольных постоянных. Так как соответствующая однородная система совпадает с рассмотренной ранее для серой атмосферы, то ее решение имеет вид (3а), но  $L_n^{(2)} (\alpha=1, \dots, n-1)$  и  $Q^{(2)}$  зависят от  $\tau$ . Однако, как можно убедиться, при выборе  $\bar{a}$  по Чандрасекару  $Q^{(2)}$  и в несером случае остается постоянной. Амплитуды же экспоненциальных членов  $L_n$  малы по сравнению с  $Q$  и мы пренебрежем их изменениями здесь, считая, таким образом, что  $L_n^{(2)}$  как и  $Q^{(2)}$ , константы, определяемые из новых граничных условий.

Займемся теперь отысканием частного решения системы уравнений (12), пользуясь методом вариации произвольных постоянных. Будем считать, что решение имеет вид (3б), но под  $\gamma$  понимается некоторая функция от  $\tau$ . Тогда имеем

$$I_{\nu,1}^{(1)} = \frac{1}{4} \frac{\gamma}{1 + \mu_1/\mu_0} a_\nu Se^{-\tau/\mu_0}, \tag{13}$$

где  $a_\nu$  — известная функция, характеризующая спектральное распределение в сером случае на оптической глубине  $\tau$ , для которой определено  $\delta_\nu$ , причем имеет место нормировочное соотношение

$$\int_0^\infty a_\nu d\nu = 1, \tag{14}$$

а  $\gamma$  — константа, которая по-прежнему определяется формулой (4).

При небольших  $\delta_\nu$ , то есть  $\delta_\nu \tau/\mu_0 \ll 1$ , система уравнений (12) окончательно примет вид

$$\begin{aligned} \mu_1 \frac{dI_1^{(2)}}{d\tau} &= I_1^{(2)} - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j^{(2)} - \frac{1}{4} Se^{-\tau/\mu_0} [1 - k(\tau/\mu_0 - 1)] - \\ &- \frac{1}{4} Se^{-\tau/\mu_0} \frac{\mu_1}{\mu_0} \frac{\gamma l}{1 + \mu_1/\mu_0}, \quad (i, j = \pm 1, \dots, \pm n), \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$k = \int_0^\infty \delta_\nu b_\nu d\nu, \quad l = \int_0^\infty \delta_\nu a_\nu d\nu \quad \text{и} \quad b_\nu = \frac{S_\nu}{S}.$$

Частное решение этой системы ищем в виде

$$I_1^{(2)} = \frac{1}{4} (p_1 \tau/\mu_0 + q_1) Se^{-\tau/\mu_0}. \tag{16}$$

Подставив (16) в (15), получаем следующие условия, которым должны удовлетворять постоянные  $p_1$  и  $q_1$ :

$$p_1(1 + \mu_1/\mu_0) = \frac{1}{2} \sum_j a_j p_j - k, \quad (17a)$$

$$q_1(1 + \mu_1/\mu_0) - \mu_1/\mu_0 p_1 - \frac{\gamma l}{\mu_0} \frac{\mu_1}{1 + \mu_1/\mu_0} = \frac{1}{2} \sum_j a_j q_j + k + 1. \quad (17b)$$

Отсюда найдем

$$p_1 = \frac{\eta}{1 + \mu_1/\mu_0}, \quad (18)$$

где постоянная  $\eta$  равна

$$\eta = \frac{1}{2} \gamma \sum_j \frac{a_j}{1 + \mu_j/\mu_0} - k, \quad (19)$$

то есть

$$\eta = -\gamma k. \quad (20)$$

На основании (17b) имеем

$$q_1 = \frac{\delta}{1 + \mu_1/\mu_0} + \frac{\gamma(l-k)}{\mu_0} \frac{\mu_1}{(1 + \mu_1/\mu_0)^2}, \quad (21)$$

а постоянную  $\delta$  находим по формуле

$$\delta = \frac{1}{2} \gamma \sum_j \frac{a_j}{1 + \mu_j/\mu_0} + \frac{1}{2} \frac{\gamma(l-k)}{\mu_0} \sum_j \frac{a_j \mu_j}{(1 + \mu_j/\mu_0)^2} + k + 1, \quad (22)$$

или после введения обозначения

$$\frac{1}{2} \frac{\gamma^2}{\mu_0} \sum_j \frac{a_j \mu_j}{(1 + \mu_j/\mu_0)^2} = \beta \quad (23)$$

получим

$$\delta = \gamma(1 + k) + \beta(l - k). \quad (24)$$

Новая константа  $\beta$  определяется при данном  $\mu_0$ , как и  $\gamma$ , через нули полинома Лежандра  $P_{2n}(\mu)$  и веса  $a_j$ .

Общее решение системы (12) с учетом (3a), (16), (18), (20), (21), (24) примет вид

$$I_1 = I_1^1 + I_1^2,$$

где

$$I_i^1 = \frac{3}{4} F_0 \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{L_\alpha^{(2)} e^{-k_\alpha \tau}}{1 + \mu_1 k_\alpha} + \tau + \mu_1 + Q^{(2)} \right\}, \quad (25a)$$

$$I_i^2 = \frac{1}{4} S e^{-\tau/\mu_0} \left\{ \frac{\gamma^{(2)} - \gamma k \tau / \mu_0}{1 + \mu_1 / \mu_0} \right\}, \quad (25b)$$

а

$$\gamma^{(2)}(\mu_1, \mu_0) = \gamma(1+k) + (l-k) \left( \beta + \frac{\gamma \mu_1}{\mu_1 + \mu_0} \right).$$

Отсюда получаем следующее выражение для функции источника в несером приближении

$$B^{(2)}(\tau, \mu_0) = \frac{3}{4} F_0 \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} L_\alpha^{(2)} e^{-k_\alpha \tau} + \tau + Q^{(2)} \right\} + \frac{1}{4} S e^{-\tau/\mu_0} [(1+k-k\tau/\mu_0)\gamma(\mu_0) + (l-k)\beta(\mu_0)]. \quad (26)$$

При  $\delta_\alpha = k = l = 0$  имеем  $\gamma^{(2)} = \gamma$ , а формула (26), естественно, обращается в (5). Постоянные  $L_\alpha^{(2)}$  ( $\alpha = 1 \dots n-1$ ) и  $Q^{(2)}$  определяются из граничных условий  $I_{-1} = 0$  при  $\tau = 0$ , то есть из условий

$$3F_0 \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{L_\alpha^{(2)}}{1 - \mu_1 k_\alpha} + S \frac{\gamma^{(2)}(\mu_1, \mu_0)}{1 - \mu_1 / \mu_0} + 3F_0(Q^{(2)} - \mu_1) = 0, \quad (27)$$

$$(i = 1, \dots, n),$$

имеющих точно такой же вид и для случая серой атмосферы.

Интересно отметить появление в (26) члена с  $l-k$ , который можно было бы охарактеризовать как поправку к температурному распределению на разность в цвете компонент двойной звезды. Интересно было бы также выяснить, в какой степени те или иные аномалии в спектральном распределении энергии  $S_\nu$  у звезд раннего спектрального класса способны повлиять на температурное распределение, а следовательно, на характер переизлучаемой энергии. Мы имеем здесь в виду хорошо известные результаты Стючера и Милигана [18], которые обнаружили сильную депрессию в ультрафиолетовом излучении В-звезд.

В связи с тем, что при определении температурного распределения в форме (26) были сделаны некоторые упрощающие предположения, можно заметить следующее. Учет несерости звездного вещества двояким образом сказывается на характере спектрального распре-

деления выходящего излучения: во-первых, через соотношение между монохроматическим и средним коэффициентами поглощения и, во-вторых, через температурное распределение. При этом распределение энергии в непрерывном спектре, как правило, довольно нечувствительно к характеру принятого температурного распределения. Весьма возможно поэтому, что поправки к температурному распределению на несерость звездного вещества играют второстепенную роль и можно было бы ограничиться приближением Эддингтона, как это делает Собески. Но без соответствующих расчетов делать такой вывод преждевременно, в особенности, учитывая, что поток реэмитированного излучения  $\pi F$ , является разностной величиной довольно сложного вида

$$F_{\nu} = 2 \int_0^1 \int_0^1 (B_{\nu}^s - B_{\nu}^0) e^{-(1+\delta_{\nu})\tau/\mu} d\mu (1 + \delta_{\nu}) d\tau, \quad (28)$$

где  $B_{\nu}^s$  — функция Планка при наличии потока падающего излучения  $\pi S$ , а  $B_{\nu}^0$  — при нулевом потоке падающего излучения.

Кроме того, при заметной анизотропии излучения во внешних слоях отражающей звезды точность приближения Эддингтона может оказаться все же недостаточной. Наконец, отметим, что использованное нами предположение о независимости  $\delta_{\nu}$  от  $\tau$  представляется в этой задаче более оправданным (конечно, при наличии локального термодинамического равновесия) чем в том случае, [16], когда это предположение было первоначально применено, то есть для  $\pi S = 0$ . Действительно, величина  $\pi S$  составляет на поверхности отражающей звезды типичной двойной системы порядка 70% от величины  $\pi k_0$ . Тогда градиент температуры в атмосфере отражающей звезды будет значительно ниже, чем в традиционном случае  $\pi S = 0$ , и перераспределение интегрального потока по частотам с оптической глубиной будет, вероятно, незначительным. Разумеется, это можно проверить и непосредственными расчетами.

**2. Монохроматический эффект отражения.** Перейдем теперь к рассмотрению монохроматического эффекта отражения от звезды, поверхность которой мы отождествляем здесь с критической поверхностью Роша. При этом предполагается, что двойная система находится в фазе, близкой к  $\pi$ , и что наклонность орбиты  $i = 90^\circ$ .

Введем сферическую и декартову системы координат (см. рис. 1), общее начало которых совпадает с центром невозмущенной отража-

ющей звезды, ось  $OZ$  — с направлением на наблюдателя, а ось  $OY$  — перпендикулярна к плоскости орбиты. Тогда имеем

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \Phi = r \lambda, \\ y &= r \sin \theta \sin \Phi = r \nu, \\ z &= r \cos \theta = r \mu. \end{aligned} \quad (29)$$

Разобьем отражающую поверхность на конечное число достаточно узких зон, симметричных относительно направления на освещающий источник. К каждой такой зоне с полубесконечной оптической глубиной можно применить в первом приближении полученное выше решение. В таком приближенном рассмотрении задача нахождения монохроматической амплитуды отраженной энергии сводится к суммированию, с учетом реальной фигуры отражающего тела и гравитационного потемнения, долей переизлученной энергии  $\Delta I_{k\nu}$  в направлении на наблюдателя от каждой зоны  $k$ , то есть

$$\Delta L_\nu = \sum_k \Delta I_{k\nu}, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta I_{k\nu} &= 2\pi \int_{\mu_{k-1}}^{\mu_k} [I_\nu(0, \mu, \mu_0) - I_\nu(0, \mu)] \mu' r^2 x d\mu, \quad \text{а} \\ x &= \sqrt{1 + \left(\frac{r'_\mu}{r}\right)^2 (1 - \mu^2)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Далее, в предположении, что эффект отражения состоит в чистом поглощении с последующим переизлучением, имеем

$$I_\nu(0, \mu, \mu_0) - I_\nu(0, \mu) = \int_0^\infty (B_\nu^s - B_\nu^0) e^{-(1+\delta_\nu)\tau/\mu} (1 + \delta_\nu) d\tau/\mu. \quad (32)$$

При этом надо учесть, что в отличие от  $B_\nu^s$  функция  $B_\nu^0$  соответствует невозмущенной форме звезды и отсутствию потока  $\pi S$ . Кроме того, из геометрических соображений получаем

$$\mu' = \frac{1}{x} \left[ \mu - \frac{r'_\mu}{r} (1 - \mu^2) \right], \quad \text{где } \mu' = \cos \theta'. \quad (33)$$

Найти приближенную зависимость  $r(\mu, \nu)$ , а с ней и производ-

ную  $r'_\mu = \frac{dr}{d\mu}$  можно, рассмотрев полный потенциал сил, действующих на некоторую точку  $P$  фигуры Роша

$$\Psi = G \frac{m}{r} + G \frac{m'}{\rho} + \frac{\omega^2}{2} \left\{ \left( z - \frac{m'}{m+m'} \right)^2 + x^2 \right\}. \quad (34)$$

Здесь  $m$  и  $m'$  — массы компонент,  $G$  — константа всемирного тяготения,  $\omega$  — угловая скорость орбитального обращения. Приняв за единицу длины полуось относительной орбиты, получим

$$\rho = \sqrt{1 - 2r\mu + r^2}.$$

Далее, введем отношение масс компонент  $q = \frac{m'}{m}$ , а угловую скорость заменим кеплеровой скоростью ( $\omega^2 = G(m+m')$ ). Тогда имеем

$$\begin{aligned} \Psi = G \frac{m}{r} + G \frac{m'}{\sqrt{1 - 2r\mu + r^2}} + \\ + G \frac{m+m'}{2} \left[ r^2(1-\nu^2) - \frac{2m'}{m+m'} r\mu + \left( \frac{m'}{m+m'} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Введем безразмерную константу  $\Omega$  соотношением

$$\Omega = \frac{\Psi}{Gm} - \frac{m'^2}{2m(m+m')} - q \frac{R^2}{1-R} - \frac{q+1}{2} R^2, \quad (36)$$

где  $R = OM$ . Тогда получаем вместо (35)

$$\begin{aligned} \Omega = \frac{1}{r} + q \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - 2r\mu + r^2}} - \mu r \right\} + \frac{q+1}{2} r^2(1-\nu^2) - \\ - q \frac{R^2}{1-R} - \frac{q+1}{2} R^2 \end{aligned} \quad (37)$$

или

$$\begin{aligned} (\Omega - q)r = 1 + \left\{ q \sum_{j=2}^{\infty} r^{j+1} P_j(\mu) + \frac{q+1}{2} r^3(1-\nu^2) - \right. \\ \left. - qr \frac{R^2}{1-R} - \frac{q+1}{2} rR^2 \right\}, \end{aligned} \quad (38)$$

где  $P_j(\mu)$  — полиномы Лежандра. Величина  $\Omega$  выбрана так, что для  $r = R$  ( $\mu = 1$ ,  $\nu = 0$ ) имеем просто

$$(\Omega - q)R = 1. \quad (39)$$

Следуя Копалу, разложим  $r$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $R$  и ограничимся линейным членом разложения, отбросив последующие

$$r = R \left( 1 + \frac{\Delta r}{R} \right). \quad (40)$$

Подставим последнее выражение в (38). Ввиду малости по сравнению с единицей члена в фигурной скобке имеем приближенно

$$\frac{\Delta r}{R} = q \sum_{j=2}^{\infty} R^{j+1} [P_j(\mu) - 1] - \frac{q+1}{2} R^3 \nu^2 \quad (41a)$$

или более точно

$$\frac{\Delta r}{R} = \frac{q \sum_{j=2}^{\infty} R^{j+1} [P_j(\mu) - 1] - \frac{q+1}{2} R^3 \nu^2}{1 - \left\{ q \sum_{j=2}^{\infty} R^{j+1} [(j+1) P_j(\mu) - 1] - \frac{q+1}{2} R^3 (3\nu^2 + 1) \right\}} \quad (41b)$$

Соотношения (41a) или (41b) действуют в пределах достаточно узкой зоны. Для соседней зоны следует провести разложение около некоторой иной точки  $r = R_1$  (значение  $R_1$  находим в соответствии с  $r(\mu, \nu)$  из (40) и (41)) и т. д.

Наконец, конкретизируем величины  $\pi F_0$  и  $\pi S$  в решении (26), то есть величины потоков собственного и „чужого“ излучения. Пусть  $T_{e1}$  — эффективная температура первичной компоненты, а  $T_{e2}$  — эффективная температура сферической отражающей звезды, которую мы условно припишем точке  $A$  (см. рис. 1). Тогда имеем

$$\pi F_0 = \sigma T_{e2}^4 \frac{g(r)}{g_0}, \quad (42a)$$

$$\pi S = \sigma T_{e1}^4 \left[ \frac{r_1}{\rho(r)} \right]^2 \mu_0, \quad (42b)$$

где  $r$  — по-прежнему определяется (40) и (41) или аналогичным выражением для случая произвольной зоны,  $r_1$  — радиус первичной компоненты, а  $g(r)$  — ускорение силы тяжести в данной точке критической поверхности Роша. Гравитационное ускорение  $g(r)$  равно производной от потенциала  $\Psi$  по направлению внешней нормали к поверхности

$$g(r) = -\frac{d\Psi}{dn} = -\frac{d\Psi}{dr} \frac{dr}{dn} \quad (43)$$

Преобразовав (42а) с помощью соотношения (43), а также (36) и (37), получим

$$\pi F_0 = \sigma T_{e2}^4 \frac{\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + q r_0^2 \left[ \mu - \frac{\mu - r}{(1 - 2r\mu + r^2)^{1/2}} \right] - (q+1) r r_0^2 (1 - v^2)}{x^{-1} \left[ 1 + q \left( \frac{r_0}{\sqrt{1+r_0^2}} \right)^3 \right]} \quad (44)$$

Окончательно имеем следующую формулу для температурного распределения в отражающей атмосфере

$$T^4(\tau, \mu_0) = \frac{3}{4} T_{e2}^4 \frac{\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + q r_0^2 \left[ \mu - \frac{\mu - r}{(1 - 2r\mu + r^2)^{1/2}} \right] - (q+1) r r_0^2 (1 - v^2)}{x^{-1} \left[ 1 + q \left( \frac{r_0}{\sqrt{1+r_0^2}} \right)^3 \right]} \times \quad (45)$$

$$\times \left\{ \sum_{a=1}^{n-1} L_a^{(2)} e^{-k_a \tau} + \tau + Q^{(2)} \right\} + \frac{1}{4} T_{e1}^4 \frac{r_1^2 \mu_0}{1 - 2r\mu + r^2} e^{-\tau/\mu_0} \times$$

$$\times [(1 + k - k\tau/\mu_0) \gamma(\mu_0) + (l - k) \beta(\mu_0)].$$

Легко также видеть из рис. 1, что

$$\mu_0 = \frac{x \mu' - r_k}{\rho}, \quad x = 1 - r\mu + r_k \mu',$$

$$\text{где } \mu_0 = \cos \theta_0 \text{ и } r_k = \frac{r \sqrt{1 - \mu^2}}{\sqrt{1 - \mu'^2}} \quad (46)$$

Уравнения (30) — (33) и (40) — (46) позволяют решить, таким образом, поставленную задачу и найти амплитуду эффекта отражения в монохроматическом свете. Решение задачи будет зависеть, в основном, от значений параметров  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$  и  $q$ .

Учет несерости вещества отражающей звезды и искажений формы ее поверхности должен, по-видимому, существенно повлиять на величину амплитуды эффекта отражения, но из-за громоздкого вида полученных формул количественные оценки связаны с расчетами на ЭВМ. Результаты таких расчетов мы предполагаем опубликовать в изданиях Тартуской астрономической обсерватории.

В заключение автор выражает признательность А. Сапару и Г. Г. Кузмину за критические замечания и помощь при подготовке данной работы.

Институт физики и астрономии  
АН ЭССР

## ON THE MONOCHROMATIC REFLECTION EFFECT IN CLOSE BINARIES

I. V. PUSTYLNICK

An assumption is made that the due regard for the nongreyness of matter of the reflecting star, as well as for the gravitational darkening, could have explained the negative O—C values of the reflecting effect amplitude in close binaries. Chandrasekhar's iterative technique is used to solve the transfer equations for an irradiated, plane-parallel atmospheres with the H<sup>-</sup> ions presenting the main source of absorption. The solution is used to evaluate the monochromatic reflection amplitude with the reflecting surface being that of the critical Roche figure.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. Н. Минин, *Астрофизика*, 1, 275, 1965.
2. S. Sobieski, *Ap. J., Suppl. ser.*, 12, 263, 1965.
3. И. В. Пустыльник, *Публ. Тарту обс.*, 35, 377, 1966.
4. A. S. Eddington, *M. N.*, 86, 320, 1926.
5. E. A. Milne, *M. N.*, 87, 43, 1927.
6. В. А. Крат, *Астрон. ж.*, 11, 5, 1934.
7. М. Г. Одинцов, *Астрон. ж.*, 19, 80, 1942.
8. Y. Hosokawa, *Sendaj Astr. Raportoj*, 70, 207, 1959.
9. S. Sobieski, *Ap. J., Suppl. ser.*, 12, 275, 1965.
10. Y. Hosokawa, *Sendaj Astr. Raportoj*, 52, 208, 1957.
11. Y. Hosokawa, *Sendaj Astr. Raportoj*, 56, 226, 1958.
12. Z. Kopal, *Close binary systems*, ch. III, 1—3, London, 1959.
13. S. Chandrasekhar, *F. Breen*, *Ap. J.*, 105, 461, 1947.
14. С. Чандрасекар, *Перенос лучистой энергии*, М., 1953, 89.
15. N. J. Woolf, M. Schwarzschild, W. K. Rose, *Ap. J.*, 140, 3, 833, 1964.
16. G. Münch, *Ap. J.*, 102, 385, 1945.
17. S. Chandrasekhar, G. Münch, *Ap. J.*, 104, 446, 1946.
18. T. P. Stetcher, J. E. Milligan, *A. J.*, 66, 296, 1961.